nova eja

EDUCAÇÃO PARA JOVENS E ADULTOS

MATEMÁTICA

e suas TECNOLOGIAS

Professor

Volume 1 • Módulo 4 • Matemática

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Sergio Cabral

Vice-Governador
Luiz Fernando de Souza Pezão

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Educação
Wilson Risolia

Chefe de Gabinete
Sérgio Mendes

Secretário Executivo
Amaury Perlingeiro

Subsecretaria de Gestão do Ensino
Antônio José Vieira De Paiva Neto

Superintendência pedagógica
Claudia Raybolt

Coordenadora de Educação de Jovens e adulto
Rosana M.N. Mendes

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Secretário de Estado
Gustavo Reis Ferreira

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL NOVA EJA (CECIERJ)

Diretoria Adjunta de Extensão
Elizabeth Ramalho Soares Bastos

Coordenadora de Formação Continuada
Carmen Granja da Silva

Diretoria Adjunta de Material Didático
Cristine Costa Barreto

Coordenadores de Matemática
Agnaldo Esquincalha
Filipe Iorio
Gisela Pinto
Wallace Vallory Nunes

Elaboração
André Luiz Cordeiro dos Santos
André Luiz Martins Pereira
André Luiz Silva
Cleber Dias da Costa Neto
Cleber Fernandes
Érika Silos de Castro (coordenação)
Gabriela dos Santos Barbosa
Heitor Barbosa Lima de Oliveira
Josemeri Araujo Silva Rocha
Luciana Felix da Costa Santos
Luciane de Paiva Moura Coutinho
Patrícia Nunes da Silva
Renata Cardoso P. de Abreu
Telma Alves

Revisão de Língua Portuguesa
Paulo Cesar Alves

Coordenação de Desenvolvimento Instrucional
Flávia Busnardo
Paulo Vasques de Miranda

Desenvolvimento Instrucional
Juliana Bezerra da Silva

Coordenação de Produção
Fábio Rapello Alencar

Projeto Gráfico e Capa
Andreia Villar

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
http://www.sxc.hu/photo/475767

Diagramação
Alexandre d' Oliveira
Alessandra Nogueira
André Guimarães
Andreia Villar
Bianca Lima
Bruno Cruz
Carlos Eduardo Vaz
Juliana Fernandes

Ilustração
Bianca Giacomelli
Clara Gomes
Fernando Romeiro
Jefferson Caçador
Sami Souza

Produção Gráfica
Verônica Paranhos

Sumário

Unidade 1 • Análise Combinatória 1 5

Unidade 2 • Probabilidade 1 35

Unidade 3 • Estatística: Tabelas e Gráficos 73

Unidade 4 • Polinômios e Equações Algébricas 117

Unidade 5 • Geometria Analítica 1 143

Volume 1 • Módulo 4 • Matemática • Unidade 1

Análise Combinatória 1

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela dos Santos Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenadora) e Luciane de Paiva Moura Coutinho

Introdução

A parte inicial da unidade 1 do material do aluno traz situações cotidianas que envolvem o conceito de Análise Combinatória. São usados como exemplos as possibilidades de criação de senhas, de escolha de roupas, os possíveis resultados de um lançamento de dados, etc.

Com o intuito de ampliar as opções de exploração do tema em suas aulas, preparamos para você um material complementar. A ideia é que os recursos e atividades apresentados sejam utilizados para enriquecer a abordagem dos objetivos do módulo do aluno, que reapresentamos a seguir:

- Calcular o fatorial de números naturais;
- Utilizar o princípio fundamental da contagem;
- Calcular permutação simples;

A nossa sugestão é que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora e, para isso, trazemos quatro propostas. Na atividade "Mudando o celular", os alunos lerão dois textos relacionados ao acréscimo de um dígito no número de celular e, em seguida, farão uma correlação entre esse assunto e o tema Análise Combinatória. Já na atividade "Caixeiro viajante", os alunos ouvirão um áudio relacionado ao problema do caixeiro viajante e deverão ordenar percursos possíveis para três cidades fictícias. A atividade "A cartomante", começa com os alunos assistindo a um vídeo em que uma cartomante usa a análise combinatória para explicar seu ofício à sobrinha. Em seguida, eles deverão fazer uma síntese, destacando as principais características e diferenças entre arranjo, permutação e fatorial. Além disso, há também a atividade "Jogo combinatório", em que os alunos farão, de maneira intuitiva, atividades online relacionadas aos conceitos de arranjo, permutação e combinação. Escrevemos, ainda, a atividade "Apresentando a história da Análise Combinatória", que convida os alunos a fazerem uma apresentação no Power Point a partir de uma pesquisa sobre a história da Análise Combinatória.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, também vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. É muito importante que você faça alterações e adaptações nestes recursos sempre que julgá-las necessárias.

A seção 1 é contemplada pela atividade "De malas prontas", elaborada a partir de um vídeo que mostra um funcionário de uma empresa aérea utilizando conceitos combinatórios para ajudar Raquel a colocar suas roupas na mala. Temos, também, a atividade "Memória dos Fatoriais", cuja ideia central é a mesma do jogo da memória tradicional. Porém, as cartas que formam pares não são as idênticas, mas as que correspondem a diferentes representações para expressões numéricas envolvendo fatoriais.

Para a seção 2, propomos a atividade O princípio multiplicativo e os modos de se vestir,que permite a resolução de problemas relacionados ao princípio multiplicativo e a atividade Uma encenação para o princípio multiplicativo,em que os alunos são convidados a escrever e a encenar uma peça de teatro que envolva a tomada de decisões sucessivas e a contagem das maneiras como isso pode se dar.

Na seção 3, temos a atividade "Fotografando permutações", que convida os alunos a refletir sobre as diversas maneiras que um grupo de 5 pessoas tem de se organizar para tirar uma fotografia lado a lado. Temos também a atividade "As permutações num passeio de automóvel pelo Rio", onde os alunos poderão vivenciar as várias maneiras de que um grupo de 5 pessoas dispõe para se acomodar num automóvel de 5 lugares.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento consiste numa avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

Uma descrição destas sugestões está colocada nas tabelas a seguir, e seu detalhamento no texto que segue.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	4	1	4 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Análise Combinatória 1	Análise Combinatória
Objetivos da unidade	
Calcular o fatorial de números naturais	
Utilizar o princípio fundamental da contagem	
Calcular permutação simples	
Seções	**Páginas no material do aluno**
Para início de conversa...	5 e 7
Seção 1 – Fatorial de um número	7 a 9
Seção 2 – Princípio Fundamental da Contagem	9 a 18
Seção 3 – Permutação simples	18 a 21
Resumindo	21
Veja ainda...	22
O que perguntam por aí?	25 a 26

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes

à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Mudando o celular	Computador com Datashow e acesso à internet	Os alunos lerão dois textos relacionados ao tema Acréscimo de um dígito no número de celular e, em seguida, farão uma correlação entre esse assunto e o tema Análise Combinatória	Grupos de 4 alunos	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, projete para a turma os textos que estão nos endereços a seguir. Peça para que seus alunos o leiam. Sugerimos uma leitura coletiva, onde cada aluno pode ler uma parte do texto.Os endereços são http://www.anatel.gov.br/Portal/exibirPortalNoticias.do?acao=carregaNoticia&codigo=27685e http://www.brasil.gov.br/infraestrutura/2012/07/acrescimo-de-um-digito-em-numeros-de-celulares-de-sao-paulo-vai-dobrar-capacidade

Após a leitura, peça a seus alunos para destacarem nos textos apresentados os trechos onde identificaram a presença de temas relacionados à análise combinatória.

Aspectos pedagógicos

Professor, essa atividade tem três objetivos. O primeiro é abordar o assunto Análise Combinatória de maneira introdutória e correlacionada ao cotidiano. O segundo é ressaltar a importância da leitura de jornais, revistas, reportagens em internet, etc., mostrando que o incentivo, o resgate e o estímulo à leitura não devem se restringir às matérias de linguagens e códigos,mas ocupar um espaço de destaque também nas matérias de ciências exatas e da natureza. A leitura de textos diários, de certo, permite ressaltar de maneira natural a relação entre a Matemática e os assuntos do cotidiano.

Outro objetivo dessa atividade é fazer com que os alunos consigam perceber, nos textos dados, a análise combinatória entrelaçada com um assunto corriqueiro. É importante verificar se a turma, após a leitura, conseguiu perceber que a inclusão de um novo dígito vai ajudar a resolver o problema, uma vez que gerará uma gama de novos números. Caso os alunos não consigam perceber essa situação, tente dar exemplos, como o que apresentamos a seguir:

Imagine o número fictício 8456 – 7867. Com a nova determinação ele viraria 98456 - 7867, o que, aparentemente, não geraria novas alternativas. Mas alerte aos alunos que,ao adicionar o número 9 como primeiro dígito,

poderemos gerar o número 93546 - 7810, que seria a versão nova do número 3546 – 7810, característico de umalinha fixa. A mesma coisa valeria para os números que começassem por 2, 4 e 5. Você pode pedir aos alunos que pensem, a partir do texto 2, em outros exemplos de números que estariam impossibilitados de serem usados e que, com essa mudança,ficariam disponíveis para a utilização.

Nesse momento, não é conveniente que se faça o cálculo para saber o número de telefones a mais que poderão ser gerados com esse acréscimo. Você pode pedir apenas para que os alunos imaginem ou tentem criar alternativas para chegar ao resultado, deixando o cálculo em aberto e retornando a esse assunto nas seções posteriores.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Caixeiro viajante	Computador com Datashow e acesso à internet	Os alunos ouvirão um áudio relacionado ao problema do caixeiro viajante. Em seguida, eles deverão ordenar percursos possíveis para 3 cidades fictícias	Grupos de 4 alunos	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, primeiramente reproduza o áudio disponível em http://www.uff.br/sintoniamatematica/grandestemaseproblemas/grandestemaseproblemas-html/audio-caixeiro-br.html. Peça, então, para que os alunos se dividam em grupos. Em seguida, peça para que cada grupo crie 3 cidades fictícias, liste e ordene as maneiras possíveis de percorrê-las.

Aspectos pedagógicos

Professor, os alunos sempre se sentem muito motivados quando relacionamos o estudo da Matemática a grandes temas e problemas, mesmo aqueles que ainda não foram resolvidos. Quem sabe,com essa nossa atividade, estaremos estimulando grandes talentos, como o matemático Andrew Wiles? Wiles, que resolveu o último Teorema de Fermat, foi apresentado ao problema quando ainda estava na escola e, apesar de muito jovem, fez da resolução desse problema um objetivo de vida.Caso a turma se interesse, que tal propor um seminário abordando esses temas interessantes? Você pode encontrar mais alguns temas em http://www.uff.br/sintoniamatematica/grandestemaseproblemas/grandestemaseproblemas-html/grandestemaseproblemas-br.html ou recomendar ainda a leitura de O Último Teorema de Fermat, escrito por Simon Singh e publicado pela Editora Record.

Em relação à Análise Combinatória, neste problema introdutório, podemos fazer uma permutação simples ainda de maneira intuitiva, sem a necessidade de definir permutação ou a apresentação de fórmulas. Essa forma de resolução prévia de um problema sem a apresentação da metodologia tradicionalpermite ao aluno criar suas próprias estratégias. Isso ajuda - e muito! - a desmistificar o assunto.

É importante verificar se os alunos, ao criarem as cidades fictícias A, B e C, conseguiram montar os 6 seguintes percursos:

A - B – C, A - C- B,B - A – C, B - C – A, C - A – B e C - B - A.

Como estratégia, você pode montar uma árvore de possibilidades para facilitar a visualização do resultado pela turma.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A cartomante	Computador com Datashow e acesso à internet.	Os alunos assistirão a um vídeo em que uma cartomante usa a análise combinatória para explicar sua atividade à sobrinha. Em seguida, os alunos deverão fazer uma síntese destacando as principais características e diferenças entre os conceitos depermutação, arranjo e combinação	Grupos de 4 alunos	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, essa atividade será composta por 3 etapas:

1a etapa: Primeiramente, exiba o vídeo disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1065.

2a etapa: Após a exibição, peça para que os grupos façam uma breve síntese sobre os conceitos de:

- Permutação;
- Arranjo;
- Combinação

As sínteses devem destacar as principais diferenças entre as três situações eos casos em que podemos utilizá-las.

3a etapa: Por fim, peça para que cada grupo apresente para a turma as definições elaboradas.

Aspectos pedagógicos

O objetivo dessa atividade é fazer com que os alunos pesquisem previamente o conteúdo que será aprofundado nas seções seguintes. Dessa maneira, nas futuras aulas, o aprendizado poderá ser realizado em parceria, em vez de consistir numa via única do professor para o aluno. Além disso, pretende facilitar o entendimento da Análise Combinatória de maneira teórica.

Por isso, na pesquisa é importante que os alunos destaquem:

- . Arranjo: Arranjo de p elementos, n a n, é o número de conjuntos de n elementos que se pode fazer com os p elementos. Nesses conjuntos, a ordem dos elementos é importante. Por exemplo, nas situações em que 10 corredores disputam o 1o, 2o e 3o lugares.
- . Permutação: Permutação de p elementos é o número de arranjos que se pode fazer com esses p elementos, trocando a ordem deles. Por exemplo, nas situações em que 3 corredores disputam o 1o, 2o e 3o lugares.
- . Combinação: Combinação de p elementos, n a n, é o número de conjuntos de n elementos que se pode fazer com os p elementos. Nessa situação, a ordem desses elementos nos conjuntos formados não é importante. Por exemplo, formar grupos de 8 estudantes em uma turma de 40 alunos.

Nesse momento, é importante que os alunos compreendam as definições de arranjo, permutação e combinação não só para perceberem as semelhanças e diferenças entre elas, mas também para entenderem em quais situações cada uma delas deverá ser utilizada. Não é fundamental, pelo menos por enquanto, a apropriação de fórmulas.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jogo combinatório	Computador com Datashow e acesso à internet / Laboratório de informática	Os alunos farão, de maneira intuitiva, atividades online relacionadas a arranjo, permutação e combinação	Duplas ou conforme a disponibilidade de computadores na escola	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor,divida a turma em duplas ou conforme a disponibilidade de computadores do laboratório de informática de sua escola. Caso não seja possível utilizar o laboratório de sua escola, projete as imagens do computador com o Datashow e vá discutindo com a turma as possíveis respostas para cada desafio. Permita que eles façam suas colocações, indague-os quanto ao que está sendo proposto.

Peça para os alunos acessarem o endereçohttp://sites.unifra.br/rived/ObjetosPedagógicos/Matemática/tabid/428/language/pt-BR/Default.aspx

A atividade está dividida em 3 etapas:

1ª etapa: Primeiramente, peça para que os alunos cliquem na atividade relacionada a arranjo. Em seguida, peça para clicarem em Atividades e depois levarem o cursor até o Banco Dindin, clicando sobre a porta. Agora, basta que eles respondam a questão proposta.

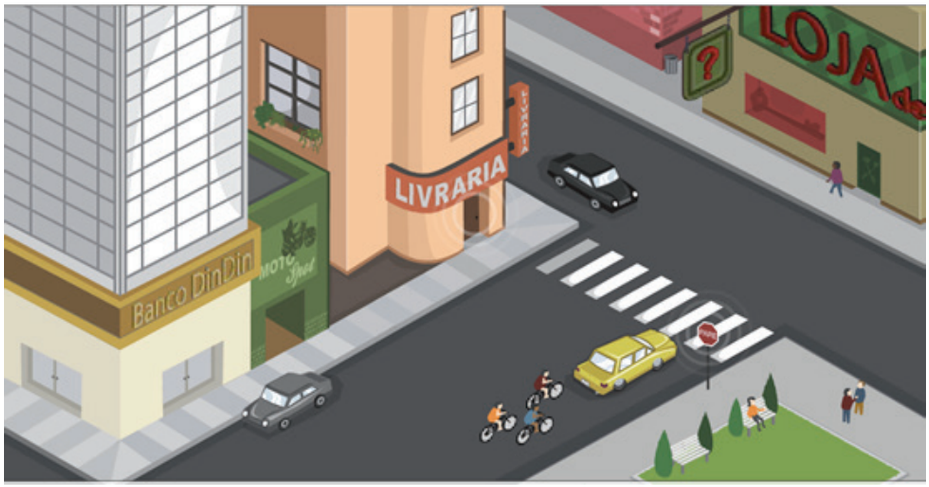
Quantas senhas de 3 algarismos distintos você poderá formar com os algarismos 0, 1, 2, 3, 4?

A dupla ou grupo pode continuar explorando os problemas que surgem pela cidade, clicando em cima dos pontos sinalizados, como no carro amarelo, por exemplo.

2ª etapa: Em seguida, peça para que os alunos cliquem na atividade relacionada à combinação. Oriente os alunos a clicarem em Atividades e depois, na seta para começar o jogo. Peça para que os alunos cliquem nos ciclistas e respondam a questão proposta.

Quantas duplas diferentes você poderá formar com um grupo de 6 ciclistas?

3ª etapa: Por fim, peça para que os alunos cliquem na atividade relacionada à permutação. Oriente os alunos a clicarem em Atividades e depois na seta para começar o jogo. Peça para que os alunos cliquem na placa "Pare e respondam a questão proposta".

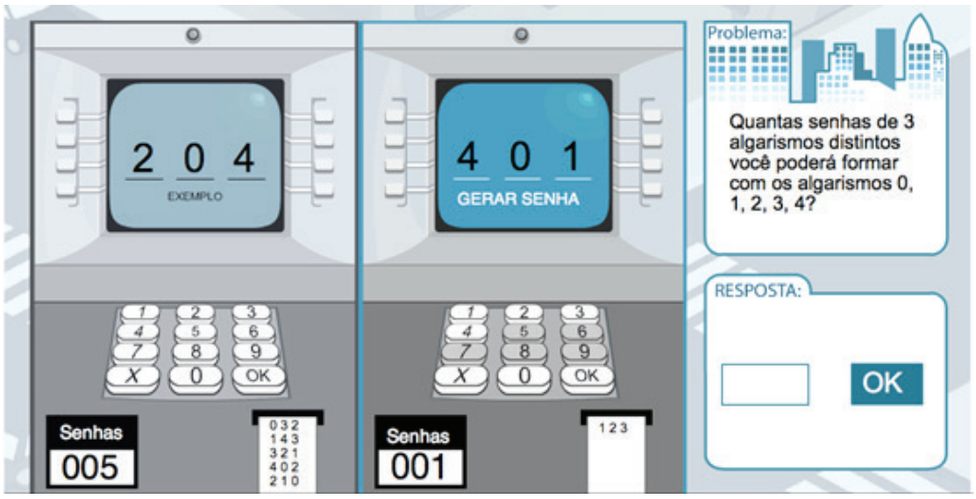


Quantos anagramas são formados com a palavra "Pare"?

Aspectos pedagógicos

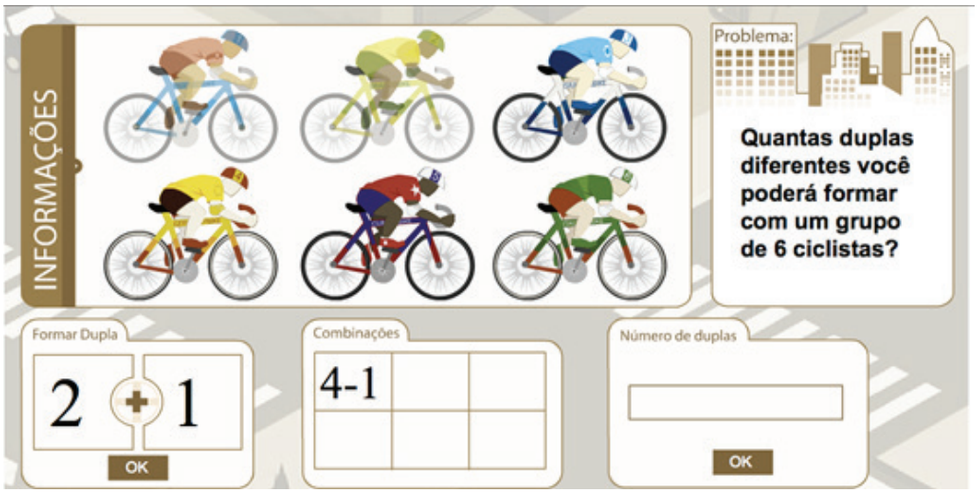
As atividades disponíveis no endereço que sugerimos permitem a resolução de problemas relacionados a arranjo, permutação e combinação sem a utilização de fórmulas. Isso funciona, novamente, como uma prévia do conteúdo e permite que os alunos se familiarizem com os assuntos das próximas seções, facilitando o entendimento da Análise Combinatória de maneira prática.

Esses exercícios funcionam de maneira bem lúdica, uma vez que é possível que os alunos gerem, na 1ª atividade, exemplos de senhas de banco.



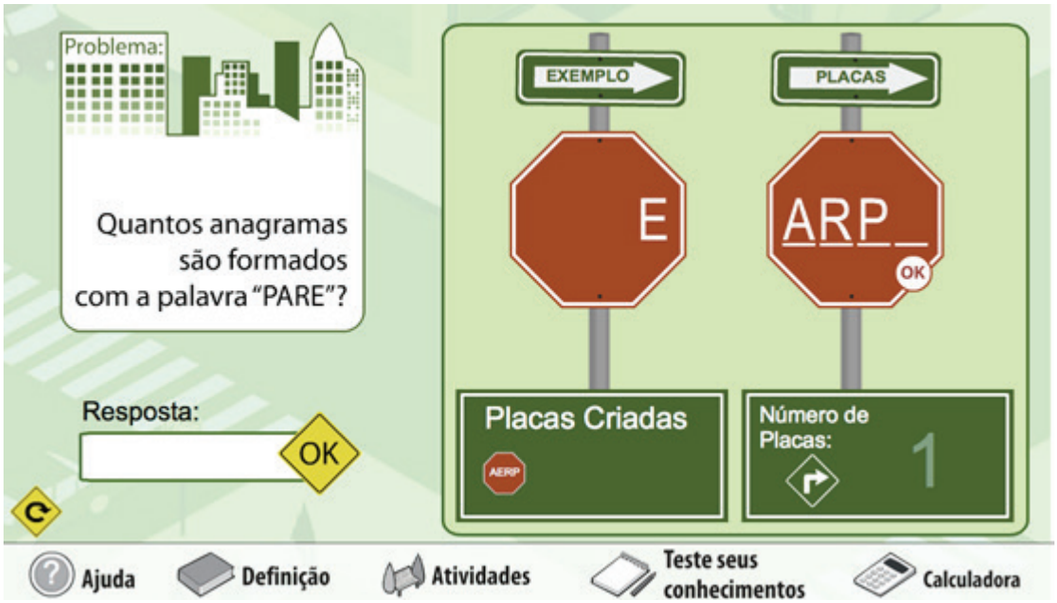
Alguns exemplos vêm explicitados no canto esquerdo e o aluno usar o teclado do jogo para gerar outras senhas, como foi feito no exemplo acima foram geradas 123 e 401. Quando o aluno encontrar a resposta e quiser saber se acertou, é só colocar no espaço reservado e dar ok.

Já na atividade 2, é possível formar as várias duplas de ciclistas.



Cada ciclista tem um número que vai de 1 a 6. Ao clicar nos ciclistas, os números aparecem no quadro formar dupla, como no exemplo acima (foram geradas duplas com os ciclistas 1 e 4 e com os ciclistas 1 e 2). Quando o aluno souber o resultado, basta colocar o valor no quadro destinado ao número de duplas e dar ok. Você pode aproveitar e pedir para que os alunos pensem e concluam que a dupla 2-1 corresponde à mesma dupla 1-2.

Por fim, é e criar possíveis placas ao permutar as letras na 3a atividade.



Nessa atividade, basta arrastar as letras e ordená-las na nova placa. Na imagem usada como exemplo, foi gerada a placa AERP e está sendo gerada a placa ARPE. Quando o aluno souber o resultado, basta colocar o valor no quadro destinado a respostas e dar ok.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Apresentando a história da Análise Combinatória	Os alunos farão uma apresentação sobre a história da Análise Combinatória	A atividade propõe um jogo de bingo, onde serão estudadas algumas propriedades e operações com logaritmos.	Grupos de 4 alunos	40 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em grupos de 4alunos e peça para que cada grupo escolha um dos temas a seguir. Se achar mais conveniente, faça um sorteio. Os temas podem se repetir, dependendo do número de alunos que você tem na turma.

1. Arquimedes
2. Niccolo Tartaglia
3. Girolamo Cardano
4. Pierre Fermat e Blaise Pascal
5. Gian Carlo Rota

Em seguida, vá para o laboratório de informática da escola e peça para que os grupos pesquisem de forma sucinta a vida e as contribuições desses Matemáticos para análise combinatória.

Peça para que os alunos montem 3 apresentaçõesnoPower Point com:

- Vida
- Contribuições para a análise combinatória
- Fontes

Peça para que os alunos enviem para o seu email as apresentações. Faça uma correção do português e das informações e monte um único arquivo com as pesquisas. Faça um slide de introdução e um de finalização, com as fontes pesquisadas. Insira também um slide os nomes dos alunos (divididos por grupos) e o tema que cada grupo pesquisou.

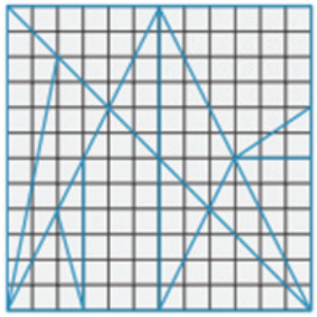
Exiba o resultado final para a turma. Se a escola tiver site ou blog, você também pode disponibilizar o resultado por lá.

Alguns alunos podem encontrar dificuldades em montar as apresentações no Power point por falta de habilidade com o software. Neste caso, para que o resultado final da turma seja homogêneo, peça a todos que façam o trabalho em cartolina. Organize uma exposição com esse material.

Aspectos pedagógicos

É importante que as pesquisas realizadas pelos alunos façam referência aos seguintes aspectos.

- A análise combinatória surge da necessidade de cálculos seguros para jogos de azar.
- Arquimedes (Grego, 287 a.C. - 212 a.C.). Elaborou o Stomachion, aparentemente um jogo constituído de quatorze peças que devem ser encaixadas para formar um quadrado.



Stomachion

Em dezembro de 2003, o historiador de Matemática Reviel Netz publicou um trabalho afirmando que o Stomachion não era um mero passatempo, mas um objeto desenvolvido por Arquimedes para fins de Análise Combinatória.

- Niccolo Tartaglia (Italiano, 1500-1557) foi um dos primeiros a desenvolver estudos sobre o número de combinações possíveis para um determinado fenômeno. Elaborou uma tabela contendo o número de combinações possíveis no lançamento de dois dados.
- Girolamo Cardano (Italiano, 1501-1576) fez estudos importantes sobre jogos de azar. Além de contribuir com elementos básicos ao cálculo de probabilidades, Cardano desenvolveu mais profundamente as técnicas de contagem de combinações.
- Blaise Pascal (Francês, 1623-1662) e Pierre de Fermat (Francês, 1601-1665) desenvolveram em seus trabalhos teorias de contagem que vieram representar as primeiras grandes sistematizações da Análise Combinatória e constituiras bases do estudo probabilidades.
- Gian Carlo Rota (Italiano naturalizado nos Estados Unidos, 1932 - 1999) ajudou a formalizar o estudo da Análise Combinatória.

Seção 1 – Fatorial de um número

Páginas no material do aluno
7 a 9

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	De malas prontas	Cópias da folha de atividades, computador com Datashow e acesso à internet, cartolina, calculadora, caneta pilot	Os alunos assistirão a um vídeo, que mostra um funcionário de uma empresa aérea utilizando conceitos de análise combinatória para ajudar uma passageira a fazer a mala. Depois de assistir o vídeo, a turma irá elaborar um cartaz com cálculos fatoriais	Grupos de 4	25 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1083 . Sugira aos grupos que realizem os seguintes cálculos fatoriais. Se achar conveniente, peça que os alunos utilizem calculadora, que pode ser a do celular.

1! 2! 3! 4! 5! 6! 7! 8! 9! 10!

Em seguida, peça para que a turma organize um cartaz com os cálculos realizados e exponha esse cartaz na sala de aula. Isso facilitará a realização dos próximos exercícios.

Aspectos pedagógicos

Professor, o cálculo fatorial é importante para o estudo da Análise Combinatória. Por isso, antes da atividade, você pode começar definindo fatorial de um número n,representado por n!, como o produto de todos os inteiros positivos menores ou iguais a n e fazer um exemplo para a turma.

Exemplo: Calcular 12!

12! = 12.11.10.9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 479 001 600

Se for necessário, faça outros exemplos.Em seguida, peça para os grupos fazerem os cálculos. Se encontrarem dificuldades neste processo, poderão usar a calculadora.

1! = 1

2! = 2.1 = 2

3! = 3.2.1 = 6

4! = 4.3.2.1 = 24

5! = 5.4.3.2.1 = 120

6! = 6.5.4.3.2.1 = 720

7! = 7.6.5.4.3.2.1 = 5 040

8! = 8.7.6.5.4.3.2.1 = 40 320

9! = 9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 362 880

10! = 10.9.8.7.6.5.4.3.2.1 = 3 628 800

Mostre a eles que, se respeitarem a ordem dada, o cálculo de um dado fatorial ficará facilitado pelo cálculo do exemplo anterior.

Na elaboração do cartaz (que poderá ser um único por turma) peça bastante capricho, uma vez que sua exposição em sala facilitará os cálculos necessários para a resolução dos problemas das próximas seções. A organização do cartaz pode ser feita de acordo com a sugestão dos alunos, mas é possível sugerir os números de cores diferentes (todos os 1 com a mesma cor, os 2 com outra cor, etc) e os resultados em preto. Serão necessárias 11 cores distintas.

Seção 1 – Fatorial de um número

Páginas no material do aluno
7 a 9

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Memória dos fatoriais	Um conjunto de cartas para cada dupla, feitas a partir do modelo disponibilizado no pendrive / DVD	Nesta atividade, a ideia é a mesma do jogo da memória tradicional, porém as cartas que formam pares não são as idênticas,mas as que correspondem a diferentes representações para expressões numéricas que envolvem.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Semelhantemente ao que foi proposto em outras unidades, recomendamos aqui um jogo da memória. Como mencionamos nas ocasiões anteriores, no jogo da memória tradicional, os participantes arrumam as cartas viradas sobre a mesa, de modo que não seja possível ver o que está desenhado ou escrito em cada uma. Cada jogador desvira duas cartas e observa seus conteúdos. Se estes forem diferentes, as cartas são viradas novamente e é a vez do outro jogador fazer o mesmo. Porém, se os conteúdos das cartas forem idênticos, o jogador recolhe para si as duas cartas e desvira outras duas. Ganha o jogo o jogador que tiver o maior número de pares de cartas idênticas.

Nesta atividade, a ideia é a mesma do jogo da memória tradicional, mas o critério para a formação de pares é diferente: as cartas que formam pares não são as idênticas e sim as que correspondem a diferentes representações para expressões numéricas envolvendo fatoriais.

Para começar, professor, você pode distribuir um conjunto de cartas, como as disponibilizadas no pen drive, para cada dupla. É necessário recortá-las. Na dupla, um será adversário do outro. Peça-lhes que observem atentamente as cartas e, antes de iniciarem o jogo, identifiquem os pares correspondentes. Se necessário, faça uma pequena revisão sobre os fatoriais de um número e as possibilidades de simplificação de frações que possuem fatoriais no numerador e no denominador. Você pode ainda propor aos alunos que criem novas cartas, incrementando o jogo. Ao final, peça que os alunos exponham os raciocínios e estratégias que usaram para jogar.

Aspectos pedagógicos

Repetindo o que ressaltamos nas outras situações em que sugerimos um jogo como recurso didático, é importante que, além de jogar, os alunos tenham oportunidade de refletir sobre as propriedades dos conceitos trabalhados no jogo. Por isso pedimos que você solicitasse aos alunos a exposição dos raciocínios e estratégias que empregaram enquanto jogaram.

A primeira propriedadedos fatoriais que o jogo permite perceber é a igualdade entre 0! e 1!. A igualdade entre estes fatoriais pode causar certo estranhamento uma vez que 0 é diferente de 1. Outra propriedade se refere à multiplicação de um número natural pelo fatorial de outro número - por exemplo, alguns alunos podem pensar que 2 x 5! é igual a 10!. Para desfazer esta ideia equivocada, recomendamos que você desenvolva as duas expressões e efetue os cálculos, preferencialmente numa calculadora, comprovando que os resultados são diferentes. Entretanto, vale lembrar que, mesmo fazendo isso, na simplificação de frações, equívocos deste tipo podem se repetir. Não se espante se, inicialmente, algum aluno associar as cartas e à carta 1!. Sendo assim, mais uma vez, você deve insistir no desenvolvimento das expressões e efetuar os cálculos.

Professor, aconselhamos que as simplificações destacadas sejam bastante analisadas e que todas as dúvidas a respeito delas sejam sanadas. Afinal, os alunos terão que lidar com elas no estudo dos arranjos e das combinações. Se as situações das cartas não forem suficientes, você pode propor outras. A criação de novas cartas pelos alunos também pode ser útil nesse sentido. Estimule-os!

Seção 2 – Princípio fundamental da contagem

Páginas no material do aluno
9 a 18

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O princípio multiplicativo e os modos de se vestir	Cópias da folha de atividades	Atividade de resolução de problemas relacionados ao princípio multiplicativo	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade de resolução de problemas relacionados ao princípio multiplicativo. Antes de iniciá-la, é interessante que você dialogue com seus alunos sobre as diversas circunstâncias do dia a dia em que temos mais de uma maneira de tomar decisões e precisamos contá-las. Em seguida, professor, você pode entregar uma ficha como a que está em anexo para cada dupla ler, interpretar e tentar resolver as situaçõesproblema propostas. Ao final, sugerimos que você e seus alunos façam uma grande roda para que os problemas sejam debatidos. Durante todo este processo, esteja atento aos procedimentos empregados por eles, às suas formas de interpretação e lembre-se: não basta oferecer respostas prontas, é fundamental estimular a troca de ideias e a exposição dos modos de pensar.

Aspectos pedagógicos

Analisando os problemas propostos na ficha, você perceberá que se trata de uma situação corriqueira, muito recorrente nos livros didáticos e muito usada pela maioria dos professores quando introduz o princípio multiplicativo. Nossa intenção ao colocá-la é privilegiar os conhecimentos adquiridos pelos alunos, uma vez que, certamente, a maioria deles não terá dificuldades na resolução de cada item. Acreditamos que refletindo sobre situações que já dominam e sobre os procedimentos que empregaram para resolvê-las, os alunos conseguirão aprimorar suas capacidades de comparar situações problema em geral e identificar aquelas que, apesar de aparentemente distintas, podem ser resolvidas com o emprego de um mesmo tipo de raciocínio ou princípio. Sendo assim, aconselhamos que você, ao longo da atividade, procure fazer este tipo de comparação. Você pode, por exemplo, comparar a situação da ficha em que é necessário contar todas as possibilidades que uma pessoa tem de se arrumar, dispondo de certo número de peças de roupa, com aquela em que a pessoa está num restaurante e pretende saber de quantas maneiras distintas ela pode compor uma bandeja colocando um prato quente, uma salada e uma sobremesa. É importante que os alunos percebam que apesar de os enredos das situações serem distintos - um fala sobre modos de se vestir e o outro fala sobre modos de se alimentar - o princípio multiplicativo pode ser empregado na solução das duas. As duas situações requerem a obtenção do número de maneiras de se tomar três decisões sucessivamente,tendo como ponto de partida o número de maneiras de se tomar cada decisão separadamente. Nesse sentido, é aconselhável que você insista na identificação das decisões a serem tomadas em cada situação. No caso da situação da ficha, podemos dizer que a escolha do sapato é a primeira decisão, a escolha da calça é a segunda e a escolha da camisa é a terceira. Se existem, respectivamente, 3, 2 e 6 maneiras de tomá-las, então existem 36 modos distintos da pessoa se arrumar, como mostra o esquema a seguir:

6	x	2	x	3	= 36 possibilidades
Opções de Camisas		Opções de Calças		Opção de Pares de Sapatos	

Já se ficar estabelecido que a pessoa vestirá a camisa rosa, ela só terá então que escolher o sapato e a calça. Terá, portanto, 6 maneiras de se arrumar:

1	x	2	x	3	= 6 possibilidades
Somente a Camisa Rosa		Opções de Calças		Opção de Pares de Sapatos	

Professor, como já dissemos anteriormente, apesar de a situação ser simples e bastante conhecida, alguns alunos podem ter dificuldades para concluir que a operação a ser efetuada é a multiplicação. Se isso acontecer, é adequado recorrer a outras representações para a mesma situação. O desenho de uma árvore de possibilidades ou de uma tabela de dupla entrada (nos casos em que a situação só exigir a tomada de duas decisões) pode ajudar muito.

Por fim, no último item da ficha, invertemos o número de camisas e de calças para promover uma reflexão mais ampla sobre as aplicações dos conhecimentos matemáticos no cotidiano. Note que, apesar de o número de maneiras que a pessoa tem de se arrumar ser o mesmo da situação anterior, na vida prática, a maioria das pessoas prefere ter 2 calças e 6 camisas do que ter 6 calças e 2 camisas. Questione seus alunos sobre o que eles preferem e as causas de suas preferências. Não deixe passar a oportunidade de, mais uma vez, trazer o dia a dia para a sala de aula.

Seção 2 – Princípio fundamental da contagem

Páginas no material do aluno
9 a 18

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Uma encenação para o princípio multiplicativo	Cópias da folha de atividades, folhas de rascunho e sucatas	A proposta desta atividade é que os alunos, divididos em grupos, escrevam e atuem em cenas curtas que envolvam a tomada de decisões sucessivas e a contagem dos modos como isso pode se dar	Grupos com 5 a 6 alunos	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

A proposta desta atividade é que seus alunos, divididos em grupos, escrevam e façam pequenasencenações. Não se trata de uma encenação qualquer, mas de cenas que envolvam a tomada de decisões sucessivas e a contagem dos modos como isso pode se dar. Em outras palavras, ascenas devem abordar uma situação problema que envolva o princípio multiplicativo na sua solução.

Para começar, professor, você pode pedir aos alunos que se organizem em grupo e, neste caso, sugerimos que esta organização ocorra com base nas afinidades pessoais. Afinal, numa situação em que eles precisarão se expor mais do que estão acostumados, é preciso que estejam à vontade e, entre amigos, tudo se torna mais fácil.

Depois que estiverem divididos, sorteie o tema que caberá a cada grupo. Nossas sugestões de tema são: a) decisão do modo de se arrumar, escolhendo um sapato, uma calça e uma camisa entre vários; b) decisão do modo como montar uma bandeja para uma refeição, sabendo que é necessário escolher um prato quente, uma salada e uma sobremesa e c) decisão do modo como podem pintar uma bandeira formada por certo número de faixas, dispondo de um número de cores distintas e que não podem se repetir. Não tem importância se o tema se repetir em mais de um grupo, mas você pode, ainda, pedir outras sugestões aos próprios alunos ou deixá-los livres para escolherem a situação que quiserem. Apenas reforce a ideia de que, qualquer que seja a situação, é necessário que sua solução envolva o princípio multiplicativo.

Dando prosseguimento, você pode distribuir as folhas de rascunho e pedir aos alunos que escrevam a história e a fala dos personagens. Peça também que realizem um pequeno ensaio antes de fazerem suas apresentações. Se for preciso, avise-os previamente da atividade e sugira que tragam para a aula vestimentas, sucatas e outros adereços que poderão servir para compor o cenário ou o figurino das cenas.

Procure dar oportunidade para que todos se apresentem e, ao final das apresentações, analise coletivamente as situações, procurando identificar os conceitos matemáticos que as assemelham.

Aspectos pedagógicos

Embora encenar numa aula de Matemática pareça estranho, esta tarefa pode dar grandes contribuições aos processos de construção dos conceitos estudados. Acreditamos que o esforço de criar uma situação problema, mediada pelo uso da língua materna e com determinadas características conceituais (neste caso, o princípio multiplicativo), leva o aluno a organizar mentalmente seus conhecimentos sobre o assunto, fazendo-o reconhecer aquilo que já compreende e o que está em vias de ser compreendido. Além disso, é inevitável que, na encenação, os indivíduos envolvidos recorram a outras linguagens como os gestos, as expressões faciais, desenhos no cenário e outros símbolos sociais. Esta diversidade de linguagens é outro aspecto favorável à construção de conceitos. Como já mencionamos em aulas anteriores, o uso de várias linguagens e a conversão, quando possível, de uma representação para outras, leva o aluno a aprofundar seus conhecimentos sobre os objetos (matemáticos ou não) que estão sendo representados. Por isso, uma recomendação é que você, em suas avaliações, retome as situações problema encenadas.

Vale lembrar que esta atividade permite que os alunos busquem as aplicações daquilo que estudam no dia a dia e contribui para a integração da Matemática com a Educação Artística. Se for possível, envolva o professor desta disciplina no seu trabalho e não se assuste se tudo for tomando uma proporção maior do que aquela que você esperava inicialmente. Caso os alunos se interessem, faça reapresentações das cenas fora da sala de aula, para que os alunos de outras turmas possam assistir. Coragem!

Seção 3 – Permutação simples

Páginas no material do aluno
18 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Fotografando permutações	Cópias da folha de atividades	A atividade traz uma proposta de reflexão com seus alunos sobre as diversas maneiras que um grupo de 5 pessoas tem de se organizar lado a lado para tirar uma fotografia.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, nesta atividade, apresentamos uma situação problema baseada no roteiro de ação 6, que compõe o curso de formação continuada para professores do 3º ano do Ensino Médio – 1º bimestre,da rede estadual do Rio de Janeiro, em parceria com a Fundação CECIERJ.Esta atividade permitirá que seus alunos reflitam sobre as diversas maneiras que um grupo de 5 pessoas tem de se organizar lado a lado para tirar uma fotografia.

Para começar, antes mesmo de distribuir as fichas, é interessante que você estabeleça uma conversa com a turma sobre as circunstâncias do nosso cotidiano em que precisamos ordenar objetos ou pessoas. Convide um grupo de alunos para vir à frente da turma e se organizar em fila. Peça aos demais alunos que registrem cada organização e que sugiram novas organizações, diferentes da que for apresentada inicialmente. Faça os alunos trocarem de lugar na organização,dando vida a estas sugestões. Tudo isso pode ajudá-los a atribuir significado às situações propostas na ficha.

Ao distribuir as fichas, é aconselhável que você peça aos alunos que procurem identificar semelhanças entre as situações ali propostas e as que acabaram de vivenciar com os colegas, à frente da turma. Enquanto eles resolvem, esteja atento aos raciocínios empregados. Quando todas as duplas concluírem a tarefa, peça-lhes que exponham suas soluções.

Aspectos pedagógicos

Para responder às questões propostas na ficha, os alunos devem perceber que, em cada foto, são necessárias 5 posições diferentes, uma ao lado da outra. A partir daí, eles precisam identificar que cada posição deverá ser ocupada por apenas uma pessoa do grupo e que esta pessoa não poderá ocupar outra posição na mesma foto. Estes, inclusive, são aspectos que tornam semelhantes as situações da ficha e aquelas vivenciadas em aula, imediatamente antes da distribuição das fichas.

Para resolver o item 1, eles podem usar o Principio Fundamental da Contagem. Assim temos:

1ª Posição		2ª Posição		3ª Posição		4ª Posição		5ª Posição		
5	X	4	X	3	X	2	X	1	= 120	possibilidades
Opções de pessoas		Opções de pessoas		Opções de pessoas		Opções de pessoas		Opções de pessoas		

Outra forma de resolver esse problema é verificar que são 5 pessoas ocupando 5 posições e que se trata de uma permutação simples $P_5 = 5! = 5.4.3.2.1 = 120$.

Para resolver o item 3, esperamos que seus alunos concluam que Ana, Bernardo e Carla, os alunos da história, devem estar dispostos alternadamente na foto. Assim temos:

1ª Posição		2ª Posição		3ª Posição		4ª Posição		5ª Posição		
3	x	2	x	2	x	1	x	1	=	12 possibilidades
Opções de aluno		Opções de professor		Opções de aluno		Opções de professor		Opções de aluno		

Já, para resolver o item 4, seus alunos devem concluir que a 1ª e a 5ª posição são destinadas aos professores, Jonas e Gabriela, e que as restantes destinam-se aos três alunos. Assim teremos:

1ª Posição		2ª Posição		3ª Posição		4ª Posição		5ª Posição		
2	x	3	x	2	x	1	x	1	=	12 possibilidades
Opções de professor		Opções de aluno		Opções de aluno		Opções de aluno		Opções de professor		

Um encaminhamento comum para questões deste tipo, e que pode ser apresentado por alguns alunos, é dividir a situação em dois casos e permutar apenas os alunos. Assim, um caso é o que o professor está na primeira posição e a professora está na última e outro é o que a professora está na primeira posição e o professor está na última. Para cada caso, temos 6 possibilidades (número de maneiras que os três alunos podem trocar de lugar entre si) e a resposta esperada é a soma dos resultados obtidos nos dois casos.

Deixamos o item 2 para comentar por último, pois acreditamos que ele seja o de mais difícil compreensão para os seus alunos. Nossa experiência tem mostrado que, para questões deste tipo, os alunos geralmente tratam o grupo que deve permanecer junto como um único indivíduo. Desta forma, os três alunos seriam um indivíduo a ser permutado com os dois professores, o que resulta em 6 possibilidades (3!). Porém, como os três alunos podem trocar de lugar entre si, cada uma destas possibilidades se desdobra em outras seis e a resposta da questão é, então, 6 x 6 = 36 possibilidades.

Quando os alunos expuserem seus raciocínios, procure identificar os pontos em comum entre as várias duplas e, se for preciso, liste algumas possibilidades que contemplem as restriçõesimpostas em cada item: os alunos ficarem alternados, os professores estarem nas extremidades, os alunos permanecerem juntos, etc. Lembre-se de refletir com seus alunos que, quando não há restrições, o número de possibilidades aumenta. Desenhe também as árvores de possibilidades. Embora você tenha avançado no assunto e já esteja abordando uma fórmula para permutações simples, muitos alunos ainda poderão precisar de exemplos e de representações gráficas para fazer generalizações.

Seção 3 – Permutação simples

Páginas no material do aluno
18 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	As permutações num passeio de automóvel pelo Rio	Cópias da folha de atividades	Os alunos poderão vivenciar as várias maneiras de que um grupo de 5 pessoas dispõe para se acomodar num automóvel de 5 lugares	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, professor, também apresentamos uma situação problema adaptada do roteiro de ação 6, que compõe o curso de formação continuada para professores do 3º ano do Ensino Médio – 1º bimestre, da rede estadual do Rio de Janeiro, em parceria com a Fundação CECIERJ. Nela, você e seus alunos poderão vivenciar as várias maneiras de que um grupo de 5 pessoas dispõe para se acomodar num automóvel de 5 lugares.

Para começar, aconselhamos novamente que você estabeleça uma conversa com a turma sobre as situações do nosso cotidiano em que precisamos ordenar objetos ou pessoas. Sugerimos ainda que você desenhe no quadro o esboço de um automóvel semelhante ao que é citado na ficha e escreva o nome de 5 alunos,o que preencherá todos os lugares disponíveis. Em seguida, convide outros alunos a vir ao quadro para desenhar novos esboços, que atribuam novos lugares aos mesmos ocupantes. É importante que cada esboço fique registrado, para que você possa analisá-los em conjunto com seus alunos. Nesta análise, procure comparar cada organização e estabelecer restrições que permitam à turma agrupá-las. Um exemplo seria o grupo das organizações que têm determinada pessoa como motorista ou, ainda, o grupo das organizações que têm determinada pessoa como motorista e outra pessoa específica no carona – que seria um subgrupo do primeiro exemplo. Se julgar necessário, em vez de desenhar um esboço do automóvel, pegue as cadeiras da sala de aula, organize-as de maneira a simular a disposição dos assentos e peça a 5 alunos para se sentarem e trocarem de lugar entre si. Insistimos nestas ações, pois acreditamos que elas podem ajudar seus alunos a atribuir significado às situações propostas na ficha.

Sugerimos que, somente após esta vivência com a turma, você distribua as fichas e peça aos alunos que identifiquem as semelhanças entre as situações ali propostas e as que acabaram de vivenciar. Enquanto eles resolvem, esteja atento aos raciocínios empregados. Quando todas as duplas concluírem a tarefa, peça-lhes que exponham suas soluções.

Aspectos pedagógicos

Professor, na apresentação desta atividade, apresentamos orientações sobre a maneira de vivenciar, com seus alunos em sala, uma situação semelhante à proposta na ficha. Nossa intenção é tornar a situação o mais familiar pos-

sível, facilitando assim sua interpretação. Novamente, você pode adequar nossas orientações às necessidades da sua turma. Enquanto para alguns alunos, esta vivência pode ser desnecessária, para outros, pode servir como excelente recurso no caminho da abstração das ideias.

Para resolver os itens presentes na ficha, esperamos que os alunos percebam que cada lugar do automóvel refere-se a uma posição diferente. Teremos, portanto,5 posições diferentes, sendo 2 na frente e 3 atrás. A partir daí, eles precisam identificar que cada pessoa só poderá ocupar um lugar no automóvel. Com base nestas observações, facilmente concluirão que, não havendo restrição para o motorista ou para o carona, há 5! - ou seja, 120 maneiras - de o grupo ocupar o automóvel.

No item 2, os alunos precisam perceber que, se somente Jonas puder ocupar o lugar do motorista, então só há uma possibilidade de ocupação deste lugar e cada um dos outros lugares poderá ser ocupado por qualquer um dos outros 4 membros do grupo. Assim teremos:

Motorista		Carona		Direita		Meio		Esquerda		
1	X	4	X	3	X	2	X	1	=	24 possibilidades
Somente Jonas		Opções		Opções		Opções		Opções		

Seguindo a mesma linha de raciocínio, no terceiro item, tendo as restrições de que o motorista será Jonas e que Gabriela ocupará o lugar do carona, os alunos devem reconhecer que só há uma possibilidade para ocupação destes lugares e que cada um dos outros poderá ser ocupado por qualquer um dos alunos, ficando:

Motorista		Carona		Direita		Meio		Esquerda		
1	X	1	X	3	X	2	X	1	=	6 possibilidades
Somente Jonas		Somente Gabriela		Opções		Opções		Opções		

Aqui destacamos que você pode aproveitar esta solução para refletir com seus alunos sobre a resolução do item seguinte, o item 4, em vez de iniciar isoladamente o estudo da situação. No item 4, Gabriela e Jonas podem trocar de lugar entre si e isso conduz à duplicação das 6 possibilidades que acabamos de obter, permitindo concluir que há, neste caso, 12 possibilidades.

Por fim, no item 5, temos:

Motorista		Carona		Direita		Meio		Esquerda		
2	X	3	X	3	X	2	X	1	=	36 possibilidades
Jonas ou Gabriela		André ou Beatriz ou Carlos		Opções		Opções		Opções		

Nesta situação, é recomendável alertar seus alunos que, apesar de os grupos de professores e de alunos serem abordados separadamentepara as posições de motorista e de carona, para a ocupação das posições de trás, o professor que não foi escolhido para motorista se junta aos dois alunos que não sentaram na posição do carona. Isso nos dá 3 possibilidades para a ocupação da direita, 2 para o meio e 1 para a esquerda. Não deixe de refletir também que, em problemas como estes, mesmo que não saibamos quem vai ocupar uma posição, é possível contar as possibilidades de ocupação das demais posições. Muitas vezes, isto não é uma ideia simples para alguns alunos, que insistem em querer listar os casos para contá-los.

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades, material do aluno	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade, dividido em duas etapas: a primeira consiste no registro de aprendizagens e a segunda em questões objetivase dissertativas, a serem escolhidas a critério do professor	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado à unidade 1 do Módulo 4. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades (disponível para reprodução neste material), as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Esse registro será feito a partir de questões elaboradas por nós, e que reproduzimos a seguir. No entanto, é importante ressaltar que estas questões devem complementar as que você já usa para avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas.

1. Qual o conteúdo matemático estudado nesta unidade?

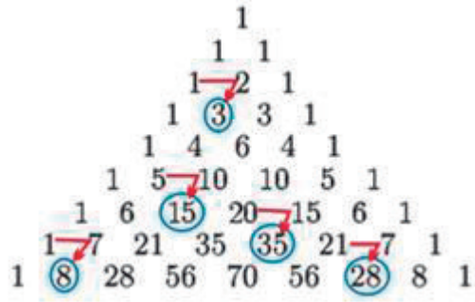
2. Complete a tabela a seguir:

n	(n-1)!	n!
7	?	?
6	120	?
?	24	120
?	6	?

3. Uma concessionária oferece cinco cores diferentes para o mesmo modelo de veículo, além de duas opções diferentes de kits de acessórios externos. De quantos modos diferentes pode-se escolher um carro novo?

4. O técnico de futsal do "Habilidosos Esporte Clube" possui cinco jogadores considerados titulares. Todos jogam em qualquer posição. Uma vez escolhidas as posições dos jogadores em quadra, diz-se que uma formação está definida. Nestas condições, quantas formações são possíveis?

5. Escreva a próxima linha do triângulo de Pascal:



Sugerimos, também, que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, a serem entregues ao seu formador, durante o curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, sempre que for o caso, repensá-los de acordo com as questões e sugestões apresentadas.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo, sugerimos, nesta etapa, a escolha de pelo menos uma questão objetiva e uma discursiva. Elas devem contemplar uma das habilidadesque se deseja desenvolver nesta unidade.Nosso objetivo nesta etapa é fazer com que o aluno compreenda uma situação real, aplique o princípio multiplicativo ou o conceito de permutação e faça uma reflexão mais profunda sobre procedimentos para contagem.

Sugestão de questão objetiva para a avaliação:

Questão 1: (FUVEST)

Num programa transmitido diariamente, uma emissora de rádio toca sempre as mesmas dez músicas, mas nunca na mesma ordem. Para esgotar todas as prováveis sequências dessas músicas serão necessários aproximadamente:

a. 10 dias

b. Um século

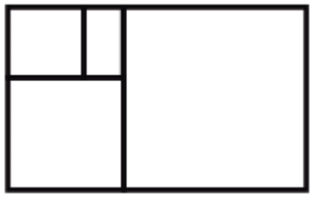
c. 10 anos

d. 100 séculos

e. 10 séculos

Sugestão de questão discursiva para a avaliação:

Questão 1: Dispondo-se de 5 cores distintas, de quantos modos diferentes é possível pintar a bandeira a seguir, sem repetição de cores?



Gabarito

Registros de Aprendizagem

1. Análise combinatória.

2.

n	(n-1)!	n!
7	720	5040
6	120	720
5	24	120
4	6	24

3. Primeiramente, escolhe-se a cor do veículo. Isto pode ser feito de cinco modos diferentes. Em segundo lugar, escolhe-se o acessório externo. Isto pode ser feito de dois modos diferentes. Pelo princípio multiplicativo, há 5 x 2 = 10 modos distintos de escolher o veículo.

4. Começa-se escolhendo o jogador que ocupará a posição1. Isto pode ser feito de cinco modos distintos. Feita a escolha da posição 1, para a posição 2, restam quatro possibilidades para a posição 2. Este raciocínio é repetido até a posição 1. Desta forma, haverá 5x4x3x2x1 = 5! = 120 formações distintas.

5. 1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

Resposta e comentários da questão discursiva sugerida:

Questão 1:

Você pode sugerir, inicialmente, que os alunos escolham as cores usadas para pintar a bandeira - por exemplo, azul, verde, vermelho, rosa e marrom. Apesar de ser irrelevante para o resultado, essa escolha pode ser muito importante para os alunos, pois ajuda a concretizar as ideias. A seguir, peça que deem números às regiões: 1, 2, 3 e 4 (a distribuição dos números pelas regiões também é irrelevante para problema).

Finalmente, você pode indicar que eles comecem pintando a região 1, perguntando de quantos modos isto pode ser feito e repetindo o procedimento para as regiões seguintes. Lembre-os de que não pode haver repetição!

A região 1 pode ser pintada de cinco modos distintos. Escolhida a cor da região 1, restam quatro possibilidades de cores para a região 2. Escolhida a cor da região 2, restam três possibilidades para a região 3. Escolhida a cor da região 3, restam duas possibilidades de cores para a região 1. Pelo princípio multiplicativo, existem 5x4x3x2 = 120 modos distintos de pintar a bandeira.

Resposta da questão objetiva sugerida

Sugere-se que você pergunte inicialmente sobre a relevância da ordem das músicas. Uma vez que eles tenham notado que é importante, induza-os a calcular o número procurado, sem necessariamente, escolher uma fórmula a ser aplicada. Peça-os que escolham a primeira música, a segunda música e assim sucessivamente. A partir daí, é possível que eles cheguem à resposta. Apesar de não ser necessário, o uso direto da fórmula é possível, desde que argumentos minimamente embasados sejam apresentados.

A primeira música pode ser escolhida de 10 modos distintos; feita esta escolha, a segunda música pode ser escolhida de 9 modos distintos e assim por diante. Logo, pelo princípio multiplicativo, há 10x9x8x...x2x1 = 10! modos distintos de escolher a lista de músicas. Consequentemente, serão necessários 10! (fatorial de 10) dias, para esgotar todas as possibilidades. Vamos converter esse número em anos e, para isto, vamos dividir por 360 dias (o mais exato seria dividir por 365 dias = 1 ano, mas o problema pede uma solução aproximada). Segue que anos. Logo, serão necessários 100 séculos para esgotar todas as possibilidades.

Volume 1 • Módulo 4 • Matemática • Unidade 2

Probabilidade 1

Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves

Introdução

Na unidade 2 do módulo 4 do material do aluno são apresentadas diversas situações e atividades que envolvem o conceito de probabilidade.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas. A descrição e o detalhamento destas sugestões estão registrados na tabela e nos textos a seguir.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora. É uma atividade que tem por objetivos iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, espera-se que os alunos consigam identificar o espaço amostral e os eventos envolvidos em um problema de probabilidade, bem como calcular probabilidades simples em situações cotidianas.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursoscomplementares, vinculados ao conteúdo do material didático. Eles estão relacionados ao uso da análise combinatória para determinar o número de elementos dos espaços amostrais e dos eventos, à distinção entre evento certo e evento improvável,ao reconhecimento de medidas de tendência central e também à resolução de problemas que envolvam os conceitos de desvio padrão e de coeficiente de variação. Sugerimos a utilização destes recursos nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que você faça alterações e adaptações sempre que achar necessário. Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento deve ser dedicado à resolução de problemas que promovam uma revisão do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. O segundo momento deve promover uma avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente. Também disponibilizaremos algumas questões de avaliações de larga escala, como o ENEM, os vestibulares, os concursos públicos, entre outros.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	4	2	6 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Probabilidade 1	Probabilidade
Objetivos da unidade	
Determinar espaço amostral e evento	
Calcular probabilidades simples	
Utilizar a análise combinatória em cálculos do número de elementos de espaços amostrais e evento	
Distinguir evento certo e improvável	
Seções	**Páginas no material do aluno**
Para início de conversa...	33 a 34
Seção 1 – Lançando moedas e dados	35 a 37
Seção 2 – Afinal, quais as minhas chances de vencer?	38 a 43
Resumo	42 a 43
Veja ainda	43
Referências Bibliográficas	43

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividades Iniciais

Descrevemos a seguir situações motivadoras, que têm por objetivo estimular os alunos a realizar uma discussão coletiva sobre o tema. Dessa forma, terão a oportunidade de se familiarizarcom o conteúdo antes da etapa de formalização, de forma empírica e a partir de atividades de fácil compreensão. Sugerimos que você escolha a que seja mais adequada à sua realidade - ou, se preferir, utilize uma atividade própria.

Atividade Inicial 1

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Lançamento de dois dados	Software Probabilidade: Dois Dados,que pode ser acessado em http://www.uff.br/cdme/prob--doisdados/prob--doisdados-html/prob-doisdados.html	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os conceitos de espaço amostral e eventosserão trabalhados e algumas probabilidades serão calculadas.	Duplas ou trios	30 minutos
	Logaritmo e Música	Lousa, caneta para quadro, computador conectado a Internet ou Data show	A partir da exibição de um vídeo, relacionando música e Matemática, serão propostas algumas reflexões sobre os logaritmos.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão identificar alguns eventos associados ao lançamento de dois dados. Leve os alunos até o laboratório de informática, divida-os em duplas ou trios e peça que cada grupo ocupe um computador. Oriente os alunos acompanhando a folha de atividades.

Professor, os alunos podem apresentar dificuldades na manipulação dos instrumentos de informática como o mouse. Alguns precisarão ser acompanhados mais de perto nessa hora. Recomendamos que você, inicialmente, disponibilize um tempo para que eles entendam o funcionamento do software e, em seguida, estabeleça o momento de compreensão do conteúdo matemático.

É comum os alunos apresentarem dificuldades com a linguagem matemática utilizada. Fique atento a isso e auxilie os alunos.

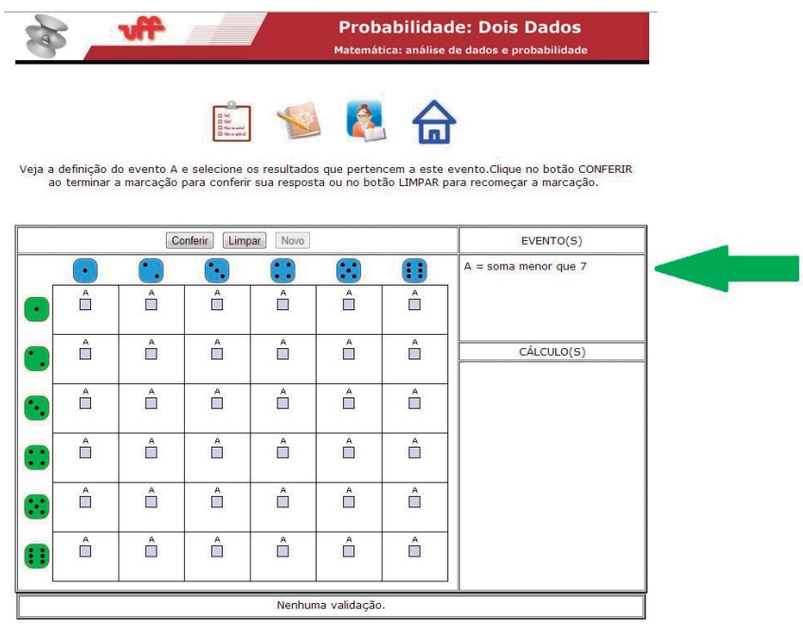
Também pode acontecer de algum aluno questionar o porquê da utilização de uma razão para determinar a probabilidade de um evento. Enfatize que isso é facilitado devido à obtenção de um espaço amostral equiprovável – esclareça o que significa essa palavra.

Folha de atividades – Lançamento de dois dados

Nome da escola: _____

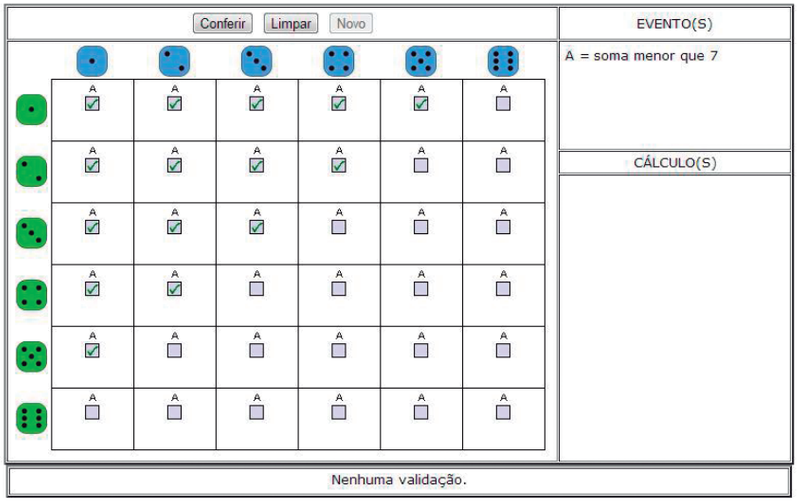
Nome do aluno: _____

Você está acessando um software chamado "Probabilidade: Dois Dados". No início de cada problema, você enxerga a seguinte interface:

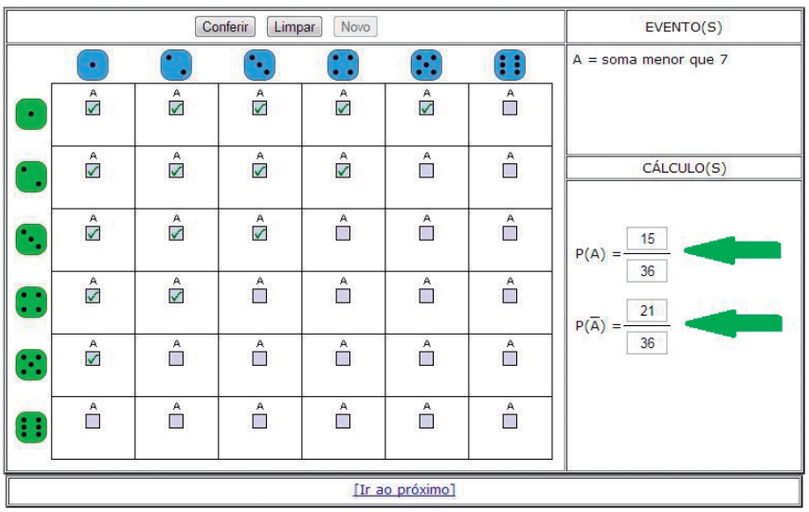


Em cada problema proposto, você deve observar a definição do evento A, selecionar os resultados que pertencem a este evento e calcular as probabilidades de ocorrência e de não ocorrência do evento A.

Por exemplo, no evento A da figura, a soma das faces obtidas nos lançamentos de um dado azul e um verde deve ser menor do que 7. Nesse caso, vamos selecionar os quadradinhos indicados na figura abaixo:



- Para selecionar os resultados, use o mouse e clique nos quadradinhos desejados. Caso você deseje desmarcar uma escolha, basta clicar novamente no quadradinho. Se quiser recomeçar, clique no botão Limpar
- Ao terminar a marcação, clique no botão Conferir
- Se suas escolhas não estiverem corretas, faça as correções necessárias.
- Após a marcação correta dos resultados associados ao evento A, você deve calcular a probabilidade P(A) de ocorrência do evento A e a probabilidade $P(\overline{A})$ de **não** ocorrência do evento A. Preencha os campos indicados e clique no botão Conferir



Quando seus cálculos estiverem corretos, use o link [Ir ao próximo] para selecionar um novo problema.

Atividade Inicial 2

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Meninas e Meninos	Software "Probabilidade: Eventos Equiprováveis" que pode ser acessado em http://www.uff.br/cdme/prob-bonecos/prob-bonecos-html/prob-bonecos.html	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os conceitos de espaço amostral e ocorrência de dois eventos simultaneamente serão trabalhados e algumas probabilidades serão calculadas	Duplas ou trios	40 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Ela é realizada em duas etapas. Na primeira, os alunos deverão identificar quais são os resultados associados a ocorrências de dois eventos A e B. Na segunda, eles devem utilizar a análise anterior para definir as ocorrências associadas a um terceiro evento D, resultado de alguma operação envolvendo os eventos A e B.Leve os alunos até o laboratório de informática, divida-os em duplas ou trios e peça que cada grupo ocupe um computador. Oriente os alunos acompanhando a folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Professor, os alunos podem apresentar dificuldades na manipulação dos instrumentos de informática como o mouse. Alguns precisarão ser acompanhados mais de perto nessa hora.

Na primeira etapa, sugira que os alunos procurem separadamente as ocorrências associadas a cada um dos eventos (A e B).Note que nem sempre o evento D será a ocorrência simultânea de A e B. Peça aos alunos que prestem bastante atenção à descrição do evento D.

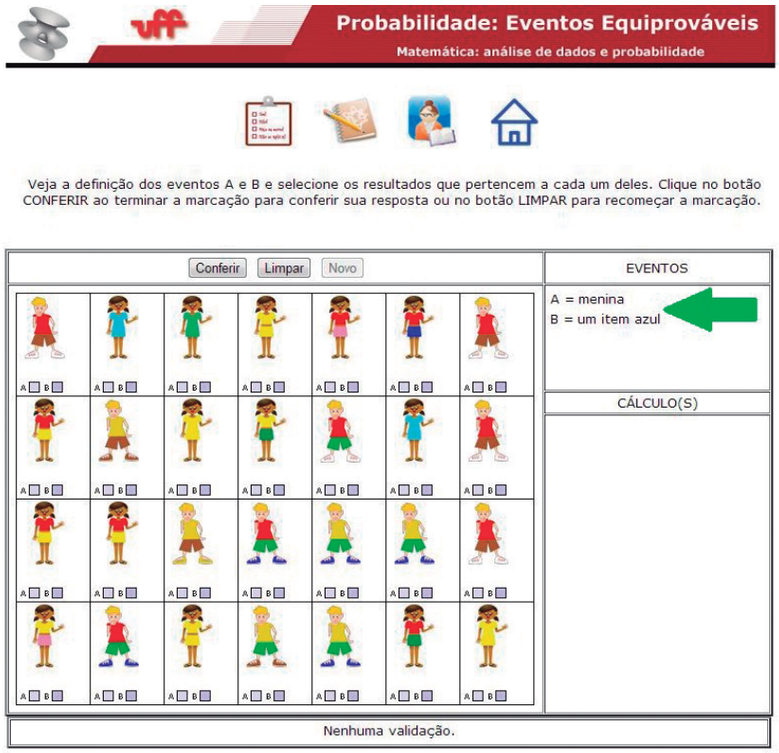
Para aproveitar melhor a atividade, use o quadro para descrever um exemplo similar, utilizando a linguagem de conjuntos: utilize os alunos da turma como espaço amostral e enumere os elementos do espaço amostral que usam óculos.Em seguida, enumere os elementos do espaço amostral que são mulheres e, por fim, enumere os elementos do espaço amostral que são mulheres e usam óculos. Mostre que tal conjunto é a interseção dos dois anteriores. A expectativa é que, após o trabalho discursivo no quadro, a atividade interativa seja mais bem explorada pelos alunos.

Folha de atividades – Meninas e Meninos

Nome da escola: _____

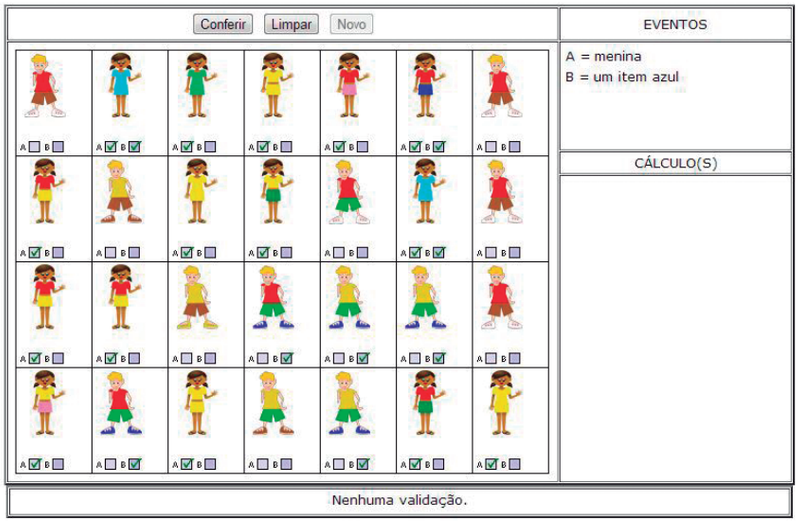
Nome do aluno: _____

Você está acessando um software chamado "Probabilidade: Eventos Equiprováveis". No início de cada problema, você enxerga a seguinte interface:

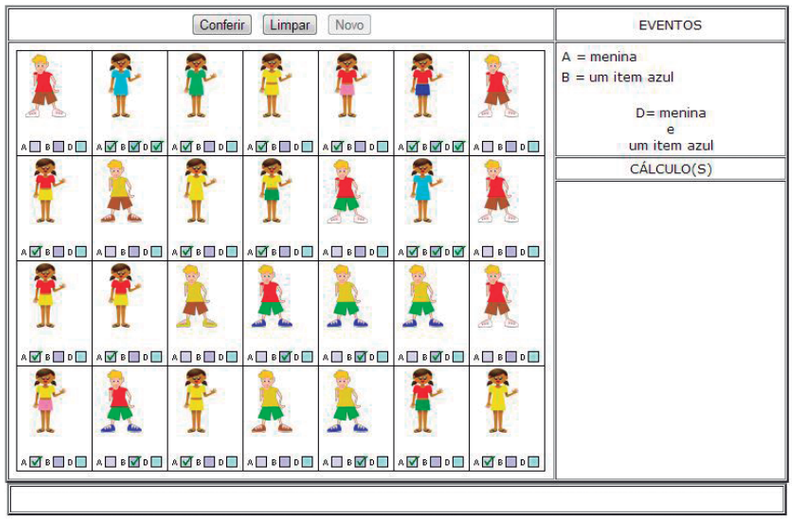


- Em cada problema proposto, você deve observar a definição dos eventos A e B, indicar se a ocorrência corresponde ou não aos eventos. Além disso, você também deve identificar as ocorrências associadas a um terceiro evento D, resultado de alguma operação envolvendo os eventos A e B,e calcular a probabilidade de ocorrência do evento D.

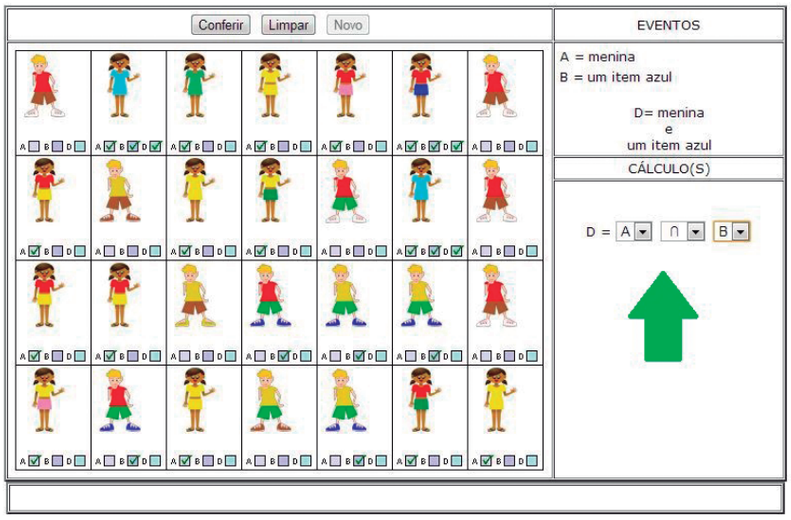
Por exemplo, no evento A da figura, devemos ter a ocorrência de uma menina. Já no evento, B, devemos selecionar ocorrências em que algum item do vestuário seja azul. Nesse caso, vamos selecionar os quadradinhos indicados na figura abaixo:



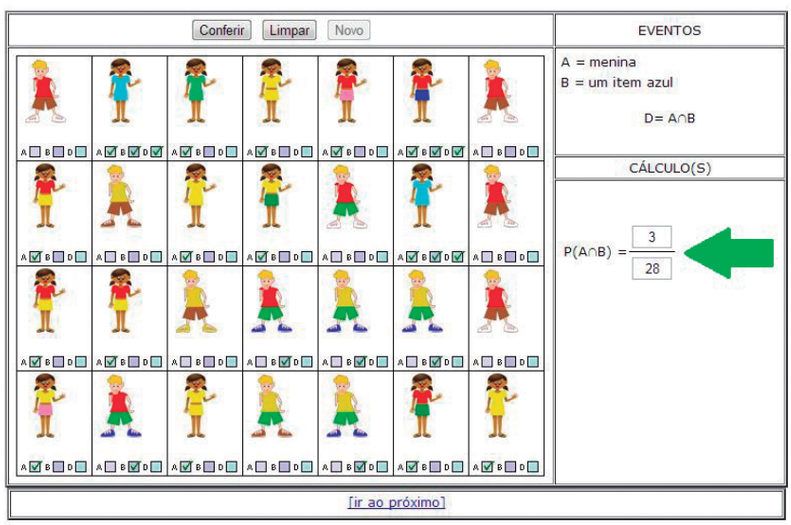
- Para selecionar os resultados, use o mouse e clique nos quadradinhos desejados. Caso você deseje desmarcar uma escolha, basta clicar novamente no quadradinho. Se quiser recomeçar, clique no botão Limpar
- Ao terminar a marcação, clique no botão Conferir
- Se suas escolhas não estiverem corretas, faça as correções necessárias.
- Após a marcação correta dos resultados associados aos eventos A e B, você deve agora identificar as ocorrências associadas ao evento D, resultado de alguma operação envolvendo os eventos A e B:



- Você deve expressar (através de operações de conjuntos) as ocorrências do evento D em termos das ocorrências dos eventos A e B.



- Após a conferência, calcule a probabilidade P(D) de ocorrência do evento D. Preencha os campos indicados e clique no botão Conferir



Quando seus cálculos estiverem corretos, use o link [Ir ao próximo] para selecionar um novo problema.

Seção 1 – Lançando Moedas e Dados

Páginas no material do aluno
35 a 37

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jankenpon	Folha de atividades, 3 dados de cores diferentes preparados previamente, fita crepe, caneta hidrocor, calculadora	Neste jogo, cada um dos participantes do grupo escolhe e lança um dos três dados, quetêm faces numeradas diferentes dos dados que conhecemos. São feitas perguntas sobre as probabilidades de vitória associada a cada dado	Grupos de 4 a 5 jogadores	30 minutos

[1] Atividade adaptada de JANKENPON

Unicamp. Disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1016.

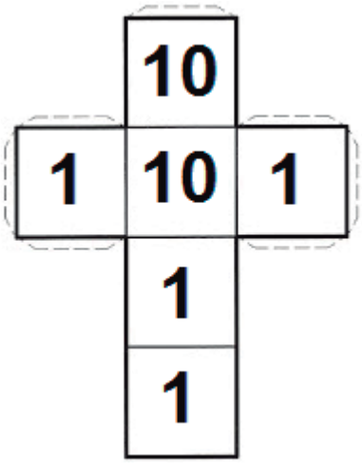
Aspectos operacionais

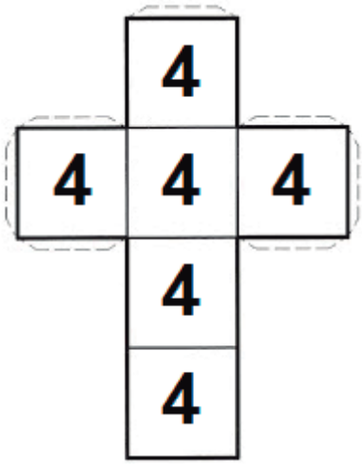
Primeiramente, apresente a pergunta inicial para a turma: a princípio, o dado B tem mais chances de ganhar que o dado A, e o dado A tem mais chances de ganhar que o dado C. Dessa forma, pergunta-se: o dado B tem mais chances de ganhar que o dado C?

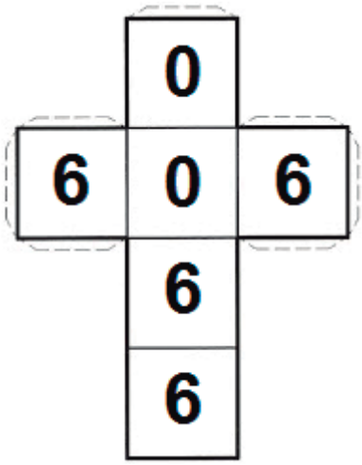
Em seguida, divida a turma em grupos de 4 a 5 jogadores.

Distribua a folha de atividades para cada grupo, juntamente com 3 dados de seis faces numerados conforme a figura a seguir.

Dentro de cada grupo, constituir duas equipes adversárias.


10
1
10
1
1
1


4
4
4
4
4
4


0
6
0
6
6
6

Em seguida, explique para os alunos as regras do jogo.

1. Cada uma das duas equipes escolhe um dos três dados para utilizar até o fim do jogo;
2. As equipes lançam seus dados simultaneamente;
3. Marca um ponto a equipe que obtiver a face maior;
4. Ganha o jogo a equipe que completar 10 pontos primeiro.

Em seguida, peça que respondam a seguinte pergunta: existe o melhor dado entre os três?

Os alunos poderão ficar jogando e marcando seus pontos durante cerca de 20 minutos, o que gera algo em torno de 10 a 15 partidas. Peça aos alunos que registrem, na tabela a seguir, as informações e resultados de cada partida.

Dados Escolhidos		**Marcou Pontos**
Dado _____	**Dado _____**	
Equipe vencedora		

Em seguida, terá início a segunda etapa da atividade: a análise das informações.

Peça aos alunos que preencham a tabela a seguir com os valores referentes dados obtidos na primeira etapa da atividade.

Dado	Face	Frequências
A	1	
	10	
B	4	
C	0	
	6	

De posse dessas frequências, os alunos irão calcular as probabilidades de o dado X vencer o dado Y. A pergunta principal da atividade é "O dado B tem mais chances de ganhar do que o dado C?". Como é possível que algum grupo não tenha escolhido esses dois dados e, por isso, não esteja em condições de responder imediatamente a pergunta, coloque as informações de cada grupo no quadro, para que todos vejam e possam pensar juntos nestes cálculos.Caso não haja qualquer discrepância, é esperado um resultado similar em todos os grupos.

Aspectos pedagógicos

É natural esperar que as frequências observadas estejam próximas da proporção de faces com o resultado no respectivo dado. No entanto, a variabilidade da frequência observada em torno do valor teórico pode ser grande se o número de lançamentos for pequeno. Por exemplo, para o dado A, esperamos que 2/6 = 33,3% dos lançamentos apresentem face 10. No exemplo acima, ao lançar um dado balanceado, obtivemos 13/25 = 52% de faces 10. Isso pode acontecer e faz parte das características dos fenômenos aleatórios.

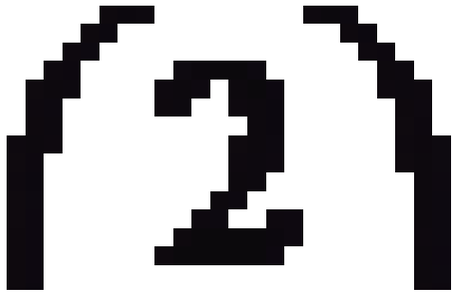
Podemos assumir que os resultados obtidos em cada dado são independentes dos resultados obtidos nos outros, ou seja, saber que obtivemos face 10 no dado A não afeta a probabilidade de obter face 6 no dado C, por exemplo. Para cada par de dados, denotemos por (i, j) o resultado i obtido no primeiro dado e o resultado j obtido no segundo dado. Com a suposição acima, a probabilidade de obter o resultado (i, j) é o produto das probabilidades de obter o resultado i e o resultado j, nos respectivos dados. Por exemplo:

Solução comentada:

Para cada par de dados, denotemos por (i, j) o resultado i obtido no primeiro dado e o resultado j obtido no segundo dado. Com a suposição acima, a probabilidade de obter o resultado (i, j) é o produto das probabilidades de obter o resultado i e o resultado j, nos respectivos dados. Para os dados A e B, os possíveis resultados são {(1, 4); (10, 4)}, com probabilidades.

Como o dado B marca um ponto com o resultado (1, 4), B tem mais chances de ganhar de A, então, B é melhor que A. Para os dados A e C, os possíveis resultados são:

com probabilidades:



O dado A ganha com os resultados (1, 0), (10, 0) ou (10, 6),ou seja, com probabilidade:

Portanto, A é melhor que C. Finalmente para os dados B e C, os possíveis resultados são {(4, 0); (4, 6)} com probabilidades:

Como o dado C marca um ponto sobre B com o resultado (4, 6), C tem mais chances de ganhar que B, logo, C é melhor que B.

Dessa forma, podemos entender que o fato de um dado ser melhor que outro depende do dado de comparação: não há algum que seja melhor que todos, para cada dado há sempre outro melhor.

Folha de atividades – Jankenpon

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Regras do Jogo:

1. Cada equipe escolhe um dos três dados, que será usado até o fim do jogo;
2. As equipes lançam seus dados simultaneamente;
3. Marca um ponto a equipe que obtiver a face maior;
4. Ganha o jogo a equipe que completar 10 pontos primeiro.

PRIMEIRA ETAPA: Jogar e Coletar Informações

Preencha uma tabela para cada partida anotando os dados escolhidos no cabeçalho e, em cada linha, as faces obtidas e quem marcou ponto em cada rodada.

Dados Escolhidos		**Marcou Pontos**
Dado _____	**Dado _____**	
Equipe vencedora		

SEGUNDA ETAPA: Análise das Informações

Considerando todos os jogos realizados preencha a tabela de frequências abaixo.

Dado	Face	Frequências
A	1	
	10	
B	4	
C	0	
	6	

Agora, siga as orientações do(a) professor(a) e responda à pergunta:

O dado B tem mais chances de ganhar que o dado C? Justifique.

R: _____

Seção 1 – Lançando Moedas e Dados

Páginas no material do aluno
35 a 37

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Corrida de cavalos	Cópias da folha de atividades, dois dados por grupo	Atividade de lançamento de dados, que determinam o número do cavalo que vai pular uma casa no tabuleiro. Desenvolve raciocínio lógico, conceito de probabilidade e raciocínio combinatório	Grupos de 4 ou 5 jogadores	40 minutos

Aspectos operacionais

Divida os alunos em grupos de 4 a 5 componentes e distribua uma folha de atividades para cada grupo. Nesta folha, ocorrerá a corrida de cavalos.

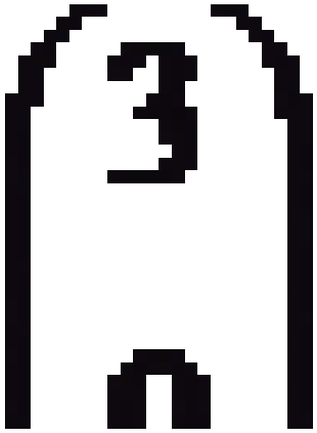
Para iniciar o jogo, cada aluno deverá lançar o dado uma vez. Quem tirar o maior resultado no dado começará o jogo. As jogadas seguintes seguem o sentido horário. O primeiro jogador escolhe dois números, de 1

a 13, que representam os cavalos que estão na disputa. Segue-se a ordem dos jogadores até que todos tenham escolhido seus cavalos.

O primeiro jogador inicia a disputa lançando os dois dados. A soma dos resultados obtidos nos dois dados determina o cavalo que irá dar o primeiro passo no tabuleiro. Exemplo: o primeiro dado mostra a face 2 e o segundo mostra a face 4. Então, como 2+4=6, o cavalo de número 6 avança uma casa no tabuleiro.Ganha o jogador cujo cavalo chegar primeiro ao final do tabuleiro. Oriente os alunos acompanhando a folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Em caso de falta de dados para realizar a atividade, imprima várias cópias do molde do dado abaixo e monte-os.



Os cavalos representados pelos números 1 e 13 possuem probabilidade zero de ocorrer, pois a soma dos dois dados varia de 2 a 12.

Após o jogo, compare os resultados dos demais grupos registrando os três cavalos mais bem colocados em cada grupo.

Demonstre a probabilidade de cada cavalo ser sorteado com o lançamento dos dados.

Cavalo 1 - nunca;

Cavalo 2 - uma chance (1+1);

Cavalo 3 - duas chances (1+2) e (2+1);

Cavalo 4 - três chances (1+3), (3+1) e (2+2);

Cavalo 5 - quatro chances (1+4), (4+1), (2+3) e (3+2);

Cavalo 6 - cinco chances (1+5), (5+1), (2+4), (4+2) e (3+3);

Cavalo 7 - seis chances (1+6), (6+1), (2+5), (5+2), (3+4) e (4+3);

Cavalo 8 - cinco chances (2+6), (6+2), (3+5), (5+3) e (4+4);

Cavalo 9 - quatro chances (3+6), (6+3), (4+5) e (5+4);

Cavalo 10 - três chances (4+6), (6+4) e (5+5);

Cavalo 11 - duas chances (5+6) e (6+5);

Cavalo 12 - uma chance (6+6);

Cavalo 13 - nunca.

Peça aos alunos que escrevam a razão entre o número de chances e o total de possibilidades (36). Compare os resultados obtidos na corrida de cavalos com os obtidos no cálculo do percentual de chance de cada um. Se a brincadeira fosse novamente proposta, em quais cavalos apostariam agora?

Folha de atividades – Corrida de Cavalos

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Segue abaixo o tabuleiro para realizar o jogo da Corrida de Cavalos

Jóquei/Cavalos													
Distância	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
100m													
200m													
300m													
400m													
500m													
600m													
700m													
800m													
900m													
1000m													
1100m													
1200m													
1300m													
1400m													
1500m													
1600m													
1700m													
1800m													
1900m													
2000m													

Seção 1 – Lançando Moedas e Dados

Páginas no material do aluno
35 a 37

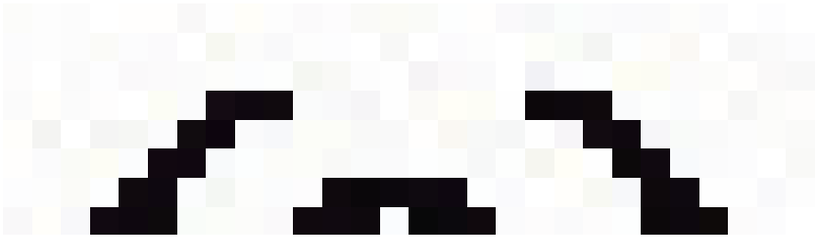
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Roda Matemática	Arquivo em flash Roda Matemática, disponível em http://portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/recursos/917/probabilidades/mat5_ativ1b.htm	Este recurso trabalha com o conceito de probabilidade a partir do jogo de roleta. Também são discutidos, por intermédio de frações, os cálculos de probabilidades	Grupos de 3 ou 4	15 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em equipes de 3 ou 4 alunos.Exiba o recurso para a turma, mostrando alguns exemplos de jogadas.

Cada equipe deverá jogar as 10 rodadas separadamente. Ao final, a equipe que conseguir o maior saldo, vence.A divisão da turma em grupos de 3 ou 4 é para que não haja muitas equipes, pois cada uma delas deverá cumprir as 10 rodadas antes de dar a vez para a segunda equipe.

O aluno tem à sua disposição as possibilidades de escolha de aposta. Primeiro ele escolhe sua opção de aposta, em seguida identifica em uma tabela de frações quais as suas chances de acerto e, conforme o resultado obtido, deve calcular sua pontuação conquistada ou perdida.



Aspectos pedagógicos

Professor, os alunos podem apresentar dificuldades no cálculo das probabilidades. Como o jogo não tem o fator tempo, você pode utilizar as dúvidas que surgirem em cada rodada para tecer as explicações que julgar necessárias ao grupo.

O critério de pontuação do jogo é inversamente proporcional à probabilidade de acerto. Isto é, quanto maior a probabilidade de acerto, menos pontos serão conquistados e, quanto maior a probabilidade de acerto, mais pontos serão conquistados. Dessa maneira, alguns alunos podem demonstrar dificuldades no entendimento deste tipo de pontuação. Auxilie-os para que possam utilizar esse critério de pontuação como estratégia para ganhar o jogo.

Seção 1 – Lançando Moedas e Dados

Páginas no material do aluno
35 a 37

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Troca ou não troca	Três copos opacos de plástico e uma moeda	A atividade visa mostrar uma situação prática – no caso, um jogo - em que se aplica o conceito de probabilidade de acerto	Individual	35 minutos

Aspectos operacionais

O professor dispõe de três copos opacos e de uma moeda, colocados sobre uma mesa.Utilizando alguns livros ou outros objetos, faz uma barricada, para que coloque a moeda em um dos copos sem que ninguém da turma possa ver. Depois disso, a barricada é retirada e somente os copos ficam visíveis aos alunos.

Em seguida, o professor pedirá que um aluno escolha aleatoriamente o copo em que acha que a moeda foi colocada. Diante da escolha, o professor fará a seguinte alteração no cenário da atividade: além do copo escolhido pelo aluno – que poderá conter a moeda ou não - certamente ainda haverá pelo menos um copo vazio (sem moeda). Um destes copos sem moeda, então, é eliminado da atividade.

Far-se-á, então, uma nova indagação ao aluno: "Diante dos dois copos que restaram sobre a mesa, você prefere permanecer com a sua escolha ou quer trocar de copo?"

Após a opção do aluno, o professor revelará a localização da moeda e preencherá o seguinte quadro que deverá ser escrito no quadro.

Preferiu trocar	Acertou?

A atividade é finalizada quando todos da turma participarem da brincadeira. Após a compilação do todos os dados na tabela, os alunos em conjunto com o professor calcularão o percentual de acerto daqueles que preferiram trocar e daqueles que não preferiram trocar.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade é muito intrigante para os alunos. Com efeito, quando um dos copos é retirado, o aluno fica com a sensação de que as chances que lhe restaram para ganhar passam de 33,33% para 50%. Esta é uma sensação, porém, equivocada. Na escolha do copo ainda no início da atividade, o aluno tinha 1/3 de chances de acertar e, consequentemente, 2/3 de chances de errar. Quando um dos copos que não contém a moeda foi retirado, restaram sobre a mesa apenas dois copos: o que foi escolhido pelo aluno inicialmente e o outro copo. Dessa forma, o copo que foi escolhido inicialmente ainda mantém a probabilidade de 1/3 de chances de ser o correto, por ter sido escolhido ainda quando havia sobre a mesa 3 copos. Ao passo que o outro copo que ficou sobre a mesa "assume" a probabilidade do erro, isto é, 2/3.

Sendo assim, os dados na tabela mostrarão que aproximadamente 2/3 dos alunos que quiseram trocar de copo terão acertado e 1/3 terão errado. Além disso, 1/3 dos alunos que não quiserem trocar de copo terão acertado e 2/3 errado.

A justificativa apresentada na orientação anterior deve ser exposta de maneira muito clara para os alunos, sobretudo no que diz respeito aos resultados aproximados. Afinal, este é uma excelente oportunidade para explicar como o tamanho da amostra influencia na precisão do cálculo das probabilidades.

Seção 2 – Afinal, quais as minhas chances de vencer?

Páginas no material do aluno
38 a 43

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Urnas	vídeo Coisa de passarinho, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1070, calculadoras científicas e cópias dafolha de atividades	a atividade discute o conceito de probabilidade de um evento através de um vídeo. No problema proposto, os alunos devem determinar o espaço amostral e calcular a probabilidade de um evento dado	Duplas	25 minutos

[2] Fonte
http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1070

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo para a turma.

Divida a turma em duplas e distribua as calculadoras e as folhas de atividades.

Depois que as duplas trabalharem com o problema proposto, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

Aspectos pedagógicos

Valorize a relação entre o vídeo assistido e o problema proposto. Estimule a comparação entre eventos com chances maiores e menores de ocorrência e, se quiser, proponha esta mesma atividade com variações do tipo: mais bolinhas, bolinhas identificáveis, mais bolinhas e mais urnas.

Solução comentada:

As urnas e bolinhas podem ser representadas por símbolos. Vamos usar a barra | para representar a lateral da urna ou uma divisória entre duas urnas, e * para representar uma bolinha. Com esta representação, a sequência

|*||**|

nos diz que uma bola foi colocada na primeira urna, nenhuma na segunda e duas na terceira.

Queremos determinar a probabilidade de obter a sequência

|*|*|*|

com uma bolinha em cada urna.

Como temos 3 asteriscos e 4 barras (duas das quais são fixas pois são extremos e nenhuma bolinha fica fora das urnas), para determinar todos os resultados possíveis, basta permutarmos os asteriscos e as barras intermediárias. Isto é, devemos calcular todas as possibilidades de trocarmos as posições de duas barras em uma sequência de 5 símbolos. Isto é, devemos calcular a combinação de 5 elementos dois a dois. (caso os alunos tenham dificuldade com combinatória, as possibilidades podem ser obtidas manualmente). Isto é

$C_2^5 = \frac{5!}{3!2!} = 10$ possibilidades.

Como a sequência |*|*|*|

corresponde a uma dessas possibilidades, a probabilidade de sua ocorrência é igual a $\binom{5}{2}^{-1}$.

Folha de atividades – Urnas

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Problema:

Suponha que você tem 3 bolinhas indistinguíveis entre si que serão colocadasaleatoriamente (sem nenhum critério estabelecido) em 3 urnas. Em cada urnapodem ser colocadas no máximo 3 bolinhas.Qual é a probabilidade de que nenhuma urna fique vazia?

Seção 2 – Afinal, quais as minhas chances de vencer?

Páginas no material do aluno
38 a 43

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Problema dos Pontos	vídeo Cara ou coroa disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1062, calculadoras científicas, moedas e cópias dafolha de atividades	Os alunos devem retomar um problema exposto no vídeo, em que Pascal e Fermat discutem sobre a maneira mais justa de dividir o prêmio de um jogo que foi interrompido antes de seu término.	Duplas	40 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo para a turma. Em seguida, divida a turma em duplas e distribua as moedas, as calculadoras e as folhas de atividades. Depois que as duplas trabalharem com o problema proposto, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

Aspectos pedagógicos

Discuta as regras de realização das partidas. Deixe claro que cada dupla está simulando a continuação do jogo de Pascal e Fermat, que foi interrompido com o placar de 8×7 favorável a Fermat.

Certifique-se de que, em cada partida, a moeda seja lançada apenas o número de vezes necessário para que Pascal ou Fermat completem 10 pontos. Lembre-se de que no início de cada partida, Pascal já tem 7 pontos e Fermat, 8 pontos. Além disso, se o resultado for cara, Pascal marca um ponto e se o resultado for coroa, Fermat marca um ponto.Enfatize que a simulação pode não condizer com as chances calculadas em cada caso. É só uma forma de experimentação da situação.

Folha de atividades – Problema dos pontos

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Vamos verificar se a solução teórica obtida pelospersonagens é coerente com as probabilidades reais de vitória de cada um deles.

- Em cada dupla, decidam que será o Pascal e quem será o Fermat.
- Em cada partida, a moeda deve ser lançada se o resultado for cara, Pascal marca um ponto. Se o resultado for coroa, Fermat marca um ponto.
- Cada partida termina quando um jogador completar 10 pontos.
- As duplas devem disputar 10 partidas e anotar o vencedor em cada uma delas. Sempre lembrando que vamos admitir que Pascal já marcou 7 pontos e Fermat, 8 pontos.
- Use a tabela abaixo para anotar os vencedores

Partida	Resultado do primeiro lançamento	Resultado do segundo lançamento	Resultado do terceiro lançamento	Resultado do quarto lançamento	Vencedor (Fermat ou Pascal)
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					

- Informe ao professor quantas vitórias foram de Fermat e quantas de Pascal.
- Utilizando os dados de todas as duplas anotados pelo professor no quadro, calculem a chance de vitória de cada um dos personagens.

Solução comentada

Para facilitar a visualização, algumas partidas foram simuladas na tabela abaixo. Indicamos, a ocorrência de cara na moeda por R e de coroa por C. na última coluna, foram feitos alguns comentários.

Partida	Resultado do primeiro lançamento	Resultado do segundo lançamento	Resultado do terceiro lançamento	Resultado do quarto lançamento	Vencedor (Fermat ou Pascal)
1	C	C			FERMAT Com dois lançamentos da moeda, Fermat marcou 2 pontos. Juntamente com seus 8 iniciais totalizou 10 pontos e venceu essa partida.
2	R	C	C		FERMAT Em três lançamentos da moeda, Pascal marcou 1 ponto e Fermat marcou 2 pontos. Juntamente com seus 8 iniciais, Fermat totalizou 10 pontos e venceu essa partida.
3	R	R	C	R	PASCAL Em quatro lançamentos da moeda, Pascal marcou 3 ponto e Fermat marcou 1 pontos. Juntamente com seus 7 iniciais, Pascal totalizou 10 pontos e venceu essa partida.
4	R	R	C	C	FERMAT Em quatro lançamentos da moeda, Pascal marcou 2 ponto e Fermat marcou 2 pontos. Juntamente com seus 8 iniciais, Fermat totalizou 10 pontos e venceu essa partida.
5					
6					
7					

8					
9					
10					

- Informe ao professor quantas vitórias foram de Fermat e quantas de Pascal.
- Utilizando os dados de todas as duplas anotados pelo professor no quadro, calculem a chance de vitória de cada um dos personagens.

Para o cálculo das chances de vitória de cada um dos personagens, devemos calcular

$$T = \text{total de partidas} = quantidade\ de\ duplas \times 10(\ partidas\ por\ dupla)$$

A probabilidade de vitória de Fermat P(F) é dada por

$$P(F) = \frac{\sum quantidade\ de\ vitórias\ de\ Fermat\ por\ dupla}{T}$$

A probabilidade de vitória de Pascal P(Pa) é dada por

$$P(Pa) = \frac{\sum quantidade\ de\ vitórias\ de\ Pascal\ por\ dupla}{T}$$

Atividades de avaliação

Nessa seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto. As atividades dessa seção também promoverão a reflexão do aluno sobre os conteúdos abordados.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para a avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir:

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Cópias da folha de atividades	Atividade propõe que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade, bem como a resolução dos exercícios de revisão	Individualmente	25 minutos

Aspectos operacionais

Resolva os exercícios da folha de atividades para o aprimoramento e registro das aprendizagens que obteve durante as últimas aulas.

Aspectos pedagógicos

Durante a execução da tarefa, verifique como os alunos utilizam as informações do enunciado para a resolução dos problemas.Auxilie os alunos que apresentam dificuldades, relembrando as definições e resultados.Enfatize a necessidade de utilizarem os conceitos básicos de probabilidade e de sempre utilizarem espaços equiprováveis.

Esta etapa pode estar articulada à seção Veja ainda no material do aluno.

Solução comentada:

O lançamento de uma moeda é um evento aleatório porque não se pode determinar, com certeza, qual face estará voltada para cima, quando a moeda cair. O que podemos calcular é a probabilidade de uma face ocorrer. As tabelas abaixo representam as possibilidades que podem ocorrer no lançamento de uma, duas e três moedas. Considere a letra K representando a "cara" na face voltada para cima, quando a moeda cai e a letra C representando a "coroa" (valor da moeda) na face voltada para cima.

1 MOEDA – TABELA 1

FACE PARA CIMA	K	C

2 MOEDAS – TABELA 2

FACE PARA CIMA	K	C
K	(K,K)	(K,C)
C	(C,K)	(C,C)

3 MOEDAS – TABELA 3

FACE PARA CIMA	K	C
(K,K)	(K,K,K)	(K,K,C)
(K,C)	(K,C,K)	(K,C,C)
(C,K)	(C,K,K)	(C,K,C)
(C,C)	(C,C,K)	(C,C,C)

a. Observe a segunda tabela. Qual o número total de possibilidades no lançamento de duas moedas? Complete a tabela 2. Feito na tabela

O total de possibilidades são os 4 pares ordenados

b. Observe a terceira tabela. Qual o número total de possibilidades no lançamento de 3 moedas? Complete a tabela 3. Feito na tabela

O total de possibilidades são os 8 ternos ordenados

c. Partindo do raciocínio das tabelas 1, 2 e 3, qual o número total de possibilidades no lançamento de 4 moedas?

Se o lançamento é de uma moeda o total de possibilidades é 21 = 2

Se o lançamento é de uma moeda o total de possibilidades é 22 = 4 (Talvez seja mais fácil, para os alunos, 2 .2)

Se o lançamento é de uma moeda o total de possibilidades é 23 = 8 (Talvez seja mais fácil, para os alunos, 2 .2 . 2)

Se o lançamento é de uma moeda o total de possibilidades é 24 = 16 (Talvez seja mais fácil, para os alunos, 2 .2 . 2 . 2)

d. No lançamento de duas moedas, qual a probabilidade das duas faces serem iguais?

D = { (K,K) , (C,C) } P(D) = 2/4 = 1/2

e. No lançamento de três moedas, qual a probabilidade de se obter exatamente duas faces iguais?

E = {(K,C,K), (C,K,K), (C,C,K), (K,K,C), (K,C,C), (C,K,C) } P(E) = 6/8 = ¾ OU

Todo espaço amostral menos os ternos em que as faces são todas iguais P(E) = 1 – P(não E)

f. No lançamento de três moedas, qual a probabilidade de se obter exatamente duas faces iguais e serem "coroa"?

F = { (C,C,K), (K,C,C), (C,K,C) } P(E) = 3/8 = 3/8

g. No lançamento de três moedas, qual a probabilidade de se obter exatamente, uma face "cara" ou uma face "coroa"?

Evento = uma face C ou uma face K= { (K,C,K), (C,K,K), (K,K,C), (K,C,C), (C,K,C), (C,C,K)}

P(Evento) = 6/8 = 3/4

Folha de atividades – Lançamento de Moeda

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

O lançamento de uma moeda é um evento aleatório porque não se pode determinar, com certeza, qual face estará voltada para cima, quando a moeda cair. O que podemos calcular é a probabilidade de uma face ocorrer. As tabelas abaixo representam as possibilidades que podem ocorrer no lançamento de uma, duas e três moedas. Considere a letra K representando a "cara" na face voltada para cima, quando a moeda cai e a letra C representando a "coroa" (valor da moeda) na face voltada para cima.

1 MOEDA – TABELA 1

FACE PARA CIMA	K	C

2 MOEDAS – TABELA 2

FACE PARA CIMA	K	C
K	(K,K)	
C		(C,C)

3 MOEDAS – TABELA 3

FACE PARA CIMA	K	C
(K,K)	(K,K,K)	
(K,C)		(K,C,C)
(C,K)		
(C,C)	(C,C,K)	

a. Observe a segunda tabela. Qual o número total de possibilidades no lançamento de duas moedas? Complete a tabela 2.

b. b) Observe a terceira tabela. Qual o número total de possibilidades no lançamento de 3 moedas? Complete a tabela 3.

c. Partindo do raciocínio das tabelas 1, 2 e 3, qual o número total de possibilidades no lançamento de 4 moedas?

d. No lançamento de duas moedas, qual a probabilidade de as duas faces serem iguais?

e. No lançamento de três moedas, qual a probabilidade de se obter exatamente duas faces iguais?

f. f) No lançamento de três moedas, qual a probabilidade de se obter exatamente duas faces iguais e serem coroa?

g. No lançamento de três moedas, qual a probabilidade de se obter exatamente, uma face cara ou uma face coroa?

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso	Cópias da folha de atividades	O aluno realizará uma questão que contemple uma das habilidades pretendidas nessa unidade	Individualmente	25 minutos

Aspectos operacionais

Sugerimos, nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno se familiarize com questões cobradas em avaliações de larga escala, como ENEM, vestibulares, concursos, etc. As questões estão listadas na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas.

Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere as equivocadas ressaltando onde reside o erro. Ressalte a complexidade de algumas questões desse tipo e que, em alguns casos, abordam diferentes conteúdos.

As questões objetivas de vestibulares, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Dessa forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

Folha de atividades – Questões de avaliações de larga escala ou concurso

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questão 1

(ENEM 2011) - Todo o país passa pela primeira fase de campanha de vacinação contra a gripe suína (H1N1). Segundo um médico infectologista do Instituto Emílio Ribas, de São Paulo, a imunização "deve mudar", no país, a história da epidemia. Com a vacina, de acordo com ele, o Brasil tem a chance de barrar uma tendência do crescimento da doença, que já matou 17 mil no mundo. A tabela apresenta dados específicos de um único posto de vacinação.

Campanha de vacinação contra a gripe suína

Datas da vacinação	Público-alvo	Quantidade de pessoas vacinadas
8 a 19 de março	Trabalhadores da saúde e indígenas	42
22 de março a 2 de abril	Portadores de doenças crônicas	22
5 a 23 de abril	Adultos saudáveis entre 20 e 29 anos	56
24 de abril a 7 de maio	População com mais de 60 anos	30
10 a 21 de maio	Adultos saudáveis entre 30 e 39 anos	50

Disponível em: http://img.terra.com.br. Acesso em: 26 abr. 2010 (adaptado)

Escolhendo-se aleatoriamente uma pessoa atendida nesse posto de vacinação, a probabilidade de ela ser portadora de doença crônica é

a. 8%.

b. 9%.

c. 11%.

d. 12%.

e. 22%.

Questão 2

(ENEM/2012) José, Paulo e Antônio estão jogando dados não viciados, nos quais, em cada uma das seis faces, há um número de 1 a 6. Cada um deles jogará dois dados simultaneamente.

José acredita que, após jogar seus dados, os números das faces voltadas para cima lhe darão uma soma igual a 7. Já Paulo acredita que sua soma será igual a 4 e Antônio acredita que sua soma será igual a 8.

Com essa escolha, quem tem a maior probabilidade de acertar sua respectiva soma é:

a. Antônio, já que sua soma é a maior de todas as escolhidas.

b. José e Antônio, já que há 6 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 4 possibilidades para a escolha de Paulo.

c. José e Antônio, já que há 3 possibilidades tanto para a escolha de José quanto para a escolha de Antônio, e há apenas 2 possibilidades para a escolha de Paulo.

d. José, já que há 6 possibilidades para formar sua soma, 5 possibilidades para formar a soma de Antônio e apenas 3 possibilidades para formar a soma de Paulo.

e. Paulo, já que sua soma e a menor de todas.

Solução das questões:

Questão 1 - Letra C

Total de pessoas vacinadas: 200 (casos possíveis)

Número de pessoas portadoras de doenças crônicas: 22 (casos favoráveis)

P = 22/200 = 11/100 = 11%

Questão 2 - Letra D

Espaço amostral Ω = {(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)

Soma 7 = {(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)} logo P(soma 7) = 6/36

Soma 4 = {(1,3), (2,2), (3,1)} logo P(soma 4) = 3/36

Soma 8 = {(2,6), (3,5), (4,4), (5,3), (6,2)} logo P(soma 8) = 5/36

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Atividades complementares ao material do aluno	Cópias da folha de atividades	O aluno realizará uma questão que contemple uma das habilidades pretendidas nessa unidade	Individualmente	25 minutos

Aspectos operacionais

As questões complementam aquelas apresentadas nesta unidade do material do aluno. Devem ser utilizadas - e, se preciso, adaptadas – de acordo com a realidade e as necessidades de cada turma.

Aspectos pedagógicos

Solução Atividade 1:

Evento A: Retirar bola preta ou branca

Espaço Amostral (Ω): Retirar uma das bolas

n(A) = 4 + 2 = 6

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$$

Solução Atividade 2:

a. Consideremos os eventos A: "o número é múltiplo de 2", e B: "o número é múltiplo de 3".

A={2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24} $\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{12}{25}$

B={3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24} $\Rightarrow P(B)=\frac{n(B)}{n(\Omega)}=\frac{8}{25}$

$A\cap B=$ {6, 12, 18, 24}: é o evento formado pelos números que são múltiplos de 2 e 3 ao mesmo tempo, isto é, pelos múltiplos de 6. Temos: $P(A\cap B)=\frac{4}{25}$

Daí, temos: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

$$P(A \cup B) = \frac{12}{25} + \frac{8}{25} - \frac{4}{25} = \frac{16}{25} = 0,64 = 64\%$$

A: "o número é múltiplo de 5" e B: "o número é múltiplo de 7"

A={5, 10, 15, 20, 25} $\Rightarrow P(A) = \frac{5}{25}$

B={7, 14, 21} $\Rightarrow P(B) = \frac{3}{25}$

Como A $\cup$ B = {}, então $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

$$\Rightarrow P(A \cup B) = \frac{5}{25} + \frac{3}{25} = \frac{8}{25} = 0,32 = 32\%$$

Solução Atividade 3:

a. Evento A: Estudantes entrevistados que gostam dos dois esportes

n(A) = 600 – 204 – 252 – 48 = 96

b. Evento B: Estudantes entrevistados que gostam de vôlei.

Espaço Amostral (Ω): Estudantes entrevistados

n(B) = 252 + 96

n(Ω) = 600

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(\Omega)} = \frac{348}{600} = \frac{58}{100} = \frac{29}{50}$$

Solução Atividade 4:

Evento A: Se o número escolhido for divisível por 3.

Evento B: Se o número escolhido for divisível por 5.

Temos que calcular

n(A) = 300/3 = 100

n(B) = 300/5 = 60

n ($A \cap B =$) = 300/15 = 20

Logo,

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(©)}=\frac{100}{300}\quad P(B)=\frac{n(B)}{n(©)}=\frac{60}{300}\quad P(A\cap B)=\frac{n(A\cap B)}{n(©)}=\frac{20}{300}$$

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)=\frac{100}{300}+\frac{60}{300}-\frac{20}{300}=\frac{140}{300}=\frac{7}{15}$$

Solução Atividade 5:

Fixada a pessoa A em um dos grupos, há 9 posições possíveis para B, das quais 4 são favoráveis ao evento desejado. Assim, temos 4/9.

Solução Atividade 6

Em cada uma das perguntas, o aluno tem duas possibilidades de resposta. Como temos 7 perguntas, a quantidade de combinações de "verdadeiro ou falso" é determinada por $2.2.2.2.2.2.2 = 2^7 = 128$. Como apenas uma combinação contém todas as respostas certas, a probabilidade é $\frac{1}{128}$.

Folha de atividades – Atividades complementares ao material do aluno

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Atividade 1: Em uma urna há 3 bolas vermelhas, 4 bolas pretas e 2 bolas brancas. Retirando-se uma bola ao acaso, qual a probabilidade da bola ser preta ou branca?

Atividade 2: Uma urna contém 25 bolas numeradas de 1 a 25. Uma bola é extraída ao acaso dessa urna.

a. Qual é a probabilidade de o número da bola sorteada ser múltiplo de 2 ou de 3?

b. Qual é a probabilidade de o número da bola sorteada ser múltiplo de 5 ou de 7?

Atividade3: Seiscentos estudantes de uma escola foram entrevistados sobre suas preferências quanto aos esportes vôlei e futebol. O resultado foi o seguinte: 204 estudantes gostam somente de futebol, 252 gostam somente de vôlei e 48 disseram que não gostam de nenhum dos dois esportes.

c. Determine o número de estudantes entrevistados que gostam dos dois esportes.

d. Um dos estudantes entrevistados é escolhido, ao acaso. Qual a probabilidade de que ele goste de vôlei?

Atividade 4: Um número entre 1 e 300 é escolhido aleatoriamente. Calcule a probabilidade de que ele seja divisível por 3 e por 5.

Atividade 5: Dez pessoas são separadas em dois grupos de 5 pessoas cada um. Qual a probabilidade de que a pessoas A e B façam parte do mesmo grupo?

Atividade 6: Numa prova há 7 perguntas do tipo "verdadeiro ou falso". Calcule a probabilidade de um aluno acertar todas as perguntas escolhendo aleatoriamente as 7 respostas.

Volume 1 • Módulo 4 • Matemática • Unidade 3

Estatística: Tabelas e Gráficos

Érika Silos de Castro (coordenação), André Luiz Martins Pereira, Luciana Felix da Costa Santos e Renata Cardoso Pires de Abreu

Introdução

Na unidade 3 do material do aluno, são apresentados vários exemplos práticos em que é possível observar a presença de alguns conceitos da Estatística. Nesta unidade, o aluno terá a oportunidade de compreender conceitos como frequência absoluta, relativa e acumulada e também de calcular, analisar e interpretar as medidas de tendência central - média, mediana e moda.

Com o objetivo de potencializar o material didático do aluno, pesquisamos alguns recursos e atividades para auxiliar a você, professor, a ampliar as possibilidadesde exploração deste tema em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora. Ela é uma atividade proposta para ser realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, é esperado que eles desenvolvam algumas noções básicas relacionadas à Estatística.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de fazer as alterações e adaptações que julgar necessárias.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento deve ser dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento de nossas sugestões serão apresentados nas tabelas e textos a seguir.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	4	3	4 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Estatística: Tabelas e Gráficos	Estatística
Objetivos da unidade	
Determinar os termos de uma pesquisa estatística	
Construir representações gráficas (que representem o que?)	
Conhecer e efetuar cálculos envolvendo frequência absoluta, relativa e acumulada	
Calcular, analisar e interpretar as medidas de tendência central (médias, medianas e modas)	
Seções	**Páginas no material do aluno**
Para início de conversa...	55 a 58
Seção 1 – Amostra, população e variáveis	59 a 70
Seção 2 – Medidas de Centralidade –médias, modas e medianas	70 a 72
Resumo	73
Veja ainda	73
O que perguntam por aí?	77
Atividade Extra	79 a 86

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividades Iniciais

Atividade Inicial 1

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Sr. Limoeiro: o pão duro encrenqueiro	Material de cena, material do aluno, lousa	Esta atividade traz a proposta de encenação do texto narrativo apresentado na seção Para início de conversa, do material do aluno. O objetivo é dar uma maior significação para esta situação-problema, uma vez que ela servirá de exemplo durante os estudos elementares de Estatística trabalhados no decorrer de toda a unidade 3	Participação coletiva	2 tempos de45 minutos

Aspectos operacionais

A atividade se divide em duas etapas: elaboração do texto teatral que será usado como base para a encenação e a encenação propriamente dita.

Peça que os alunos façam uma primeira leitura do texto apresentado na seção Para início de conversa. Numa segunda leitura, peça para que identifiquem as personagens que participam da situação-problema, as falas dessas personagens, e também os trechos correspondentes ao narrador, que será dispensado durante a apresentação.

Fazendo uso da lousa, peça para que os alunos construam um texto teatral que faça uma adaptação do texto narrativo dado.Essa etapa não deve durar mais que 15 minutos.Pode ser interessante realizar esta atividade em duas aulas consecutivas, sendo a primeira parte que é preparar o texto a ser representado ao final da primeira aula e a representação começando a aula seguinte, de modo que os alunos possam fazer uma leitura prévia do texto adaptado. Neste caso, peça também que os alunos tragam alguns materiais – sucata, roupas, pratos, etc. - para ajudar a construir o cenário. Uma vez finalizado o texto teatral, encoraje alguns alunos a encenar o texto adaptado por eles. Depois da encenação, retome as questões levantadas no trecho final do texto narrativo apresentado no material do aluno, que transcrevemos a seguir:

Quanta confusão! Nosso amigo S. Limoeiro causou um grande furdunço no restaurante por causa das diferenças entre a tara e os pesos dos pratos.

E vocês? O que acham deste assunto? Vocês já estiveram num restaurante a quilo? Já passaram por essa situação?

Em seguida, promova um debate acerca dessas questões.

Aspectos pedagógicos

Nessa atividade,temos por objetivo fazer com que o aluno interaja diretamente com o texto apresentado na seção Para início de conversa. Acreditamos que essa interação possa aproximar os alunos da situação-problema proposta, de maneira que consigam se posicionar diante dela e reconhecer que conhecimentos estatísticos podem trazer uma nova perspectiva sobre ela.

Antes de começar a produção do texto para a encenação, você, professor, poderá lembrar seus alunos de que o texto apresentado no material do aluno é um texto narrativo, ou seja, aquele em que alguém conta uma determinada história em que há personagens e fatos que ocorrem em um determinado lugar, durante certo tempo. Esse alguém que conta a história faz o papel de narrador, podendo participar dos eventos ou somente ficar do lado de fora, apenas nos revelando as novidades. Já o texto teatral, apesar de ter vários pontos em comum com o texto narrativo, traz algumas diferenças importantes: enquanto no texto narrativo há a presença do narrador, no teatro são os próprios atores que nos contam tudo, por meio de um diálogo constante. Do contrário, tudo se tornaria vago, sem sentido.

Em virtude da falta do narrador, o diálogo constituio elemento determinante da ação dramática. O texto teatral encenado exige elementos como o cenário, luz, figurino, maquiagem, gestos, movimento, etc. No texto teatral escrito, esses elementos estão presentes nas rubricas, que aparecem em letras de tipos diferentes,em itálico, por exemplo.

Na escrita, o texto teatral segue os mesmos padrões do narrativo, isto é, o diálogo é retratado por meio dos sinais de pontuação e são colocados travessões para indicar a mudança das falas dos personagens, como também existem alguns trechos em destaque, normalmente escritos com letras diferentes. Esses trechos não fazem parte das falas, somente servem para indicar alguma mudança de comportamento por parte dos participantes.

Uma vez esclarecidas as diferenças entre o texto narrativo e o texto teatral, já é possível elaborar o texto que será encenado pelos alunos.

Serão identificadas as personagens do Sr. Limoeiro, do atendente, do rapaz à frente do Sr. Limoeiro na fila, e do Plácido, o gerente.

Ajude-os a reescrever o texto, agora suprimindo o narrador, mas incluindo falas que possam suprimir essa ausência.

Uma vez escrito o texto, convide quatro alunos para encenar o texto produzido pela turma, cada um representando um personagem. Deixe a criatividade fluir! É possível que seja necessária a participação de mais alguns alunos para representar os demais clientes do restaurante, mesmo que estes não tenham falas.

Essa atividade permitea articulação com outras áreas do conhecimento. Por exemplo, uma articulação possível pode envolver os professores de Língua Portuguesa no que diz respeito à produção textual.

É claro que tal articulação depende da dinâmica de cada escola e da disponibilidade dos outros professores, mas indicamos essa atividade para um trabalho interdisciplinar, sempre que isso for possível e estiver de acordo com o projeto político pedagógico da sua unidade escolar.

Atividade Inicial 2

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Matemática na Fábrica: dados, população e amostra	Projetor Multimídia (data-show), computador com acesso a Internet, folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade tem o objetivo de apresentar e introduzir três dos conceitos elementares de Estatística – coleta de dados, população e amostra – a partir de uma aplicação desses conceitos em uma situação contextualizada apresentada pelo vídeo "Matemática na Fábrica" da série "Matemática em Toda Parte II"	Trios	45 minutos

Aspectos operacionais

Professor, essa atividade propõe a exibição de um vídeo, seguida pela resolução de algumas questões relacionadas. Dessa forma, será necessário providenciar cópias da folha de atividades e um computador com Datashow e acesso à internet. É importante reproduzir as folhas de atividades com antecedência, levando em consideração a quantidade de alunos da turma na qual a aplicará.

Esta atividade propõe a utilização do vídeo "Matemática na Fábrica" (da série "Matemática em Toda Parte II"), que se encontra disponível no sitedo portal da TV Escola, em http://tvescola.mec.gov.br/index.php?option=com_zoo&view=item&item_id=16221.Esse vídeo se encontra disponível apenas em seu formato online, sendo assim imprescindível a conexão com a internet durante sua exibição.

No caso de a sua unidade escolar não dispor de um projetor multimídia, você também poderá fazer uso de uma TV, desde que ela possa ser conectada ao computador, ou que através dela seja possível acessar a internet.

Uma vez providenciados os recursos multimídia, faça a exibição do vídeo. Sugerimos que o vídeo seja assistido por toda turma.Em seguida, distribua a folha de atividades, uma para cada aluno.

É importante lembrar que, apesar de cada aluno dispor de uma cópia da folha de atividades, de modo que seja possível fazer um registro individual, você, professor, deve sugerir que os alunos tentem responder às questões nela propostas em

conjunto, para que possam trocar ideias e, assim, enriquecer a exploração. Nossa proposta é que esses grupos sejam formados por 3 alunos.

Assim que os grupos tiverem terminado a tarefa, promova uma discussão coletiva sobre as soluções propostas por eles para as questões trabalhadas.

Aspectos pedagógicos

Professor, essa atividade propõe a utilização do vídeo "Matemática na Fábrica" (quarto episódio da série "Matemática em Toda Parte II"). A partir dele é possível observar alguns exemplos em que a Matemática se mostra necessária para a economia de um país, ao servir desde o planejamento da produção até o controle de qualidade.

O episódio parte da experiência de um encarregado da produção de uma fábrica de biscoitos, que faz uso da Matemática no seu trabalho. A partir dessa situação, são apresentados três dos conceitos mais elementares do estudo da Estatística: coleta de dados, população e amostra.

Além de ser possível observar uma aplicação dos estudos de Estatística em uma situação do dia a dia, outros conteúdos também podem ser explorados, como os conceitos de proporcionalidade direta e inversa, também aplicados ao contexto fabril. No caso, é no segundo bloco desse episódio que o uso da Estatística fica mais evidenciado.

Os conteúdos trabalhados no vídeo permitem também a articulação com outras áreas do conhecimento. Por exemplo, uma articulação possível consiste em envolver os professores de História e Geografia no que diz respeito à Revolução Industrial e às mudanças sociais decorrentes de um novo modo de produção. Também é possível estabelecer relações com conhecimentos de Ciências, como a discussão sobre a criação da máquina a vapor.

Claro que tais articulações dependem da dinâmica de cada escola e da disponibilidade dos outros professores. No entanto, indicamos o uso desse vídeo para um trabalho interdisciplinar, quando isso for possível e estiver de acordo com o projeto político pedagógico da sua unidade escolar.

Folha de atividades – "Matemática na Fábrica: dados, população e amostra"

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

1ª ETAPA: Exibição do vídeo "Matemática na Fábrica"

2ª ETAPA: Compreendendo o vídeo

No vídeo que você acabou de assistir, é apresentada inicialmente uma fábrica de biscoitos, cuja produção é de 300 mil pacotes por dia, em condições ideais. Você percebeu que tanto o estudo sobre os custos de produção quanto aqueles sobre o controle de qualidade se baseiam na aplicação de conceitos matemáticos?

Questão 1: No que diz respeito à análise dos custos de produção (primeira parte do vídeo), quais os principais conceitos matemáticos aplicados, de acordo com o vídeo?

_____
_____
_____

Questão 2: No que diz respeito ao estudo sobre o controle de qualidade (segunda parte do vídeo), quais os principais conceitos matemáticos aplicados, de acordo com o vídeo?

_____
_____
_____

Questão 3: Na segunda parte do episódio, mostra-se o uso da Estatística no controle de qualidade da fábrica. Para avaliar a qualidade dos tão apetitosos biscoitos de polvilho fabricados, a gerente de qualidade da fábrica analisa 32 dos 12.500 pacotes contidos em cada lote, de acordo com diversos critérios: acidez, pH, umidade, expansão, peso, entre outros. Identifique a população e a amostra analisadas nesta situação problema.

_____
_____
_____
_____

Questão 4: De acordo com o que você viu na questão anterior:

a. Quais foram os dados levantados durante a análise do controle de qualidade dos biscoitos?

_____
_____
_____
_____

b. Usando as suas próprias palavras e o que você assistiu no vídeo, dê uma definição para população e amostra.

_____
_____
_____
_____

Atividades das seções do material do aluno

Seção 1 – Amostra, população e variáveis

Páginas no material do aluno
59 a 70

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A informação estatística por meio de gráficos	Computadores, cópias da folha de atividades, software de planilha eletrônica	A atividade propõe que os alunos analisem dados em tabelas, organizando-os da melhor forma possível para fazer previsões e tirar conclusões a partir deles. Além disso, propõe a construção de gráficos circulares que facilitem a visualização dos referidos dados	Individual ou duplas	45 minutos

Aspectos operacionais

Essa atividade foi planejada para aplicação em um laboratório de informática, onde cada aluno poderá interagir diretamente com uma planilha eletrônica, como oBrOfficeCalc ou o Excelque dará apoio à construção das tabelas e dos gráficos propostos.

Antes de conduzir seus alunos atéo laboratório de informática, certifique-se de que o software tenha sido devidamente instalado e testado, para que não seja necessário realizar tais procedimentos durante a aula. Também é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.

O pacote OpenOffice, do qual faz parte o BrOfficeCalc, é livre e pode ser obtido gratuitamente através do site http://www.openoffice.org/pt-br/ .

Uma vez que tudo esteja preparado, leve os alunos até o laboratório de informática e divida-os em duplas, dispondo-os diante dos computadores.

Peça para que os alunos abram a planilha eletrônica e apresente o software rapidamente. Em seguida, distribua a cópia da folha de atividades para cada aluno, o que facilita a leitura individual do texto.

Para começar, peça que construam a tabela referente aos dados da pesquisa apresentada na questão 1 da folha de atividades, ou seja, uma tabela contendo duas colunas: uma para representar a quantidade de terra, outra para a porcentagem.

Selecionando a tabela elaborada e escolhendo as opções inserir e gráfico, solicite que construam um gráfico de setores ou pizza.

Convide-os a explorar os recursos do software (escolhendo, por exemplo, pizza 2D ou 3D, assim como o layoute estilo do gráfico).

Repita esses procedimentos para construir o gráfico proposto na questão 2.

Caso a sua unidade escolar não disponha de um laboratório de informática, a mesma atividade poderá ser aplicada em sala de aula com auxílio de um computador ligado a um projetor multimídia ou a uma TV. Nesse caso, os alunos poderão interagir com o software de maneira indireta e coletiva.

Assim que os grupos tiverem terminado a tarefa, promova uma discussão coletiva sobre as soluções propostas por eles para as questões trabalhadas.

Aspectos pedagógicos

Professor, sugerimos que você faça a leitura do texto apresentado na primeira parte da folha de atividade juntamente com os alunos.

Para a apresentação do software, é interessante esclarecer aos alunos os seguintes aspectos:

- O documento básico do BrOfficeCalc ou do Excel, por exemplo, é uma pasta, ou seja, uma coleção de planilhas (Planilha 1, Planilha 2, ...). Ao ser iniciado, ele abre uma nova pasta, pronta para receber a entrada de dados.
- Observe que uma planilha é um conjunto de colunas e linhas. A área de interseção de uma coluna e uma linha é chamada de célula. Os identificadores das colunas são alfabéticos, enquanto os identificadores das linhas são numéricos.

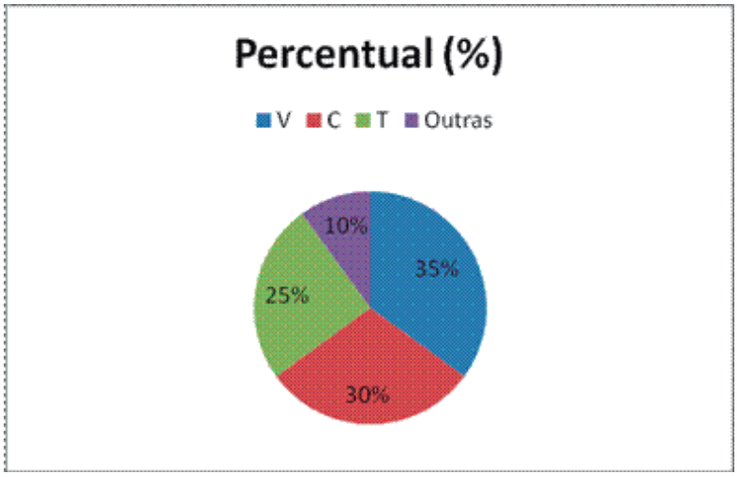
Para auxiliá-los na construção dos gráficos, você pode apresentar um exemplo, conforme o exposto a seguir:

Exemplo: Numa pesquisa de opiniões sobre um dos mercados mais competitivos e dinâmicos do país, o das telecomunicações, foi feita a seguinte pergunta: "Qual a operadora que você utiliza no seu celular?"

Dos dados obtidos foi elaborada a seguinte tabela.

Operadora	Percentual (%)
V	35
C	30
T	25
Outras	10

Com os dados dessa tabela, podemos construir o gráfico:



Note que o total das porcentagens deve corresponder a 100%.

- Esta também é uma boa oportunidade para se trabalhar a ideia de setor circular e o ângulo central correspondente. Se achar conveniente, promova uma discussão a respeito, a partir da regra de três simples. Por exemplo, para se obter o ângulo central correspondente ao setor que representa 30% da totalidade, temos:

100% ---------- 360°

30% ---------- x

Daí,

$$100x = 360.30 \therefore x = \frac{360.30}{100} = 36.3 = 108$$

Assim, no exemplo, o ângulo central correspondente ao setor circular que representa a operadora C é igual a 108°. Da mesma forma podemos obter os ângulos 126° para 35%, 36° para 10% e 90° para 25%. Note que 108° + 126° + 36° + 90° = 360°.

Folha de atividades – A informação estatística por meio de gráficos

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Regras do Jogo:

Texto:

Como ler, interpretar, comparar e analisar dados para se tirar conclusões a partir desses dados?

O tratamento de dados permite que se desenvolvam habilidades de organização, precisão, clareza e objetividade na transmissão de informações.

Informações apresentadas sob a forma de tabelas e gráficos são vistas diariamente nos jornais e revistas sendo de grande importância saber descrever, interpretar e criticar os acontecimentos apresentados.

As tabelas de frequências dos dados estatísticos desta seção do material do aluno nos dão uma informação boa e ordenada.

Muitas vezes, no entanto, queremos ter uma visão generalizada e rápida. Para isso, os gráficos estatísticos são muito úteis para entender e comparar várias tabelas de frequências.

Podemos fazê-lo de várias formas. Nessa atividade utilizaremos o gráfico de setores. Esse tipo de gráfico é uma representação de uma única série de dados, cujos valores são todos positivos. É construído com base em um círculo, e é empregado sempre que desejamos ressaltar a participação de cada dado em relação ao total.

O total é representado pelo círculo, que fica dividido em tantos setores (setores circulares) quantas são as partes (os tipos de dados coletados). Os setores são tais que suas áreas são respectivamente proporcionais aos dados da série.

Para representar os dados em um gráfico de setores, normalmente utilizamos os valores em porcentagem, o que nos dá a frequência relativa dos dados observados.

Agora, utilizando uma planilha eletrônica, construa você mesmo um gráfico de setores para ilustrar cada uma das seguintes pesquisas.

1. "A opinião dos brasileiros não poderia ser mais favorável à população indígena." Os índios, querepresentam 0,2% da população, são donos de 11% do território nacional. Sobre isso, a seguir estão indicados os percentuais relativos à opinião dos entrevistados em relação a essa quantidade de terra.

- Excessiva: 22%
- Insuficiente: 34%
- Quantidade certa: 34%
- Sem opinião: 10%

2. "O Brasil é o país com a maior taxa de homicídios do mundo, depois da Colômbia, segundo a Organização Mundial da Saúde (OMS). Em 2002, o número de pessoas assassinadas chegou a cerca de 50 mil. Os jovens entre 15 e 29 anos são as principais vítimas de assassinatos. A população na faixa de idade de 30 a 44 anos vem em seguida com um percentual de 27,5%."

A tabela a seguir mostra os dados fornecidos pela pesquisa.

Faixa Etária	Percentual (%)
0 a 14	1
15 a 29	60
30 a 44	27,5
45 ou mais	11,5

Seção 1 – Amostra, população e variáveis

Páginas no material do aluno
59 a 70

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O impacto da escolaridade na renda do trabalhador brasileiro	Projetor multimídia (data-show) e computador, Folha de Atividade, lápis/caneta, caderno ou folha para anotações	A atividade propõe que os alunos analisem dados apresentados em tabelas para que, atribuindo significado a eles, possam interpretá-los. Nesse contexto, aproveitamos para abordar conceitos como variável qualitativa e variável quantitativa, população, amostra, frequência absoluta, frequência relativa	Atividade Individual	45 minutos

Aspectos operacionais

Professor,é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.

Sugerimos que essa atividade seja feita em conjunto com os alunos. Você deve mostrar as tabelas que se referem ao impacto da escolaridade em relação à renda dos indivíduos e ir trabalhando, junto com os alunos, os conceitos de variáveis qualitativas, quantitativas, frequência absoluta, relativa.

É importante destacar que as quatro tabelas, que apresentamos a seguir, também estão disponíveis no Material DVD, com o nome desta atividade.

Quadro 1: Estudo do impacto da escolaridade na renda do trabalhador.

Sujeitos	Sexo	Idade	Escolaridade	Renda
A	M	23	Ensino Médio	830
B	M	19	Ensino Médio	1100
C	F	20	Ensino Médio	1200
D	F	34	Ensino Fundamental II	750
E	M	45	Ensino Médio	800
F	F	43	Ensino Fundamental II	690
G	F	37	Pós-Graduação	2400
H	M	58	Ensino Fundamental I	690
I	M	36	Ensino Superior	1000
J	M	28	Ensino Superior	1650

Quadro 2: Estudo do impacto da escolaridade na renda do trabalhador.

Escolaridade	Frequência	Frequência relativa	Taxa percentual
Ensino Fundamental I	1	0,1	10%
Ensino Fundamental II	2	0,2	20%
Ensino Médio	4	0,4	40%
Ensino Superior	2	0,2	20%
Pós-Graduação	1	0,1	10%
Total	10	1	100%

Quadro 3: Exemplo de quadro para organização dos dados.

Escolaridade	Frequência	Frequência relativa	Taxa percentual	Salário
Ensino Fundamental I	1	0,1	10%	690
Ensino Fundamental II	2	0,2	20%	690; 750
Ensino Médio	4	0,4	40%	800; 830; 1100; 1200
Ensino Superior	2	0,2	20%	1000; 1650
Pós-Graduação	1	0,1	10%	2400

Quadro 4: Exemplo de quadro para organização dos dados.

Escolaridade	Frequência	Frequência relativa	Taxa percentual	Salário	Média salarial
Ensino Fundamental I	1	0,1	10%	690	
Ensino Fundamental II	2	0,2	20%	690; 750	
Ensino Médio	4	0,4	40%	800; 830; 1100; 1200	
Ensino Superior	2	0,2	20%	1000; 1650	
Pós-Graduação	1	0,1	10%	2400	

Aspectos pedagógicos

Essa atividade foi adaptada da proposta elaborada para o "Portal do Professor" e está disponível, em sua forma original, no endereço http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html? aula=51427.

Você, professor, pode conduzir a atividade da seguinte maneira.

Apresente aos alunos a tabela dada pelo quadro 1 – Estudo do impacto da escolaridade na renda do trabalhador. Consideramos que a oportunidade de organização dos dados é um momento importante para abordar conceitos estatísticos, tais como: variável qualitativa e variável quantitativa.

Para introduzir esses conceitos, questione os alunos se todos os dados levantados são expressos por valores numéricos. Caso os alunos tenham dificuldade em perceber que alguns dados são qualitativos, chame a atenção dos alunos para os dados sobre sexo e nível de escolaridade.

Nesse momento, você pode retomar os conceitos de variável qualitativa e quantitativa, como indicado no material do aluno.

Após uma boa discussão sobre a natureza das variáveis, apresente a tabela dada pelo quadro 2 – Estudo do impacto da escolaridade na renda do trabalhador.

Consideramos que a organização desses dados é um momento importante para você, professor, abordar outros conceitos estatísticos, tais como: população, amostra, frequência absoluta, frequência relativa. A seguir, indicamos as definições para esses conceitos. Recomendamos, contudo, que não seja dada uma ênfase muito grande nas definições propriamente. É importante que os alunos entendam os conceitos muito mais do que saibam reproduzir definições sem significado.

População – conjunto de todos os sujeitos em estudo.

Amostra – subconjunto da população dos sujeitos participantes da pesquisa com o objetivo de inferir sobre a população em estudo.

Frequência absoluta – é o número de sujeitos que correspondem a uma determinada classe.

Frequência relativa – é a razão entre o número de sujeitos de uma determinada classe e o total de sujeitos da pesquisa.

Professor, aproveite para explicar aos alunos que, para obter a taxa percentual de pessoas, segundo os níveis de ensino, basta multiplicar a frequência relativa por 100, uma vez que taxas percentuais dizem respeito a frações com denominador 100. Nesse momento, pode ser interessante explorar o significado da palavra percentual.

Depois da abordagem desses conceitos, mostre aos alunos o quadro 3, no qual foi incluída a coluna identificada por Salário. Nesse momento, você pode solicitar que os alunos opinem sobre qual procedimento pode melhorar a análise desses dados, uma vez que listar todos os salários correspondentes pode ser muito trabalhoso. Esperamos que os alunos percebam a necessidade de utilizar um único valor que represente toda a classe. Por isso, aconselhamos que você questione sobre o que aconteceria se tivessem mais elementos em cada classe e que deixe os próprios alunos exporem as suas ideias quanto à forma de organizar os dados.

Esse é um momento para os alunos intuírem sobre a média, que será vista na próxima seção. Sendo assim, você pode usar essa atividade para rever os conceitos relacionados à amostra, população, bem como às frequências e introduzir a noção de média. A seguir apresentamos uma definição para o conceito de média. Mais uma vez, recomendamos fortemente que o trabalho priorize o significado dos conceitos, em detrimento da reprodução sem significado de definições.

Média – é o valor correspondente ao resultado da divisão do somatório de todos os valores considerados pelo quantitativo de valores somados.

Após a revisão dos conceitos e da apresentação do conceito de média, solicite que os alunos usem os valores coletados, calculem a média salarial correspondente a cada nível de escolaridade para e aí preencham o quadro 4.

Folha de atividades – "O impacto da escolaridade na renda do trabalhador brasileiro"

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Calcule a média salarial correspondente a cada nível de escolaridade para preenchimento do quadro abaixo.

Escolaridade	Frequência	Frequência relativa	Taxa percentual	Salário	Média salarial
Ensino Fundamental I	1	0,1	10%	690	
Ensino Fundamental II	2	0,2	20%	690; 750	
Ensino Médio	4	0,4	40%	800; 830; 1100; 1200	
Ensino Superior	2	0,2	20%	1000; 1650	
Pós-Graduação	1	0,1	10%	2400	

Seção 1 – Amostra, população e variáveis

Páginas no material do aluno
59 a 70

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Qual a melhor amostra?	Computador com Datashow, cópias da folha de atividades	A atividade propõeque os alunos desenvolvamuma visão crítica sobre a escolha de uma amostra de uma população, a partir de duas fontes: um pequeno texto,projetado com auxílio do Datashow e o site: http://www.brasilescola.com/matematica/populacao--amostras.htm,que recorda e amplia os conceitos de população e amostra	Trios	15 minutos

Aspectos operacionais

Professor,é importante que você reproduza a folha de atividades, com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.

Oriente que a turma se divida em trios para a leitura e realização do questionário. Por fim, realize uma discussão coletiva, pedindo a cada grupo que exponha a sua opinião e comente a opinião dos outros grupos.

Aspectos pedagógicos

Professor, os alunos podem apresentar dificuldades no cálculo das probabilidades. Como o jogo não tem o fator tempo, você pode utilizar as dúvidas que surgirem em cada rodada para tecer as explicações que julgar necessárias ao grupo.

O critério de pontuação do jogo é inversamente proporcional à probabilidade de acerto. Isto é, quanto maior a probabilidade de acerto, menos pontos serão conquistados e, quanto maior a probabilidade de acerto, mais pontos serão conquistados. Dessa maneira, alguns alunos podem demonstrar dificuldades no entendimento deste tipo de pontuação. Auxilie-os para que possam utilizar esse critério de pontuação como estratégia para ganhar o jogo.

Seção 1 – Amostra, população e variáveis

Páginas no material do aluno
59 a 70

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Troca ou não troca	Três copos opacos de plástico e uma moeda	A atividade visa mostrar uma situação prática – no caso, um jogo - em que se aplica o conceito de probabilidade de acerto	Individual	35 minutos

Aspectos operacionais

Professor, sugerimos que você inicie essa atividade relacionando-a à seção 1 do material do aluno – Amostra, população e variáveis. Troque ideias com seus alunos quanto à qualidade de amostras em uma pesquisa. Chame a atenção deles para o fato de que uma má amostra representa uma pesquisa de resultado falso. Como o objetivo da Estatística é extrair informação dos dados para obter uma melhor compreensão das situações representadas, uma amostra com problemas termina gerando uma compreensão equivocada da situação.

Para dinamizar a discussão sobre a qualidade de amostras, você pode levantar questões que permitam aos alunos manifestar suas opiniões. Um exemplo é o seguinte: imaginem que um dos candidatos à prefeitura de sua cidade queira fazer uma pesquisa de intenção de votos. A sua pesquisa é, então, realizada na sua festa de aniversário. Qual a qualidade dessa amostra?

Sugerimos também a leitura coletiva de um texto em Datashow, para que os alunos revisem conceitos já estudados no material do aluno e, em seguida, respondam a um questionário que consta na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade é muito intrigante para os alunos. Com efeito, quando um dos copos é retirado, o aluno fica com a sensação de que as chances que lhe restaram para ganhar passam de 33,33% para 50%. Esta é uma sensação, porém, equivocada. Na escolha do copo ainda no início da atividade, o aluno tinha 1/3 de chances de acertar e, consequentemente, 2/3 de chances de errar. Quando um dos copos que não contém a moeda foi retirado, restaram sobre a mesa apenas dois copos: o que foi escolhido pelo aluno inicialmente e o outro copo. Dessa forma, o copo que foi escolhido inicialmente ainda mantém a probabilidade de 1/3 de chances de ser o correto, por ter sido escolhido ainda quando havia sobre a mesa 3 copos. Ao passo que o outro copo que ficou sobre a mesa "assume" a probabilidade do erro, isto é, 2/3.

Sendo assim, os dados na tabela mostrarão que aproximadamente 2/3 dos alunos que quiseram trocar de copo terão acertado e 1/3 terão errado. Além disso, 1/3 dos alunos que não quiserem trocar de copo terão acertado e 2/3 errado.

A justificativa apresentada na orientação anterior deve ser exposta de maneira muito clara para os alunos, sobretudo no que diz respeito aos resultados aproximados. Afinal, este é uma excelente oportunidade para explicar como o tamanho da amostra influencia na precisão do cálculo das probabilidades.

Folha de atividades – –"Qual a melhor amostra?"

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Texto:

(Texto projetado com Datashow a partir doendereço: http://www.brasilescola.com/matematica/populacao--amostras.htm)

Agora, responda.

1. As seguintes situações representam más amostras. Justifique.

   a. Para saber qual o candidato mais votado para a Câmara de determinada cidade, escutou-se a opinião dos clientes de determinado supermercado.

   b. Para conhecer a situação financeira das empresas têxteis portuguesas, verificou-se a situação das empresas que tiveram maior volume de exportações, no último ano.

   c. Utilizar uma amostra constituída por 100 flamenguistas, para prever o vencedor do próximo jogo entre Flamengo e Botafogo.

   d. Utilizar uma amostra constituída pelos leitores habituais de uma determinada revista especializada para tirar conclusões sobre a população geral.

2. É importante a fase de escolha e determinação da amostra?

_____
_____
_____
_____
_____
_____

3. Por que é importante ter conhecimentos de Estatística para a vida cotidiana de qualquer cidadão?

_____
_____
_____
_____
_____

Seção 2 – Medidas de Centralidade – médias, modas e medianas

Páginas no material do aluno
70 a 72

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Altura média dos alunos	Cópias da folha de atividades, trena	A atividade propõe a medição das alturas dos alunos e o registro dessas medidas em tabelas. A partir desses dados, os alunos deverão resolver situações-problema en-volvendomédia aritmética, moda e mediana	Grupos de quatro alunos	45 minutos

Aspectos operacionais

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência, de acordo com o número de alunos da sua turma.Convide alguns alunos para ficar de pé em frente à lousa - ou outro lugar de destaque na sala de aula - e peça para que eles se organizem numa fila em ordem crescente de suas alturas, ou por ordem de tamanho, como comumente dizemos. Nesse momento, é importante que o número de alunos convidados seja ímpar; sugerimos um total de 5 alunos para essa etapa.

Peça que os demais alunos anotem, em uma folha, a altura de cada um dos alunos da fila. Pergunte, em seguida, qual seria a altura mediana do grupo de alunos em destaque.

Alguns alunos podem indicar, equivocadamente, que a altura mediana do grupo corresponde à média das alturas. Dessa forma, nesse momento, é muito importante que você, professor, retome esses dois conceitos. No material do aluno, encontramos a definição para medianatrecho a seguir: o último argumento que iremos expor para vocês é a MEDIANA. Se colocarmos todos os valores das medições em ordem crescente, a MEDIANA será o termo central desta arrumação.

Esse é um momento interessante para fazer a diferenciação dessas duas medidas de tendência central, indicando, por exemplo, que a média e a mediana não necessariamente coincidem. Se achar conveniente, você pode orientar os alunos para também calcularem a média das alturas.

Como a mediana será a altura que se encontra no meio da lista, no caso desta atividade, em que há 5 dados, a mediana será a altura do terceiro aluno.

Agora, repita a pergunta, convidando um novo grupo de alunos para ficar de pé, mas desta vez com um número par de integrantes – sugerimos um total de 6. Peça novamente aos demais alunos que anotem a altura de cada integrante desse novo grupo e pergunte qual a altura mediana desse grupo.

Reforce novamente a definição de mediana, mas chame a atenção para o fato desse conjunto de alturas não possuir um termo central.Como o número de dados sugerido agora é de 6 alunos (número par), a mediana será a média das alturas dos dois valores centrais, as alturas do terceiro e quarto alunos.

Caso a sua turma tenha alunos com a mesma altura, convide um grupo de alunos até a frente da sala (4 ou 5 alunos) de tal maneira essa amostra contenha alunos com a mesma altura. Peça que os demais alunos anotem as alturas de cada membro do grupo. Converse com os alunos para que percebam que, no caso em que temos um valor ou o dado com o maior número de ocorrências na amostra, esse valor é chamado de moda, conforme a definição presente no material do aluno: MODA na estatística é o valor ou os valores mais frequentes num certo conjunto de dados, ou seja, que apresenta o maior número de observações.

No caso da moda, enfatize que é possível que tenhamos mais de uma moda em uma amostra - ou até que a amostra seja amodal. Explore as amostras que surgirem durante a realização da atividade em sua turma para trabalhar as três medidas de tendência central. Acreditamos que esse seja um momento no qual o próprio aluno vivenciará as medidas.

Depois, distribua uma folha de atividades para cada aluno. Peça aos alunos que respondam a questão proposta.

Assim que os grupos tiverem terminado a tarefa, promova uma discussão sobre as soluções propostas por eles para as questões trabalhadas.

Aspectos pedagógicos

Essa atividade foi adaptada a partir de uma proposta elaborada para o Portal do Professor. A atividade original se encontra disponível no sitehttp://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html? aula=20643.

Recomendamos fortemente que o entendimento dos conceitos seja priorizado, em detrimento da simples repetição das definições. Nessa atividade, sugerimos que os próprios alunos vivenciem as três medidas de tendência

central para que,assim, eles mesmos apresentem definições. É importante, que os alunos não copiem as definições do material didático ou até mesmo de outro material.

Avalie se em sua turma não há aluno com problemas relacionados à altura, pois não é nossa intenção reforçar comportamentos de bullying entre os alunos.

E se precisarmos definir a altura média do nosso grupo de análise – no caso, os alunos que estão em frente à turma? Como deveremos proceder? Instigue os alunos a fazerem conjecturas, conversando com eles sobre as diferentes possibilidades de medidas de centralidade: a moda, a mediana e a média. Comente ainda com eles que muitas vezes a média (aritmética) é a mais utilizada, mas que por vezes as outras podem ser mais expressivas.

Para encontrar a média, será necessário saber as alturas de todos os alunos que fazem parte da amostra – os que estão em pé à frente da sala - e, de posse desses valores, devem somá-los e então dividir pelo número de estudantes deste grupo. Para facilitar a leitura individual do texto,os alunos devem receber, cada um, uma cópia da folha de atividades. No entanto, cabe a você, professor, sugerir que cada grupo dialogue entre si, trocando ideias para que assim possam resolver as questões da folha de atividades.

Folha de atividades – Urnas

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Problema:

Questão 1: Organize, em três tabelas, as informações coletadas a partir dos grupos formados. Em seguida, calcule a média, a mediana e a moda, caso exista, de cada grupo, deixando esses valores indicados. (Dica para a construção da tabela: na primeira coluna escreva o nome dos alunos e na segunda coluna a altura correspondente de cada um).

Questão 2: Com suas próprias palavras defina o que é mediana, moda e média.

_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____
_____

Seção 2 – Medidas de Centralidade – médias, modas e medianas

Páginas no material do aluno
70 a 72

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jogo Glória da Estatística	Laboratório de informática com acesso à Internet	Este jogo, de treinamento, foi elaborado pela ALEA (Ação Local Estatística Aplicada) com o propósito específico de trabalhar as principais medidas de tendência central da Estatística Descritiva, a saber: a média, a mediana e a moda. É aconselhado ser aplicado ao final da seção 2 do material do aluno, como uma forma de fixar o conteúdo trabalhado.	Duplas	45minutos

Aspectos operacionais

Essa atividade foi planejada para aplicação em um laboratório de informática.O jogo se encontra disponível no sitehttp://alea-estp.ine.pt/html/trivial/html/jgloria/Gloria3ciclo/gloria.htm.

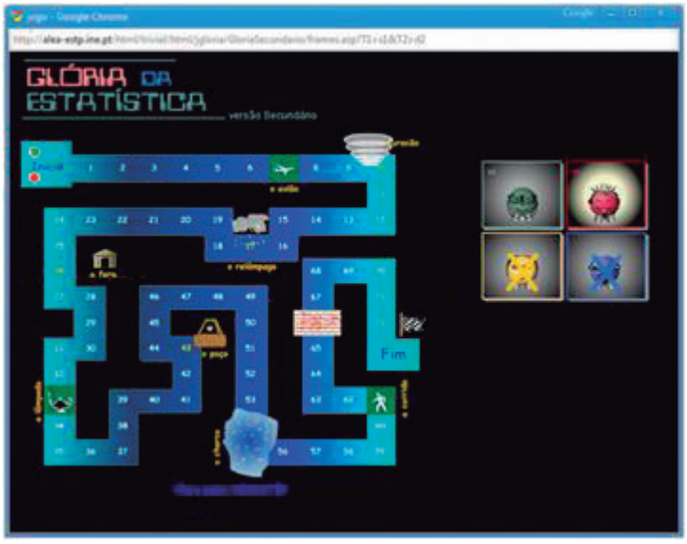
Professor, é importante solicitar na escola a sala multimídia e verificar se sua escola possui acesso à internet, uma vez que esse jogo só se encontra disponível online, não sendo possível fazer download.

É importante que você prepare os computadores com antecedência para que os alunos já entrem no laboratório de informática da sua unidade escolar com a seguinte página aberta nos navegadores:http://alea-estp.ine.pt/html/trivial/html/jgloria/ Gloria3ciclo/gloria.htm.

Sugerimos que a turma seja dividida preferencialmente em duplas, para que compartilhem a utilização de um computador no laboratório de informática da escola. Caso não haja computadores suficientes para essa divisão, tente agrupá-los em grupos com o menor número de alunos possível (máximo 4 alunos).Em caso de grupos com mais de dois alunos, sugerimos que haja que os componentes do grupo se revezem na condução da atividade no computador. Desta maneira, todos poderão participar ativamente da dinâmica.

Para jogar, oriente os alunos a escolheremum dos bonecos para representá-los, dando um nome a cada personagem escolhido e depois clicarem em Jogar.

Após essa etapa, cada jogador, na sua vez, deve clicar no nome dado a seu personagem (apresentado no canto inferior direito da tela) e responder uma pergunta que envolve conceitos estatísticos, com o tempo cronometrado. A cada acerto, o jogador vai avançando casas no tabuleiro. O número de casas é indicado por uma face de dado apresentado no canto inferior direito da tela. Caso o jogador erre a resposta da pergunta ou o tempo para responder seja esgotado, ele deve passar a vez para o jogador adversário. O jogo segue alternando os jogadores e o vencedor será aquele que conseguir chegar primeiro ao final do tabuleiro.



Aspectos pedagógicos

Para uma melhor compreensão do jogo,você pode sugerir que cada grupo clique no ícone Instruções, que se encontra no lado esquerdo da página.Seria interessante que, depois de apresentar o jogo, você fizesse um exemplo com os alunos. Não havendo dúvidas ao final desse exemplo, orienteos grupos a começarem a jogar.Se ainda surgirem dúvidas em relação ao conteúdo, tentesaná-las, compartilhando as explicações com toda a turma.

Seção: O que perguntam por aí...

Páginas no material do aluno
77

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de vestibular	Imagem para projeção disponível neste material e no DVD do professor	Neste momento, serão propostas algumas questões existentes em exames de avaliação. Elas podem ser interessantes para verificar o crescimento do aluno nestes conteúdos	Duplas	50 minutos

Aspectos operacionais

Na seção O que perguntam por aí..., do material do aluno, é apresentada uma questão de vestibular que envolve conceitos de Estatística trabalhados nesta unidade. Essa questão já se encontra resolvida no material do aluno, mas você poderá trabalhá-laa partir da projeção das imagens disponíveis no seu DVD e nesse material, apresentadas a seguir.

Atividade 1 (UFPR 2009 – ADAPTADA)

Uma determinada região apresentou, nos últimos cinco meses, os seguintes valores (fornecidos em mm) para a precipitação pluviométrica média:

jun	jul	ago	set	out
32	34	27	29	28

A média e a mediana do conjunto de valores acima são, respectivamente:

a. 30, 27

b. 27, 30

c. 30, 29

d. 29, 30

Salientamos para a exclusão da opção (e), uma vez que é uma repetição da alternativa (c).

Resolução Comentada:

Resposta: A opção correta é a Letra C.

A média das precipitações é calculada por: $\frac{32+34+27+29+28}{5}=\frac{150}{5}=30$

A mediana é feita colocando-se os valores em ordem crescente:

27, 28, 29, 32, 34. O termo central é o terceiro termo. Ele separa a amostra em dois grupos de igual quantidade. Portanto, o número 29 é a mediana.

Aspectos pedagógicos

Após a resolução desta questão em aula, você pode promover uma análise coletiva das respostas encontradas pelos alunos, com uma breve discussão a respeito dos possíveis erros (erros mais comuns) por eles cometidos.

Por exemplo, o aluno que optou pela alternativa (a) possivelmente calculou a média corretamente, mas se confundiu ao considerar a mediana como o valor central dos dados apresentados na tabela, sem colocar os valores em ordem crescente. Possivelmente, o aluno que escolheu a alternativa (b) cometeu o mesmo erro, mas ainda se confundiu com os conceitos de média e mediana.

Já o aluno que escolheu a alternativa (d) pode ter feito os cálculos corretamente, mas se confundido ao inverter os conceitos de média e mediana.

Atividades de avaliação

Avaliação					
Tipos de Atividades	**Título da Atividade**	**Material Necessário**	**Descrição Sucinta**	**Divisão da Turma**	**Tempo Estimado**
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade, dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas/ dissertativas.A escolha das questões a serem aplicadas fica a critério do professor, levando em consideração as especificidades de sua turma	Participação individual dos alunos	40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado àunidade 3. A seguir apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, disponível para reprodução neste material, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo dessa unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões. A ideia é que elas complementem as que você já usa para avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas nesta unidade, que registramos novamente a seguir:

- Amostra, população e variáveis;
- Média, Moda e Mediana.

Sugerimos, também, que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros. Eles deverão ser entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanharcom você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões apresentadas.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativonesta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão objetiva que contemple uma habilidade pretendida nessa unidade.

Sugestões de questões objetivas para a avaliação:

Questão 1: (ENEM 2012)

A tabela a seguir mostra a evolução da receita bruta anual nos três últimos anos de cinco microempresas (ME) que se encontram à venda.

ME	2009 (em milhares de reais)	2010 (em milhares de reais)	2011 (em milhares de reais)
Alfinetes V	200	220	240
Balas W	200	230	200
Chocolates X	250	210	215
Pizzaria Y	230	230	230
Tecelagem Z	160	210	245

Um investidor deseja comprar duas das empresas listadas na tabela. Para tal, ele calcula a média da receita bruta anual dos últimos três anos (de 2009 até 2011) e escolhe as duas empresas de maior média anual. As empresas que este investidor escolhe comprar são

a. Balas W e Pizzaria Y.

b. Chocolates X e Tecelagem Z.

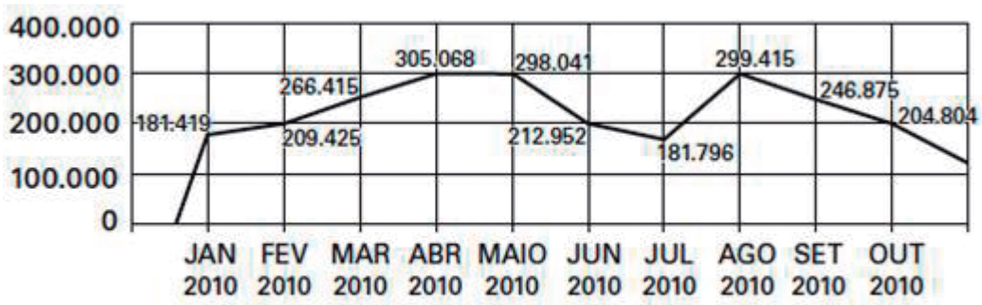
c. Pizzaria Y e Alfinetes V.

d. Pizzaria Y e Chocolates X.

e. Tecelagem Z e Alfinetes V.

Questão 2: (ENEM 2012)

O gráfico apresenta o comportamento de emprego formal surgido, segundo o CAGED, no período de janeiro de 2010 a outubro de 2010.



Disponível em: www.mte.gov.br. Acesso em: 28 fev. 2012 (adaptado).

Com base no gráfico, o valor da parte inteira da mediana dos empregos formais surgidos no período é

a. 212.952

b. 229.913

c. 240.621

d. 255.496

e. 298.041

Questão 3: (ENEM 2010)

O quadro seguinte mostra o desempenho de um time de futebol no último campeonato. A coluna da esquerda mostra o número de gols marcados e a coluna da direita informa em quantos jogos o time marcou aquele número de gols.

Gols marcados	Quantidade de partidas
0	5
1	3
2	4
3	3
4	2
5	2
7	1

Se X, Y e Z são, respectivamente, a média, a mediana e a moda desta distribuição, então

a. $X = Y < Z$.

b. $Z < X = Y$.

c. $Y < Z < X$.

d. $Z < X < Y$.

e. $Z < Y < X$.

Questão 4: (ENEM 2011)

Uma equipe de especialistas do centro meteorológico de uma cidade mediu a temperatura do ambiente, sempre no mesmo horário, durante 15 dias intercalados, a partir do primeiro dia de um mês. Esse tipo de procedimento é frequente, uma vez que os dados coletados servem de referência para estudos e verificação de tendências climáticas ao longo dos meses e anos.

As medições ocorridas nesse período estão indicadas no quadro:

Dia do mês	Temperatura (em °C)
1	15,5
3	14
5	13,5
7	18
9	19,5
11	20
13	13,5
15	13,5
17	18
19	20
21	18,5
23	13,5
25	21,5
27	20
29	16

Em relação à temperatura, os valores da média, mediana e moda são, respectivamente, iguais a:

a. 17 °C, 17 °C e 13,5 °C.

b. 17 °C, 18 °C e 13,5 °C.

c. 17 °C, 13,5 °C e 18 °C.

d. 17 °C, 18 °C e 21,5 °C.

e. 17 °C, 13,5 °C e 21,5 °C

Respostas das questões objetivas sugeridas

1.(D)2.(B)3.(E)4. (B)

Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

Questão 1:

As análises dos níveis de colesterol HDL ("colesterol bom") no sangue medidos no sangue de cinco pacientes foi de 29, 55, 58, 61 e 63 mg/dL de sangue.

a. Determine a média aritmética dos níveis observados;

b. Essa média é típica dos níveis registrados?

Questão 2:

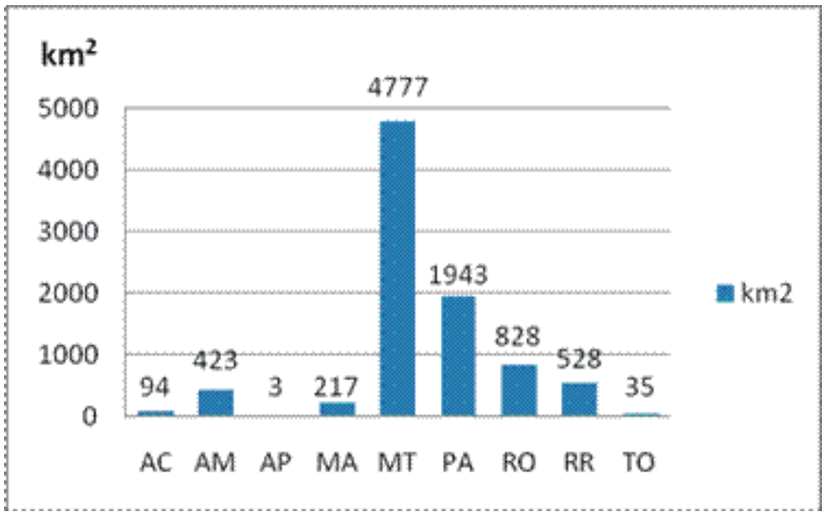
A tabela abaixo reproduz os índices de massa corporal de 50 indivíduos:

18,73	21,38	26,03	23,66	26,14
21,87	21,26	20,52	22,1	28
17,92	23,95	26,56	25,53	31,23
23,24	30,61	28,41	26,14	26,78
32,41	19,59	24,97	21,36	17,99
32,37	26,37	19,68	26,31	34,6
22,76	21,79	20,7	20,38	26,94
26,2	28,62	22,41	30,73	30,82
18,69	22,31	25,86	26,72	24,3
19,98	30,83	24,38	24,03	24,73

Determine a mediana.

Questão 3: (VUNESP-2009 – Adaptada)

A Amazônia Legal, com área de aproximadamente 5 215 000 Km2 , compreende os estados do Acre, Amapá, Amazonas, Mato Grosso, Pará, Rondônia, Roraima, Tocantins e parte do estado do Maranhão. Um sistema de monitoramento e controle mensal do desmatamento da Amazônia utilizado pelo INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais) é o Deter (Detecção de Desmatamento em Tempo Real). O gráfico apresenta dados apontados pelo Deter referentes ao desmatamento na Amazônia Legal, por estado, no período de 1.º de julho de 2007 a 30 de junho de 2008, totalizando 8 848 km2 de área desmatada.



Com base nos dados apresentados, classifique as afirmativas abaixo em verdadeiro ou falso.

a. o estado onde ocorreu a maior quantidade de km2 desmatados foi o do Pará.

b. a área total de desmatamento corresponde a menos de 0,1% da área da Amazônia Legal.

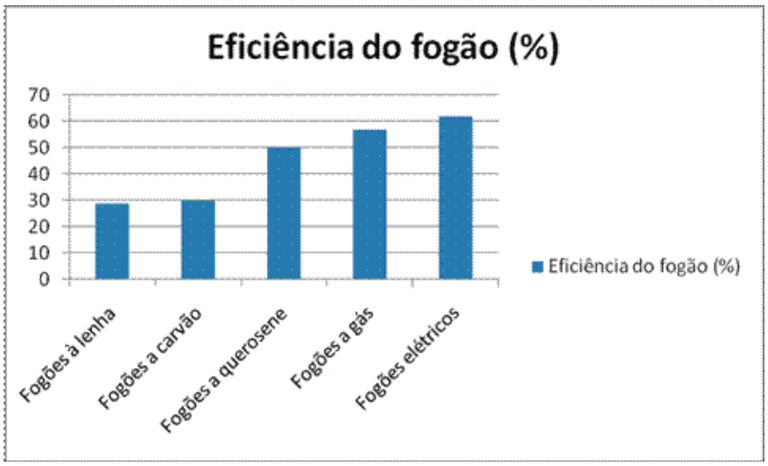
c. somando-se a quantidade de áreas desmatadas nos estados de Roraima e Tocantins, obtemos um terço daquantidade de área desmatada em Rondônia.

d. o estado do Mato Grosso foi responsável por mais de50% do desmatamento total detectado nesse período.

e. as quantidades de áreas desmatadas no Acre, Maranhão e Amazonas formam, nessa ordem, uma progressão geométrica.

Questão 4: (ENEM-2003 – Adaptada)

A eficiência do fogão de cozinha pode ser analisada em relação ao tipo de energia que ele utiliza. O gráfico abaixo mostra a eficiência de diferentes tipos de fogão.



Qual das afirmações abaixo é verdadeira:

a. à medida que diminui o custo dos combustíveis.

b. à medida que passam a empregar combustíveis renováveis.

c. cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a lenha por fogão a gás.

d. cerca de duas vezes, quando se substitui fogão a gás por fogão elétrico.

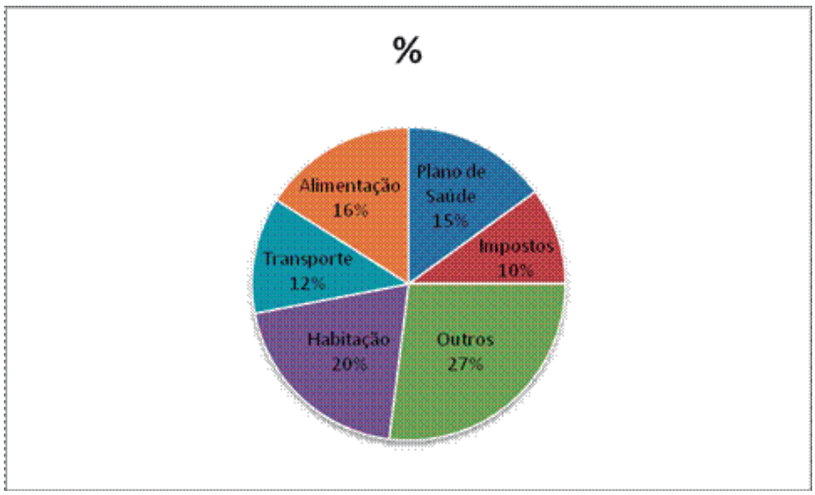
e. quando são utilizados combustíveis sólidos.

Questão 5: (UNICAMP-2010– Adaptada)

As mensalidades dos planos de saúde são estabelecidas por faixa etária. A tabela ao lado fornece os valores das mensalidades do plano "Geração Saúde". Sabendo que o salário mínimo nacional vale, hoje, R$ 465,00, responda às perguntas abaixo.

Faixa Etária	Mensalidade (R$)
Até 15 anos	120,00
De 16 a 30 anos	180,00
De 31 a 45 anos	260,00
De 46 a 60 anos	372,00
61 anos ou mais	558,00

a. O gráfico em formato de pizza mostra o comprometimento do rendimento mensal de uma pessoa que recebe 8 salários mínimos por mês e aderiu ao plano de saúde "Geração Saúde". Em cada fatia do gráfico, estão indicados o item referente ao gasto e a porcentagem correspondente.



Determine a que faixa etária pertence essa pessoa.

b. O comprometimento do rendimento mensal de uma pessoa com o plano de saúde "Geração Saúde" varia de acordo com o salário que ela recebe. Suponha que x seja a quantidade de salários mínimos recebida mensalmente por uma pessoa que tem 56 anos, e que C(x) seja a função que fornece o comprometimento salarial, em porcentagem, com o plano de saúde. Note que x não precisa ser um número inteiro. Determine a expressão de C(x) para $x \geq 1$, e trace a curva correspondente a essa função no gráfico abaixo.

Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

Questão 1:

a. MÉDIA ARITMÉTICA = $\dfrac{x_1 + x_2 + x_3 + \ldots + x_n}{n}$

MÉDIA ARITMÉTICA = $\dfrac{29+55+58+61+63}{5} = 53{,}2$

b. A média não é típica dos níveis registrados, com a existência de um valor muito discrepante, aqui no caso 29, a média se desloca se apresentando menos representativa do grupo de dados. Se esse valor não fosse considerado, a nova média seria de 59,26 que é um valor mais representativo do conjunto de dados.

Questão2:

Usando um rol a partir dos dados da tabela

17,92	21,26	23,66	26,14	28,41
17,99	21,36	23,95	26,14	28,62
18,69	21,38	24,03	26,2	30,61
18,73	21,79	24,3	26,31	30,73
19,59	21,87	24,38	26,37	30,82
19,68	22,1	24,73	26,56	30,83
19,98	22,31	24,97	26,72	31,23
20,38	22,41	25,53	26,78	32,37
20,52	22,76	25,86	26,94	32,41
20,7	23,24	26,03	28	34,6

A mediana será o dado $\frac{x_{25}+x_{26}}{2}=\frac{24,38+24,73}{2}\cong 24,56$

Questão 3:

a. Falso

b. Falso

c. Falso

d. Verdadeiro

e. Falso

Questão 4:

a. Falso

b. Falso

c. Verdadeiro

d. Falso

e. Falso

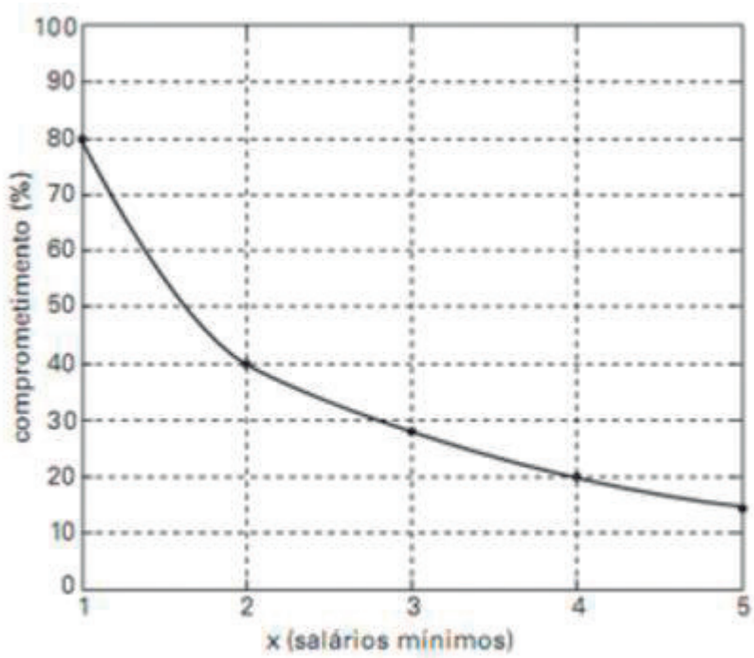
Questão 5:

a. Se a pessoa recebe 8 salários, então ela recebe 8 x 465 = 3720 reais. O comprometimento da renda dessa pessoa com plano de saúde, a partir do gráfico é de 15%. Assim, a mensalidade do plano a ser paga é de 0,15 x 3720 = 558 reais. Portanto, essa pessoa está na faixa etária de 61 anos ou mais.

Se uma pessoa recebe *x* salários, então ela recebe 465.*x*reais. Como essa pessoa tem 56 anos, então a mensalidade do seu plano de saúde é 372 reais. Daí, o comprometimento C(x), em porcentagem é dado por:

$$C(x) = \frac{372}{465x} \cdot 100\% \therefore C(x) = \frac{80}{x}$$

O gráfico para $1 \leq x \leq 5$ segue abaixo:



Folha de atividades – Avaliação – Etapa 1

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Momento de Reflexão

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas nesta unidade e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas durante o estudo. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir.

Questão 1: Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?Cite alguns conceitos relacionados ao tema estudado.

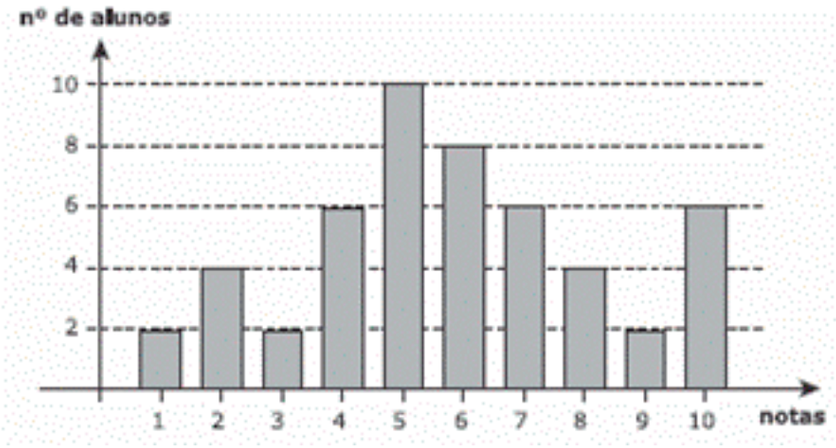
_____
_____
_____
_____
_____

Questão 2: Cite alguma situação do cotidiano que envolve os conhecimentos aqui estudados.

_____
_____
_____
_____
_____

Questão 3:(IBMEC-2005)

Chama-se mediana de um conjunto de 50 dados ordenados em ordem crescente o número x dado pela média aritmética entre os 25º e o 26º dado. Observe no gráfico a seguir uma representação para as notas de 50 alunos do primeiro semestre de Ciências Econômicas numa determinada prova.



A mediana das notas dos 50 alunos de Ciências Econômicas nesta prova é igual a:

(A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 (E)) 7

Questão 4: (Unicamp-2003)

O índice de desenvolvimento humano [IDH], divulgado pela ONU, é um número entre 0 e 1 usado para comparar o nível de desenvolvimento dos países e resulta da média aritmética de três outros índices: o índice de expectativa de vida [IEV], o índice de escolaridade [IES] e o índice do produto interno bruto per capita [IPIB]. Os últimos relatórios fornecem os seguintes dados a respeito do Brasil:

Ano	Posição	IEV	IES	IPIB	IDH
1998	74	0,700	0,843	0,700	0,747
2000	73	0,712	0,835	0,723	0,757

a. O índice de expectativa de vida [IEV] é calculado pela fórmula: IEV = $\frac{(E-25)}{60}$, onde E representa a expectativa de vida, em anos. Calcule a expectativa de vida [E] no Brasil, em 2000.

_____
_____
_____
_____

b. Supondo que os outros dois índices [IES e IPIB] não fossem alterados, qual deveria ter sido o IEV do Brasil, em2000, para que o IDH brasileiro naquele ano tivesse sido igual ao IDH médio da América Latina, que foi de 0,767?

_____
_____
_____
_____
_____
_____

Respostas Comentadas da Folha de Atividades – Avaliação – Etapa 1:

Questão 1: Conceitos fundamentais da Estatística, como as definições de população, amostras, variáveis qualitativas e quantitativas, além dos conceitos de frequência absoluta e relativa. Também aprendemos a definição e o cálculo de médias, medianas e moda.

Questão 2:A situação selecionada pode vir de várias áreas, dentre elas a Economia – de forma mais geral ou nas finanças pessoais - a Agronomia, a Química, a Meteorologia, a Biologia, a Ciência Política, entre outras.

Questão 3: Letra D

Questão 4:

a. 67,72 anos

b. IEV = 0,743

Atividade Complementar

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios Complementares	Cópias da folha de atividades	Essa atividade propõe alguns exercícios que podem auxiliar na fixação das principais noções ligadas a Estatística	Duplas ou em trios	45 minutos

Aspectos operacionais

Peça que os seus alunos se dividam em duplas ou em trios. No entanto, procure distribuir uma folha de atividades para cada um, de maneira que todos possam ficar com uma cópia do material, tornando-o mais uma fonte de consulta.

Escolha previamente quais os exercícios se adéquam melhor à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos na Unidade 3.

Depois de os alunos concluírem o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, procure discutir as soluções apresentadas pelos alunos, valorizando cada estratégia mesmo que esta não tenha o conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção. Isso pode favorecer o desenvolvimento da autonomia dos alunos no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

Aspectos pedagógicos

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, no trabalho de fixação das noções iniciais do estudo de Estatística, trabalhadas ao longo dessa unidade tanto no material do aluno quanto nas atividades sugeridas neste material. Com esses exercícios você terá a oportunidade de fixar com os alunos os conceitos de amostra, população, variável estatística, frequências absoluta e relativa, além das medidas de tendência central (média, mediana e moda) e das diversas formas de representação de dados estatísticos (rol, tabela, gráficos de setores, gráficos de barras, gráficos de segmentos ou de linhas, etc.).

Esses exercícios foram dispostos em uma folha de atividades (que se encontra disponível para reprodução no "DVD do professor") e poderá ser aplicada de forma fracionada, ao término de cada seção do material do aluno, ou de uma só vez, no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados.

Não é necessária a aplicação de todos os exercícios. Selecione apenas os que julgar mais adequados ao ritmo de aprendizagem e características particulares de sua turma. Você também poderá encontrar as soluções desses exercícios em um arquivo disponível no seu DVD.

Folha de atividades – "Exercícios Complementares"

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questão 1: Os dados a seguir são as notas em Matemática de 12 alunos:

9,0 4,0 5,0 6,0 6,0 6,0

4,0 7,0 7,0 5,0 3,0 10,0

Em relação à média, à moda e à mediana desse conjunto de notas é correto afirmar que:

(A) média = mediana = moda; (B) média > mediana = moda; (C) média > mediana > moda;

(D) média < mediana < moda; (E) média = mediana < moda.

Questão 2: A tabela a seguir apresenta a distribuição do número de filhos de 500 casais:

Número de filhos	Número de casais
0	62
1	132
2	200
3	106
Total	500

Em relação a esses dados, observe as afirmativas a seguir:

I – a mediana do número de filhos desses casais é 2

II – a moda do número de filhos é 2

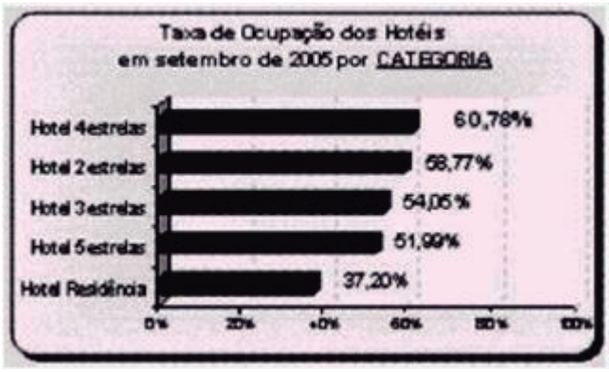
III – o número médio de filhos é 1,7

(A) apenas a afirmativa I está correta; (B) apenas as afirmativas I e II estão corretas;

(C) apenas as afirmativas I e III estão corretas; (D) apenas as afirmativas II e III estão corretas;

(E) as afirmativas I, II e III estão corretas.

Questão 3: Os dados a seguir mostram a taxa de ocupação em hotéis da cidade do Rio de Janeiro em setembro de 2005. O primeiro gráfico mostra a distribuição de acordo com a categoria de hotel, o segundo, apresenta a distribuição por área:



Taxa de ocupação de um hotel significa a porcentagem de leitos ocupados naquele hotel por mês. A análise desses dados NÃO permite afirmar que:

a. os hotéis 4 estrelas foram os que apresentaram maior taxa de ocupação;

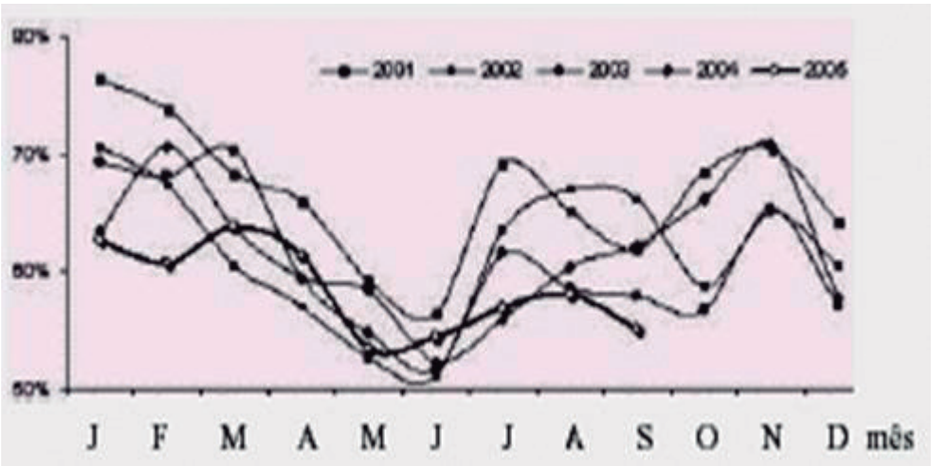
b. dos cinco tipos de hotéis estudados, quatro ocuparam mais da metade de seus leitos;

c. os hotéis de Copacabana e Leme apresentaram as maiores taxas de ocupação;

d. a maioria dos hotéis do Rio de Janeiro está na área de Copacabana e Leme;

e. cerca de seis de cada dez leitos na área da Barra e São Conrado ficaram desocupados.

Questão 4: O gráfico a seguir mostra a variação mensal da taxa de ocupação dos hotéis do Rio de Janeiro ao longo dos anos de 2001, 2002, 2003, 2004 e 2005 (até setembro):



Em relação a esses dados é correto afirmar que:

a. em todos os anos, há uma tendência de queda nas taxas de ocupação no segundo semestre;

b. em todos os meses do ano, a taxa de ocupação em 2001 foi maior do que as dos outros anos ;

c. de um modo geral, em cada ano os meses com maior taxa de ocupação são os de janeiro e fevereiro;

d. em muitos meses nem metade dos leitos estavam ocupados;

e. em todos os anos, a taxa de ocupação aumenta de mês para mês.

Questão 5:

Numa cidade foi realizada uma pesquisa de opinião para saber a opinião dos 16 200 eleitores sobre os escândalos de corrupção envolvendo o prefeito daquela cidade. O resultado da pesquisa foi registrado no gráfico abaixo:

Determine o valor aproximado do ângulo do setor circular que representa os eleitores que votaram em "O prefeito sabia, mas não fez nada".

(A) 33° (B) 89° (C) 111° (D) 125° (E) 127°

Questão 6: A média dos 100 números pertencentes a uma determinada amostra é igual a 56. Retirando-se os números 48 e 64 dessa amostra, a média dos números restantes seria igual a:

(A) 28 (B) 38 (C) 56 (D) 48 (E) 7,8

Questão 7: Calcule a média dos seguintes valores:

a. 4 ; 7 ; 15 ; 9 e 10

b. 0,4 ; 3,2 e 0,6

c. $\frac{1}{4}$ e $\frac{1}{2}$

Questão 8: Num campeonato, um time de basquetebol faz a seguinte campanha representada pela tabela a seguir:

PARTIDA	NÚMERO DE PONTOS
1ª	74
2ª	101
3ª	68
4ª	97
5ª	86
6ª	120

Qual é a média de pontos por partida?

Respostas e Comentários - Folha de Atividades – "Exercícios Complementares"

1. Para facilitar a determinação das medidas de tendência central pedidas, podemos dispor os valores da amostra em rol (ordem crescente ou decrescente dos valores):

   3,0 4,0 4,0 5,0 5,0 6,0 6,0 6,0 7,0 7,0 9,0 10,0

   Os elementos centrais do rol são 6,0 e 6,0, logo a mediana da amostra é igual a 6,0. Já a moda é igual a 6,0 por ser o valor com maior frequência absoluta na amostra. E a média é igual a $\frac{3,0+4,0+4,0+5,0+5,0+6,0+6,0+6,0+7,0+7,0+9,0+10,0}{12}=\frac{72,0}{12}=6,0$. Logo, nesse caso específico, os valores da média, mediana e moda dessa amostra coincidem. Letra A.

   (**Obs.:** É importante chamar a atenção dos seus alunos para o fato de que nem sempre isso acontece. Em geral, os valores da média, mediana e moda de uma determinada amostra são diferentes entre si.)

2. A primeira afirmativa está correta e podemos concluir isso pensando que esses valores podem ser dispostos em um rol com 500 elementos onde a média do 250º (2) e do 251º (2) corresponde a mediana da amostra, que é igual a 2. Já a segunda afirmativa está correta, pois 2 é o valor de maior frequência nessa amostra (200). E a terceira afirmativa está correta já que a média de todos os valores é dada por: $\frac{0\times62+1\times132+2\times200+3\times106}{500}=\frac{850}{500}=1,7$.

   Dessa forma, as três afirmativas estão corretas. Letra E.

3. As alternativas podem ser facilmente analisadas a partir da interpretação dos dados fornecidos de forma direta pelos gráficos. As alternativas A e B estão corretas e se referem ao primeiro gráfico, onde a maior taxa de ocupação está representada por uma barra de maior comprimento e quatro dos tipos de hotéis tiveram lotação acima de 50% - isto é, ocupação acima da metade de seus leitos. As alternativas C e E se referem à análise do segundo gráfico onde a maior taxa de ocupação está representada por uma barra de maior comprimento e a porcentagem de 38,07% é aproximadamente correspondente a 40%, que pode ser também relacionada a razão de 4 para 10. Sendo assim, a razão complementar a essa corresponde aos leitos desocupados na região da Barra e de São Conrado, 6 para 10. A única afirmativa que não pode ser confirmada a partir dos gráficos apresentados é da letra D, já que os dados não se referem à quantidade de leitos disponíveis, mas à taxa de ocupação desses leitos.

4. Note que, em relação aos dados do gráfico, não podemos observar, em todos os anos, uma tendência de queda nas taxas de ocupação no segundo semestre. O que podemos perceber é uma oscilação. Ataxa de ocupação dos meses de 2001 não foi sempre maior taxa dos mesmos meses nos outros anos. Apenas os pontos desenhados abaixo da linha dos 50% estiveram abaixo da metade da ocupação, em todos os outros meses ficaram acima; em

nenhum ano, a taxa de ocupação aumentou de mês para mês. Mas podemos afirmar que, de um modo geral, em cada ano os meses com maior taxa de ocupação são os de janeiro e fevereiro. Letra C.

5. O número de eleitores que votaram em "O prefeito sabia, mas não fez nada" é igual a 5000. Logo, como 16200 corresponde ao total de eleitores, o que corresponde a um ângulo de 360°, então 5000 eleitores serão representados por um setor de $\frac{5000 \times 360°}{16200} \cong 111°$. Letra C.

6. Chamemos os 100 valores números de x1, x2, ..., x100. Sabemos que:

$$\frac{x_1 + x_2 + _ + x_{100}}{100} = 56 \Leftrightarrow x_1 + x_2 + _ + x_{100} = 5600.$$

Logo $\frac{x_1 + x_2 + _ + x_{100} - 48 - 64}{98} = \frac{5600 - 48 - 64}{98} = \frac{5488}{98} = 56$. Letra C.

7. a) $\frac{4+7+15+9+10}{5} = 9$ b) $\frac{0,4+3,2+0,6}{3} = 1,4$

8.A média de pontos por partida é igual a $\frac{74+101+68+97+86+120}{6} = 91$.

Volume 1 • Módulo 4 • Matemática • Unidade 4

Polinômios e Equações Algébricas

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela dos Santos Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenadora) e Luciane de Paiva Moura Coutinho

Introdução

A unidade 4 do material do aluno inicia o tema polinômios com um questionamento sobre o volume de três diferentes caixas e sugere que você, professor, construa algumas caixas de tamanhos diferentes e calcule o volume delas.

Preparamos para você um material complementar, com o objetivo de ampliar as possibilidades de exploração do tema em suas aulas e enriquecer a abordagem dos objetivos do módulo do aluno, que são os seguintes:

- Definir polinômios.
- Compreender o significado e as aplicações de uma função polinomial,
- Calcular o valor numérico de um polinômio,
- Reconhecer as condições necessárias para que dois polinômios sejam iguais,
- Compreender o significado de raiz de um polinômio e saber calculá-la,
- Efetuar as 4 operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com polinômios.

A nossa proposta é que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, para a qual trazemos duas sugestões. A primeira é a atividade Arte e Matemática, em que os alunos assistirão ao vídeo de mesmo nome e realizarão uma pesquisa para identificar situações artísticas em que os polinômios podem ser utilizados. Na segunda atividade, chamada Quiz 1, os alunos deverão responder a um Quiz sobre polinômios, ainda sem estudar o material do aluno.

Para a Seção 1, temos uma sugestão de atividade, que é o Quiz 2. Dessa vez, os alunos irão responder perguntas que envolvem conceitos bem específicos sobre polinômios, como identificar um polinômio e o seu grau, por exemplo.

Optamos por dividir a Seção 2 em duas partes. A primeira aborda o tema Função Polinomial, enquanto a segunda aprofunda certos aspectos referentes aos polinômios. Para tratar de funções polinomiais, apresentamos a atividade Área do retângulo, em que os alunos deverão descobrir a função polinomial que permite calcular a área dos diversos retângulos em função da base ou da altura. Já na atividade Pesquisando funções polinomiais, os alunos deverão pesquisar individualmente três exemplos de funções polinomiais e, trabalhando em equipes, identificar o grau do polinômio associado a cada função pesquisada.

Para conhecer um pouco mais sobre polinômios, temos a atividade Polinômios no comércio, cujo objetivo é criar condições para que os alunos vivenciem uma situação problema que pode ser modelada por um polinômio. A atividade Polinômios nas profissões cria condições para que os alunos usem um polinômio do 2º grau para modelar uma situação adaptada da engenharia e efetuem cálculos relativos aos valores numéricos assumidos por este polinômio. Na atividade Jogo das raízes, propomos um jogo para a fixação do conceito de raiz de um polinômio, enquanto na atividade Polinômios e Geometria, queremos mostrar aos alunos uma aplicação das operações com polinômios. Para fechar esta seção, temos a atividade Operando com polinômios, que propõe um jogo para a fixação dos principais conceitos associados à adição, à subtração e à multiplicação de polinômios.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento deve ser dedicado a uma avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente.

Uma descrição das sugestões a que nos referimos nos parágrafos anteriores está colocada nas tabelas a seguir, e seus detalhamentos no texto que segue.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	4	4	4 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Polinômios e Equações Algébricas	Polinômios
Objetivos da unidade	
Definir polinômios	
Compreender o significado e as aplicações de uma função polinomial	
Calcular o valor numérico de um polinômio	
Reconhecer as condições necessárias para que dois polinômios sejam iguais	
Compreender o significado de raiz de um polinômio e saber calculá-la	
Efetuar as 4 operações (adição, subtração, multiplicação e divisão) com polinômios	
Seções	**Páginas no material do aluno**
Para início de conversa...	87 a 88
Seção 1 – O que é um polinômio	89 a 90
Seção 2 – Funções polinomiais	90 a 102
Resumo	103
Veja ainda	103
O que perguntam por aí?	107 a 108
Atividade Extra	109 a 113

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividades Iniciais

Atividade Inicial 1

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Arte e Matemática	Computadores com acesso à internet, livros texto de Matemática	Os alunos assistirão ao vídeo Arte e Matemática, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1051. Em seguida, realizarão uma pesquisa para identificar situações em que os polinômios podem ser utilizados	Duplas	45 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos para o laboratório de informática da escola, divida-os em duplas e peça para que cada dupla se posicione em frente a um computador, acesse o link http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1051 e assista o vídeo Arte e Matemática. Esse vídeo relata a conversa entre dois amigos sobre a relação entre uma exposição artística de fractais e funções polinomiais. Ao final do vídeo, um dos amigos relata algumas situações em que os polinômios podem ser utilizados. Caso o laboratório não esteja disponível, use, em sala, um computador com Datashow – e mantenha a divisão da turma em duplas

A partir daí, sugira a seus alunos (em duplas) que façam uma pesquisa, identificando pelo menos duas situações onde os polinômios podem ser aplicados. No caso de haver computadores disponíveis, a pesquisa pode ser feita por meio de algum buscador de internet. Se for usar o Datashow com computador em sala, distribua os livros pelas duplas, para que possam fazer a pesquisa. Neste caso, é importante providenciar os livros com antecedência. Uma sugestão é utilizar os da biblioteca da escola. Por fim, peça para que cada dupla relate em voz alta as situações encontradas para toda a turma.

Aspectos pedagógicos

Essa atividade inicial foi especialmente pensada para servir como motivação para o estudo de polinômios durante toda unidade, uma vez que propõe aos alunos entenderem que o assunto estudado tem uma grande aplicabilidade em diversos campos, como a Construção Civil, a Medicina, a Astronomia, a Ciência da Computação, a Criptografia, a Física, entre muitas outras.

O aluno, geralmente, se sente muito motivado ao perceber que o assunto abordado tem ressonância no nosso cotidiano e foi justamente esse o nosso objetivo ao sugerir essa atividade.

Contudo, sabemos que além desse viés prático é muito importante que o aluno perceba o viés artístico que a Matemática possui. Sendo assim, o estudo de fractais e sua autossemelhança é uma boa maneira de mostrar para o aluno essa base em que a Matemática se apoia. Caso a turma se interesse, você pode leva-los para "um turismo" por um fractal no site http://sourceforge.net/projects/xaos/ . E até fazer uma exposição para toda a escola sobre fractais.

Por fim, espera-se que eles percebam que este vídeo também se propõe a fazer uma breve explicação sobre os polinômios.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Quiz 1	Computadores com acesso à internet ou reprodução impressa das questões online	Os alunos, ainda sem estudar o material do aluno, deverão responder a um Quiz sobre polinômios. Ao término da unidade, os alunos deverão retornar ao Quiz para identificar seus progressos. Quiz disponível em http://www.proprofs.com/quiz-school/quizshow.php?title=polinmios&quesnum=1	Individualmente	40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos até o laboratório de informática, peça para que cada um ocupe um computador, acesse o link http://www.proprofs.com/quiz-school/quizshow.php?title=polinmios&quesnum=1 e inicie o Quiz.

Os alunos deverão responder ao Quiz, mesmo sem o conhecimento teórico da unidade. Após ler cada pergunta, o aluno deverá escolher a resposta que julgar correta e clicar em enviar. Em seguida, o aluno receberá um aviso se ele errou ou acertou cada questão. Peça para que ele anote em seu caderno os resultados correspondentes a cada questão (se acertou ou errou). Caso ele tenha errado, oriente que ele não anote a resposta correta.

Ao final da unidade, sugira que os alunos retornem ao Quiz. Oriente-os a refazer as questões e novamente anotar cada resultado (erros ou acertos em cada questão). Com base nesses resultados, peça para que eles façam uma análise dos seus progressos, das questões em que ainda encontram dificuldades e o porquê de as dificuldades ainda persistirem.

Caso você tenha dificuldades em levar a turma ao laboratório de informática e realizar a atividade individualmente, você pode reproduzir as questões e entregá-las aos alunos em dois momentos: antes e depois do estudo da unidade e orientá-los a realizá-lo como um teste.

Aspectos pedagógicos

Professor, o objetivo dessa atividade é que o próprio aluno seja capaz de realizar uma auto avaliação sobre sua aprendizagem durante a unidade, uma vez que ele fará uma análise comparativa entre os resultados obtidos por ele antes e depois do estudo formal da unidade. Outro aspecto importante é que, com base nessa análise individual, você poderá realizar uma revisão dos tópicos em que a turma ainda encontra dificuldades.

Atividades relacionadas às seções do material do aluno

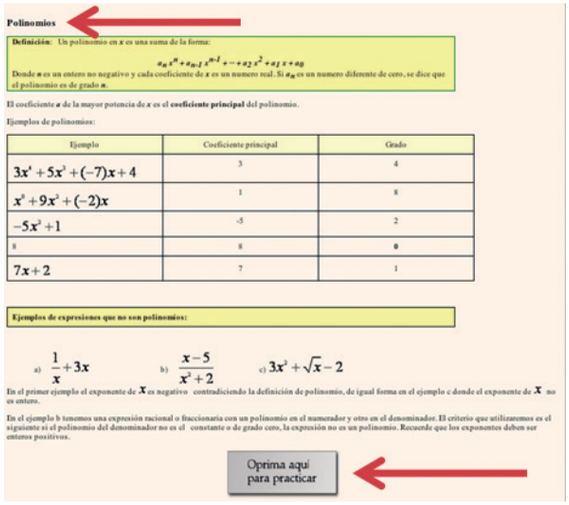
Seção 1 – O que é um polinômio?

Páginas no material do aluno
89 a 90

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Quiz 2	Computadores com acesso à internet ou reprodução impressa das questões online	Os alunos deverão responder a um Quiz sobre polinômios	Grupos de 2 a 5 pessoas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos para o laboratório de informática e peça que se dividam em grupos, de acordo com a disponibilidade dos computadores. Peça então que acessem o link http://quiz.uprm.edu/tutorial_es/ea/ea_home.html e oriente-os para clicar em "Oprima aqui para practicar " na seção de "Polinomios", como indicado pelas setas na figura abaixo:



Polinomios

Definición: Un polinomio en x es una suma de la forma:

$$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$$

Donde n es un entero no negativo y cada coeficiente de x es un numero real. Si a_n es un numero diferente de cero, se dice que el polinomio es de grado n.

El coeficiente a de la mayor potencia de x es el **coeficiente principal** del polinomio.

Ejemplos de polinomios:

Ejemplo	Coeficiente principal	Grado
$3x^4+5x^3+(-7)x+4$	3	4
$x^8+9x^5+(-2)x$	1	8
$-5x^2+1$	-5	2
8	8	0
$7x+2$	7	1

Ejemplos de expresiones que no son polinomios:

a) $\frac{1}{x}+3x$ b) $\frac{x-5}{x^2+2}$ c) $3x^2+\sqrt{x}-2$

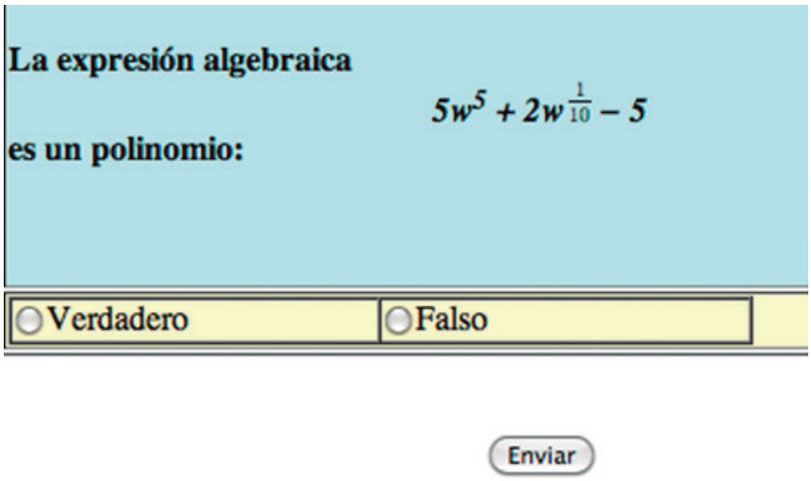
En el primer ejemplo el exponente de x es negativo contradiciendo la definición de polinomio, de igual forma en el ejemplo c donde el exponente de x no es entero.

En el ejemplo b tenemos una expresión racional o fraccionaria con un polinomio en el numerador y otro en el denominador. El criterio que utilizaremos es el siguiente si el polinomio del denominador no es el constante o de grado cero, la expresión no es un polinomio. Recuerde que los exponentes deben ser enteros positivos.

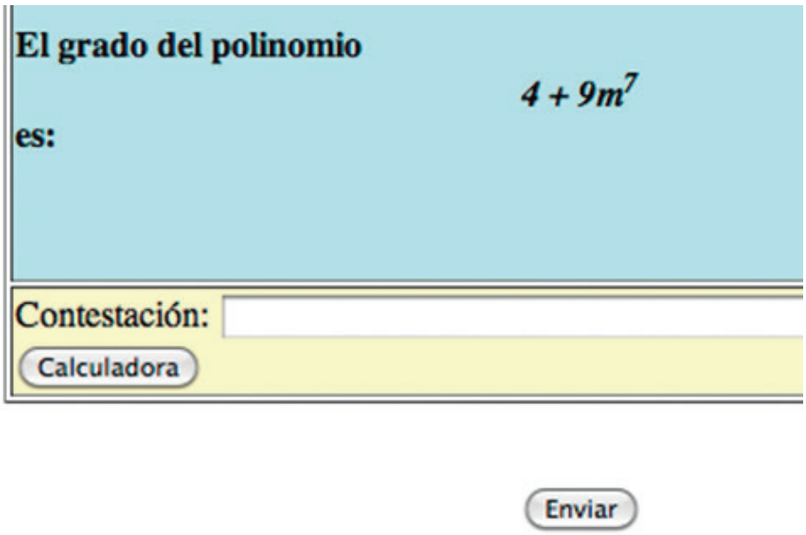
Oprima aquí para practicar

Em seguida, terá início um Quiz em que os alunos deverão responder basicamente a três tipos de perguntas:

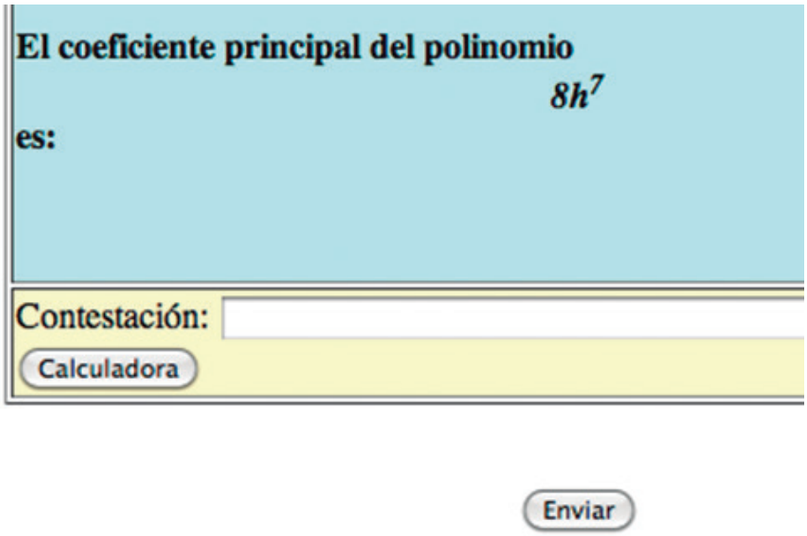
- Analisar como verdadeiro ou falso se uma determinada expressão algébrica é um polinômio



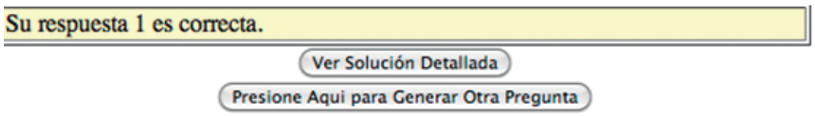
- Definir o grau do polinômio dado como exemplo.



- Dizer qual é o coeficiente principal do polinômio



Após responder a pergunta, o aluno deve clicar em enviar. Em seguida, ele receberá um aviso se errou ou acertou a questão e terá duas opções: passar para a outra questão ou ver a solução detalhada. Ele deverá fazer a opção que julgar mais adequada, de acordo com o momento e com o item respondido.



Caso não haja computador disponível na escola ou você encontre alguma dificuldade em utilizá-los, você pode realizar uma gincana. Para isso, anote algumas questões, pelo menos dez (você pode utilizar as questões do próprio Quiz). Divida a turma em grupos de 3 a 5 pessoas. Em seguida, proponha as questões e reserve um tempo para que os grupos as respondam. Peça para que cada grupo dê sua resposta. Cada resposta certa vale um ponto para o grupo. Ao final, conte os pontos para identificar o(s) grupo(s) vencedor(es). Para estimulá-los ainda mais, você pode pensar em alguma premiação.

Aspectos pedagógicos

Apesar de o site ser em espanhol, a língua não representa um impedimento para que o Quiz seja realizado. Pelo contrário, caso a escola tenha professor de espanhol, vocês podem realizar uma atividade conjunta pedindo a ele que auxilie os alunos nos vocabulários que aparecem no Quiz, ou até mesmo sugerir que os alunos façam uso de um dicionário Espanhol-Português.

Esse Quiz tem uma proposta diferente do apresentado na seção anterior. Por isso, é importante que você primeiramente introduza os assuntos que serão abordados nas questões, tais como identificar um polinômio, coeficiente e grau de um polinômio para que o aluno tenha as ferramentas teóricas necessárias para realizar as questões.

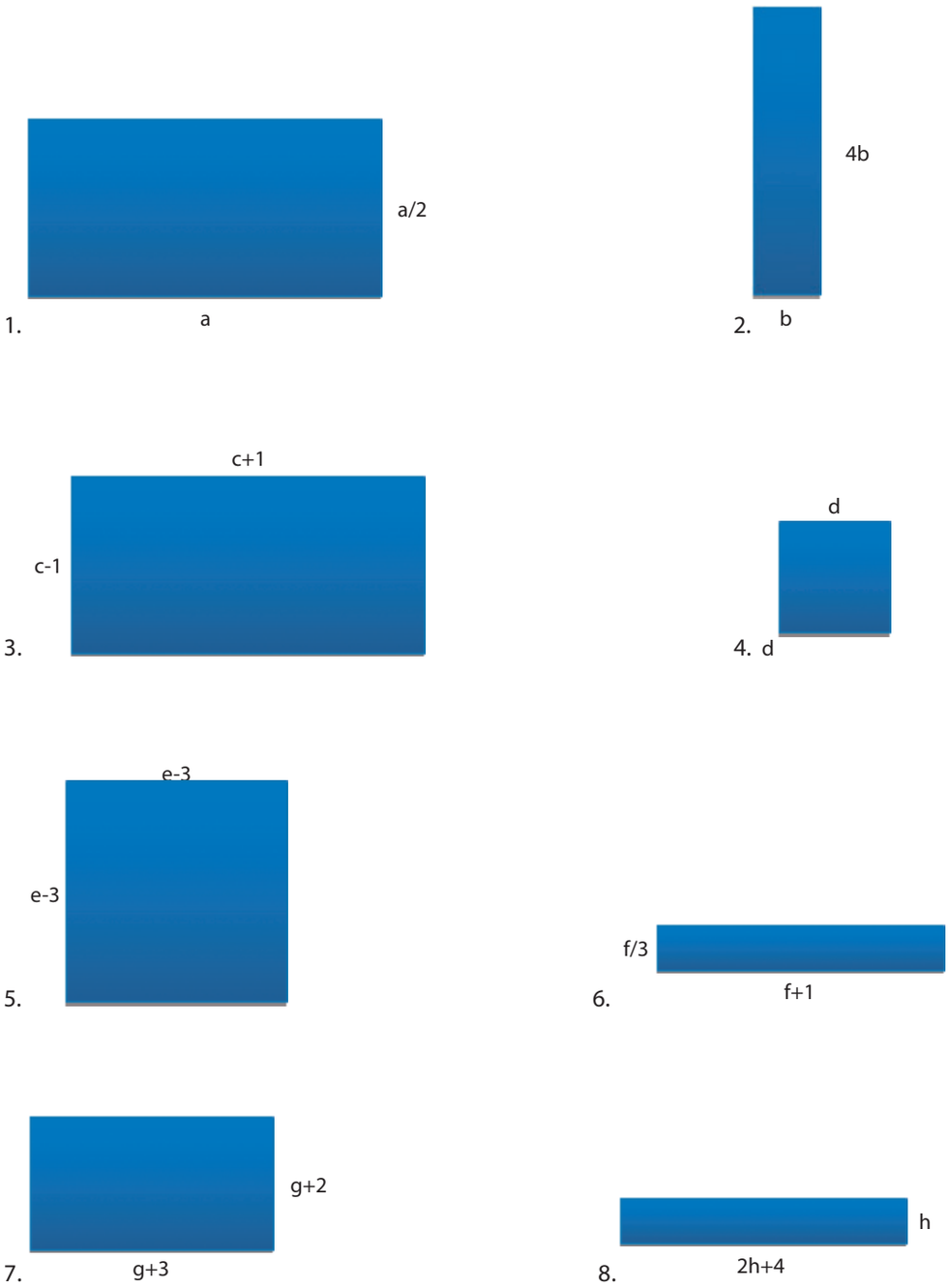
Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Área do retângulo	Cartolina, caneta pilot, tesoura, caderno, lápis e borracha	Os alunos deverão descobrir a função polinomial que permite calcular a área dos diversos retângulos dados em função de sua base ou altura	Grupos de até 4 pessoas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, divida a turma em grupos de até quatro pessoas e verifique quantos grupos serão formados. Em seguida, elabore retângulos para serem distribuídos nos grupos (um para cada grupo). Seguem oito exemplos que podem ser utilizados, considerando uma turma de 32 alunos.



Distribua um retângulo por grupo e peça para que definam a fórmula do cálculo da área em função da base ou da altura.

Aspectos pedagógicos

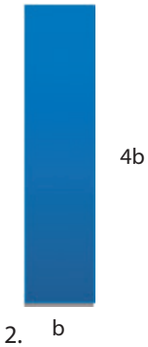
Professor, você pode sugerir que os próprios grupos elaborem os retângulos. Antes da atividade é importante que você relembre a turma que a área do retângulo é definida pela multiplicação da base pela altura.

Você pode elaborar outros exemplos de retângulos ou até mesmo utilizar outras figuras geométricas. Outra possibilidade é elaborar figuras tridimensionais para definir o cálculo do volume.

Nos exemplos dados os alunos devem chegar aos seguintes resultados:

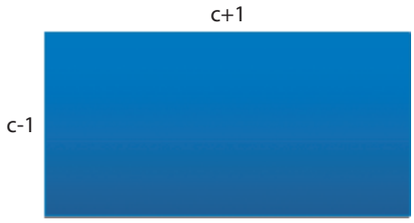
1.

A(a) = a2/2



2.

A(b) = 4b2

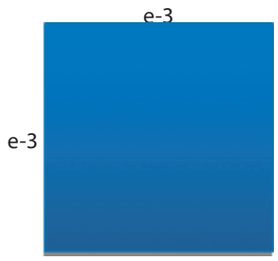


3.

A(c) = c2 - 1

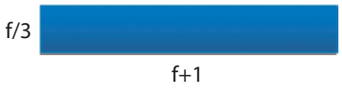
4.

A(d) = d2



5.

A(e) = e2 -6e +9



6.

A(f)=(f2 + f)/3

7.

A(g) = g2 +5g +6

8.

A(h) = 2h2 + 4h

Observe atentamente o trabalho de seus alunos, percorrendo as mesas e auxiliando-os em dúvidas. Procure destacar dúvidas ou erros que possam ser recorrentes, como aqueles originados de propriedades operatórias, por exemplo.

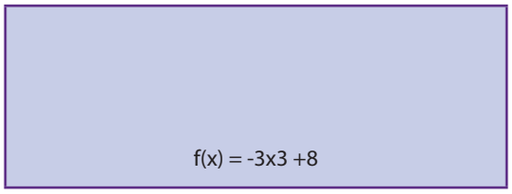
Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pesquisando funções polinomiais	Fichas de papel	Os alunos deverão pesquisar individualmente três exemplos de funções polinomiais. Em seguida, em grupo, deverão identificar o grau do polinômio associado a cada função pesquisada.	A atividade, em um primeiro momento, será feita individualmente e uma segunda etapa em grupos de 4 pessoas (ou com o número que for conveniente em relação ao número de alunos da turma)	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Professor, na aula que anteceder a esta aula, solicite, como trabalho de casa, que cada aluno pesquise três exemplos de funções polinomiais. A pesquisa pode ser feita usando buscadores na internet, entrevistando outros professores ou consultando em livros de Matemática. Os resultados devem ser anotados e trazidos para a sala em fichas individuais, feitas a mão ou em computador. Defina com seus alunos as dimensões e o material das fichas para haver um padrão. Por exemplo, as fichas poderão ser feitas de papel branco com dimensões 10 cm x 5 cm, como no exemplo abaixo:



Na aula seguinte, os alunos deverão trazer as fichas com as funções e se dividirem em grupos. As fichas de cada aluno deverão ser distribuídas em um grupo no qual ele não seja componente.

Por fim, os grupos deverão analisar as fichas recebidas e identificar o grau do polinômio associado a cada função pesquisada. No exemplo acima, os alunos analisariam o polinômio -3x3 + 8 e descobririam que este tem grau 3.

Aspectos pedagógicos

Professor, é muito importante que você explique o assunto abordado anteriormente, uma vez que a atividade demanda uma etapa de pesquisa, seguida de uma outra, em grupo. Por isso, é muito importante que os alunos realizem essa atividade com uma boa base teórica. Caso sinta que a turma está com dificuldades, você pode pedir para que os alunos realizem essa pesquisa em sala e em grupo caso queira supervisioná-la.

Nas seções seguintes, essas fichas com as funções podem ser reutilizadas. Você pode pedir para que os alunos encontrem o valor numérico, raiz, etc das funções.

Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polinômios no comércio	Cópias da folha de atividades	O objetivo desta atividade é criar condições para que os alunos vivenciem uma situação problema que pode ser modelada por um polinômio	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

PO objetivo desta atividade é criar condições para que os alunos vivenciem uma situação problema que pode ser modelada por um polinômio. Para dar conta das questões que são propostas com base na situação, eles terão que calcular o valor numérico de um polinômio bem como terão que relembrar alguns conceitos associados às funções quadráticas. Entre eles, podemos destacar as coordenadas do vértice da parábola que corresponde ao gráfico da função e o estudo do sinal da função.

Inicialmente você pode estabelecer com a turma um diálogo, levantando os seguintes questionamentos: em que circunstâncias podemos aplicar nossos conhecimentos sobre polinômios? É útil para um comerciante ter um modelo matemático que descreve o seu lucro em função da quantidade daquilo que vende? Podemos afirmar que o

lucro de um vendedor é diretamente proporcional à quantidade vendida?

Em seguida, distribua uma ficha (como a que segue em anexo no pen drive) para cada dupla e peça aos alunos que tentem responder os problemas ali propostos. Quando eles concluírem, peça-lhes que exponham seus raciocínios.

Aspectos pedagógicos

Professor, nossa sugestão aqui é que, quando os alunos expuserem suas soluções, você faça uma leitura coletiva dos problemas, procurando compará-los. Inicialmente leia e compare os problemas a e b. Embora o contexto seja o mesmo – a discussão do lucro em função da quantidade de caixas vendidas – o que difere um do outro? Os alunos precisam entender que, no primeiro problema, pede-se o valor numérico assumido pelo polinômio quando x é substituído por 5 - que é 300 reais. Já no segundo, trabalhamos a ideia reversa, ou seja, é preciso descobrir para que valores de x o valor numérico assumido pelo polinômio é zero. Substituindo L(x) por zero e resolvendo a equação do 2º grau assim obtida, os alunos descobrirão que estes valores são 2 e 6. Em outras palavras, perceberão que as raízes deste polinômio são 2 e 6.

Nos problemas c e d, caso nenhuma dupla se recorde, é aconselhável que você sinalize para a turma que o polinômio do 2º grau é uma função quadrática. Portanto, alguns conhecimentos construídos em anos anteriores sobre este tipo de função podem ser empregados nesta situação. Para o item c, por exemplo, vale a pena recordar que o gráfico correspondente à função quadrática em questão é uma parábola com concavidade para baixo, o que, por sua vez, nos leva a admitir que existe um valor de x para o qual o lucro será máximo. Este valor é o que denominamos x do vértice x_v e pode ser obtido de duas formas. Uma forma é empregar a fórmula $x_v = \frac{-b}{2a}$, onde a e b são, respectivamente os coeficientes de x2 e x. Outra forma é baseada na simetria da parábola. Como o eixo de simetria da parábola é uma reta que passa pelo vértice e é paralela ao eixo y, podemos concluir que o x_v é a média aritmética entre as raízes, ou seja, $x_v = \left(\frac{2+6}{2}\right) = 4$. No item d, a observação de um esboço do gráfico e a constatação de que para valores situados entre as raízes a função assumirá valores positivos poderá conduzir seus alunos à resposta certa que é $2 < x < 6$.

Para finalizar, sugerimos que você retome o diálogo proposto inicialmente sobre as aplicações dos conhecimentos sobre polinômios. Você pode concluir com seus alunos que a possibilidade de modelar uma situação permite àqueles que a vivenciam fazer previsões e planejar suas atuações. No caso da situação apresentada nesta atividade, o fabricante poderia controlar suas vendas. Como vimos, o lucro não é diretamente proporcional às vendas. Isto pode parecer estranho a princípio, mas, se pensarmos nas leis de mercado, como a lei da oferta e da procura, por exemplo, podemos admitir que é possível.

Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polinômios nas Profissões	Cópias da folha de atividades	Criar condições para que os alunos usem um polinômio do 2º grau para modelar uma situação adaptada da engenharia e efetuem cálculos relativos aos valores numéricos assumidos por este polinômio	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade temos por objetivo criar condições para que os alunos modelem uma situação adaptada da engenharia com um polinômio do 2º grau e, em seguida, efetuem cálculos relativos aos valores numéricos assumidos por este polinômio. Inicialmente você pode estabelecer com a turma um diálogo, procurando mostrar aos seus alunos que, assim como na Física, os estudos realizados nas diversas engenharias (engenharia civil, naval, elétrica, de produção etc.) muitas vezes lidam com modelos matemáticos que descrevem as relações entre as grandezas que costumam medir e, nesse sentido, os polinômios podem ser bastante úteis.

Dando prosseguimento, você pode distribuir uma ficha como a que segue em anexo para cada dupla e pedir aos alunos que tentem responder as perguntas ali propostas. Quando eles concluírem, peça-lhes que exponham seus raciocínios.

Aspectos pedagógicos

Professor, enquanto os alunos respondem as perguntas propostas na ficha, algumas dúvidas relativas a conteúdos estudados anteriormente poderão surgir. Entre elas, destacamos aquelas ligadas à resolução de sistemas. Se isso ocorrer, sugerimos você ampare as duplas, dando-lhes os esclarecimentos necessários. Não espere que eles concluam tudo para lhes esclarecer. Eles poderão se desinteressar neste processo.

É importante, de imediato, levar os alunos a perceber que se o peso zero fornece a deformação zero, podemos escrever D(0)=0 e concluir que c=0. Isto se fundamenta na ideia de que o termo independente corresponde ao valor numérico assumido pelo polinômio quando a variável é substituída por zero. Trata-se de uma ideia de fácil entendimento e bastante útil no estudo dos polinômios. Para que seus alunos a internalizem, se for preciso, você pode fazer uma lista de polinômios e pedir-lhes que calculem o valor numérico de cada um quando a variável é substituída por zero. Eles poderão observar vários casos e tirar suas conclusões.

Depois de concluir que c=0, com os valores constantes na terceira e na quarta linha da tabela, os alunos poderão montar um sistema com as equações $16a + 4b = 24$ e $36a + 6b = 48$ e, resolvendo-o, obterão $a=1$ e $b=2$.

Dispondo dos valores de a e b, facilmente, os alunos resolverão o item b, calculando D(10) = (10)2 + 2.10 = 120 mm. E, no item c, precisarão resolver a equação do 2º grau x2 + 2x = 80, cujas raízes são -10 e 8. Neste ponto, vale lembrar que, a equação do 2º grau possui duas raízes, mas somente uma delas, 8, soluciona o problema proposto, afinal não faz sentido um peso negativo. Além disso, é recomendável que você, numa reflexão coletiva com a turma, procure comparar os itens b e c. Procure mostrar a eles que, enquanto uma oferece o valor de x e solicita o valor numérico assumido pelo polinômio para aquele valor, a outra requer que se descubra para que valores de x o polinômio assume um valor numérico conhecido. A distinção entre estes dois tipos de situação é fundamental para o avanço nos estudos dos polinômios.

Finalizando, não podemos deixar de mencionar que trazer um problema contextualizado numa profissão, como a engenharia, pode contribuir para uma discussão mais ampla sobre escolhas profissionais, aspecto que tem provocado muita angústia entre os jovens brasileiros. Assim, é razoável que você aproveite bem essa oportunidade e amplie o debate sobre as profissões: Como está o mercado de trabalho para certas profissões? Que conhecimentos são mobilizados em cada uma? Em quais profissões os conhecimentos matemáticos são prioritários? Se possível, envolva os professores das outras disciplinas neste debate e convide alguns profissionais para um bate papo com seus alunos.

Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jogo das Raízes	Conjunto de cartas (baralho), a partir de modelo em anexo	EA atividade propõe um jogo para a fixação do conceito de raiz de um polinômio	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, propomos um jogo para a fixação do conceito de raiz de um polinômio. Em linhas gerais, trata-se de verificar se um número é ou não raiz de um polinômio. Assim, a questão que se coloca logo de início é: como podemos saber se um número é ou não raiz de um polinômio?

Depois de refletir sobre esta questão com a turma, você pode organizar as duplas, procurando colocar, em cada dupla, alunos com diferentes níveis de entendimento do assunto. Nossa intenção é que, desta forma, um aluno possa ajudar o outro e que a disputa entre as duplas seja acirrada. Caso contrário, os alunos poderão perder o interesse pelo jogo. As cartas devem ser feitas a partir do modelo que segue em anexo no pen drive.

Recomendamos que, antes de distribuir as cartas, você explique as regras do jogo:

Regra 1: Cada dupla de alunos receberá as cartas do jogo, que deverão ser embaralhadas;

Regra 2: Depois de embaralhadas, as cartas devem ser dispostas sobre a mesa com seus conteúdos à mostra;

Regra 3: As duplas devem formar pares de cartas, de maneira que uma carta seja um polinômio e a outra seja a raiz deste polinômio;

Regra 4: Ganha o jogo a dupla que formar todos os pares no menor tempo.

Perceba que, se você entregar primeiro as fichas e depois explicar as regras, alguns alunos poderão antecipar a identificação das raízes enquanto você fala e, então, você poderá perder o controle sobre o tempo gasto por cada dupla na tarefa. Nossa sugestão é que você realize várias rodadas. Ao final, você ainda pode pedir que os alunos expliquem os procedimentos que usaram durante o jogo e criem novas cartas, enriquecendo o "baralho".

Aspectos pedagógicos

Professor, esteja atento, pois os alunos poderão apresentar duas estratégias para a verificação se um número é ou não raiz de um polinômio. A primeira é calcular o valor numérico do polinômio quando substituímos a variável pelo número que se deseja verificar. Se o valor numérico obtido for zero, então temos uma raiz do polinômio. Caso contrário, o número não é raiz. Outra estratégia é igualar o polinômio a zero - e assim formar uma equação - para, em seguida, calcular as raízes desta equação por meio de fórmulas.

Diante destas estratégias, é importante refletir com os alunos sobre as limitações de cada uma. A primeira, por exemplo, não nos permite obter todas as raízes do polinômio e a segunda, por sua vez, é limitada, pois não estudamos fórmulas para a solução de equações cujo grau seja maior ou igual a 3.

Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polinômios e Geometria	Cópias da folha de atividades	Mostrar aos alunos uma aplicação das operações com polinômios: a obtenção de uma expressão algébrica para o volume de uma caixa cuja forma se assemelha a um paralelepípedo	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Para que os alunos se apropriem da situação proposta na folha de atividades, é aconselhável que, antes de distribuí-la, você reflita com eles e até tente esboçar no quadro as planificações de algumas caixas como, por exemplo, de uma caixa de bombom. Uma questão interessante a ser colocada é: se dispomos de uma folha retangular, que recortes podemos fazer para obtermos a planificação de uma caixa que tem a forma de um paralelepípedo sem tampa?

Mesmo que, neste momento, seus alunos ainda não consigam responder esta questão, você pode distribuir as folhas entre as duplas. Assim que eles iniciarem a leitura da situação descrita na folha, obterão a reposta esperada. Quando concluírem, peça-lhes que exponham seus raciocínios. Procure analisar coletivamente e valorizar tudo que for apresentado.

Aspectos pedagógicos

O objetivo desta atividade é mostrar aos alunos uma aplicação das operações com polinômios: a obtenção de uma expressão algébrica para o volume de uma caixa cuja forma se assemelha a um paralelepípedo. A atividade também permite a integração da Álgebra com a Geometria, aspecto muito importante, que influencia as concepções que os alunos constroem da Matemática e que tem sido negligenciado no ensino tradicional.

Professor, logo na primeira leitura da folha, seus alunos poderão concluir que, se recortarmos quatro quadrados idênticos, um de cada canto de uma folha retangular, obteremos a planificação de uma caixa retangular sem tampa. É importante destacar também que, para dar conta das questões que são propostas ali, eles terão que utilizar a fórmula que fornece o volume do paralelepípedo. Caso não se lembrem, você pode deixar escrito no quadro que o volume do paralelepípedo pode ser encontrado fazendo-se o produto das medidas das três dimensões (ou seja, comprimento x largura x altura).

Observe que, na folha, os itens foram elaborados de modo que os anteriores sirvam de base para a resolução dos seguintes. Assim, o esboço da caixa, solicitado logo no primeiro item, ajuda os alunos a enxergarem que as três dimensões são, respectivamente, 40 – 2x, 50 – 2x e x. A identificação destas expressões, por sua vez, e a substituição das mesmas na fórmula do volume do paralelepípedo conduzem à igualdade V(x) = (40 - 2x).(50 - 2x).x . É no item c que os alunos terão oportunidade de realizar algumas das operações com polinômios estudadas nesta unidade. Desenvolvendo corretamente os produtos constantes em V(x) = (40 - 2x).(50 - 2x).x, os alunos encontrarão V(x) = 4x3 – 180x2 + 2000x e, na análise de seus procedimentos, é importante que você sinalize para a turma: a) o emprego da propriedade distributiva na multiplicação e b) a redução dos termos semelhantes na adição e na subtração.

No item d, em que é solicitado o volume quando x=4, é aconselhável que você explore com seus alunos a simbologia matemática para esta questão. Esta solicitação em linguagem matemática corresponde ao V(4) e, como o cálculo do valor numérico de um polinômio já foi explorado em seções anteriores, esperamos que facilmente seus alunos concluam que o volume desejado é 1984 cm3.

Para finalizar, é fundamental que você utilize o último item da folha para discutir as restrições que o contexto impõe ao cálculo do valor numérico do polinômio. Num contexto algébrico podemos substituir o x por qualquer número real e obter um valor para V(x). Mas, no contexto geométrico, isso não é possível. Afinal, se os quadrados que recortarmos nos cantos da folha tiverem lados maiores ou iguais a 20 cm, não conseguiremos montar nenhuma caixa!

Seção 2 – Funções polinomiais

Páginas no material do aluno
90 a 102

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Operando com polinômios	Um conjunto de cartas (baralho), feito a partir de modelo em anexo	A atividade propõe um jogo para a fixação dos principais conceitos associados à adição, à subtração e à multiplicação de polinômios	Duplas	2 tempos de 40 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, propomos um jogo para a fixação dos principais conceitos associados à adição, à subtração e à multiplicação de polinômios. Assim como no jogo das raízes, os alunos terão um pequeno baralho, construído a partir do modelo que segue em anexo no pen drive. As cartas deste baralho são de dois tipos: no primeiro, as cartas mostram polinômios e uma operação e, no segundo, as cartas apresentam apenas um polinômio. Caberá aos alunos, no menor tempo possível, formar pares de cartas em que uma contenha uma operação e a outra contenha o resultado desta operação. Para facilitar sua explicação sobre o jogo para os alunos, apresentamos a seguir um passo a passo

com as regras:

Regra 1: Cada dupla de alunos receberá as cartas do jogo que deverão ser embaralhadas;

Regra 2: Depois de embaralhadas, as cartas deverão ser dispostas sobre a mesa com seus conteúdos à mostra;

Regra 3: As duplas devem formar pares de cartas em que uma operação com polinômios e a outra é o resultado desta operação;

Regra 4: Ganha o jogo a dupla que formar todos os pares no menor tempo.

Sugerimos que você organize as duplas, procurando colocar, em cada uma, alunos com diferentes níveis de entendimento do assunto. Nossa intenção é que, desta forma, um aluno possa ajudar o outro e que a disputa entre as duplas seja acirrada. Caso contrário, os alunos poderão perder o interesse pelo jogo. Recomendamos também que você explique as regras antes de distribuir os baralhos entre as duplas.

Aspectos pedagógicos

Professor, se julgar necessário, antes de propor o jogo, você pode fazer uma breve revisão sobre as operações com polinômios ali envolvidas. Coloque alguns exemplos e peça aos alunos para irem ao quadro resolvê-los. Crie condições para que eles reconheçam algumas propriedades, como a comutatividade da adição e da multiplicação de polinômios e a associatividade da multiplicação.

Lembre-se de que tão importante quanto jogar é refletir sobre o jogo. Assim, procure questioná-los: que operação acham mais complicada? E mais demorada? Das cartas do jogo, qual apresentou o cálculo mais complexo?

Perceba ainda que, se além de jogar, os alunos tiverem oportunidade de criar novas cartas, poderão avançar ainda mais na compreensão das operações. Se puder, já leve até cartas em branco para distribuir entre as duplas e solicitar a criação de novas cartas.

Atividades de avaliação

Avaliação					
Tipos de Atividades	**Título da Atividade**	**Material Necessário**	**Descrição Sucinta**	**Divisão da Turma**	**Tempo Estimado**
	Momento de Reflexão	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas. A primeira consiste num registro de aprendizagens e a segunda na realização de questões objetivas e dissertativas selecionadas pelo professor	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último dos tempos de aula destinados à presente unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões em duas etapas, conforme explicitado a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Apresentamos a seguir algumas questões para os alunos responderem. A ideia é que elas sejam complementares às que você já usa para avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas.

1. Qual o conteúdo matemático estudado nesta unidade?

2. Qual o valor numérico do polinômio p(x) = (x - 3)7 (2x – 3)5 quando x=2 ?

3. Classifique a afirmação em verdadeira ou falsa, justificando a sua resposta: "A soma de dois polinômios de grau 3 resulta um polinômio de grau 3".

4. O comprimento de uma janela retangular mede 5 m a mais que sua altura x. Se a área da janela é 36 m2, determine o polinômio p(x) de segundo grau que permita calcular as dimensões da janela.

5. A expressão $\frac{x^{-4}+x^{-2}+1}{x^{-4}}$ é um polinômio? Explique.

Sugerimos também que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, a serem entregues ao seu formador no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões apresentadas.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Sugerimos para compor esta etapa do instrumento avaliativo, a escolha de pelo menos uma questão objetiva e uma discursiva que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade. Nosso objetivo aqui é fazer com que o aluno compreenda uma situação real, aplique o princípio multiplicativo ou o conceito de permutação e faça uma reflexão mais profunda sobre procedimentos para contagem.

Sugestão de questão objetiva para a avaliação:

Questão 1: (PUC - SP)

Sendo x3+1 = (x+1) (x2+ax+bx) para todo x real, os valores de a e b são, respectivamente:

a. -1 e -1

b. 0 e 0

c. 1 e -1

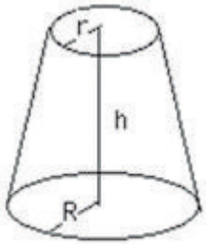
d. -1 e 1

e. 1 e 1

Sugestão de questão discursiva para a avaliação:

Questão:

Usando-se conhecimentos de geometria, pode-se calcular o volume V de um balde



através da fórmula $V = h(r^2 + Rr + R^2)$

Supondo-se que as medidas envolvidas são dadas em decímetros e que h = r = 1 dm, determine:

a. O polinômio V(R) que calcula o valor do volume do balde e sua unidade de volume.

b. Explique, argumentando geometricamente, por que o polinômio obtido em (a) não possui raízes positivas. A seguir, verifique algebricamente que não há raízes.

c. Qual o valor numérico V(5)? Se V(R) tem valor 100, ache um intervalo de inteiros onde encontra-se R.

Gabarito

Registros de Aprendizagem

1. Polinômios.

2. O polinômio p(x) = (x - 3)7 (2x – 3)5 avaliado em x=2, dá p(2) = (2-3)7 (2.2-3)5=(-1)7 (1)5=-1

3. Os polinômios p(x) = x3 e q(x)=-x3+1 são de grau 3, entretanto, a soma deles, p(x) + q(x) = x3 – x3 + 1 = 1, possuindo grau 0. Logo é falsa a afirmação.

4. Se a altura de janela mede x, então o comprimento da janela mede x + 5. Como a área da janela é 36 m2, podemos dizer que x + 5 = 36, donde vale, portanto, a equação x2 + 5x – 36 = 0. O polinômio procurado é p(x) = x2 + 5x – 36.

   Manipulando-se a expressão $\frac{x^{-4}+x^{-2}+1}{x^{-4}}=\frac{x^4\left(x^{-4}+x^{-2}+1\right)}{x^4x^{-4}}=\frac{1+x^2+x^4}{1}=1+x^2+x^4$ vemos que trata-se de um polinômio.

Resposta e comentários da questão objetiva sugerida:

Você pode intervir alertando aos alunos que o fundamental do problema é lembrar as condições para que dois polinômios sejam considerados idênticos.

Gabarito

Operando o lado direto da igualdade tem-se:

$$x^3+1=x^3+(1+a)x^2+(a+b)x+b$$

Donde, igualando-se os coeficientes correspondentes a termos de mesmo grau, tem-se a=-1, b=1. Portanto, a resposta é letra D.

Resposta e comentários da questão discursiva sugerida:

Primeiramente, você deve alertar seus alunos que uma oportunidade de construir conhecimentos é fazê-lo através de problemas que introduzam novos conceitos. E este é o caso! Tranquilize-os em relação à fórmula que, num primeiro momento, pode trazer desconforto a alguns. Junto com os alunos, identifique cada um dos elementos da figura (tronco de cone), de modo que ele saiba exatamente que medidas indicadas na figura, correspondem a do balde. Ressalte a importância do assunto estudado, mostrando a abrangência e conexão entre os conteúdos aparentemente distantes.

a. Para h=r=1 dm

$$V=h(r^2+Rr+R^2)=1(1^2+1.R+R^2)=R^2+\mathrm{R}+1$$

é o polinômio que calcular o volume do balde. Repare que o volume está em dm^3.

b. O polinômio não possui raízes positivas, pois fornece o volume de um sólido não degenerado, a saber, um tronco de cone. Algebricamente, podemos pensar assim: como $(R+1)^2\geq 0$ e $R^2+1>0$, a soma das desigualdades resulta que $2(R^2+R+1)>0$, seja qual for o valor de R. Conclusão idêntica pode ser obtida se tentamos calcular as raízes do polinômio V(R), que não possui raízes reais, pois seu discriminante é negativo.

c. O valor numérico V(5) = 52 + 5 + 1 = 31. Observe que V(9)=91 e que V(10)= 111, de forma que R toma algum valor no intervalo (9,10) já que o volume do balde cresce a medida que R aumenta.

Volume 1 • Módulo 4 • Matemática • Unidade 5

Geometria Analítica 1

Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves

Introdução

Na unidade 5 do módulo 4 do material do aluno são apresentadas diversas situações e atividades sobre geometria analítica, mais precisamente sobre distância entre pontos, posição relativa entre retas e equação da reta.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora. É uma atividade que tem por objetivos iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, espera-se que os alunos consigam identificar e utilizar o sistema cartesiano ortogonal, calcular a distância entre pontos e determinar a posição relativa de duas retas no plano.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático, e que têm como objetivo trabalhar a identificação de pontos, distâncias e retas no plano cartesiano, apresentar ao aluno a equação da reta em diferentes formas, e fazer com que os alunos consigam determinar as equações da reta a partir de informações envolvendo pontos por onde a reta passa e/ou inclinação. Sugerimos a sua realização nas aulas subsequentes à aula inicial,sempre de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que você faça alterações e adaptações nas atividades sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento deve ser dedicado a uma revisão do estudo realizado durante esta unidade, utilizando problemas que permitam consolidar o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. E o segundo momento consiste num momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente. Também disponibilizaremos algumas questões de avaliações de larga escala, como o ENEM, os Vestibulares, os Concursos Públicos, entre outros.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	4	5	6 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Geometria Analítica 1	Distância entre pontos e Equação da Reta
Objetivos da unidade	
Identificar e utilizar Sistema Cartesiano ortogonal	
Calcular Distância entre dois pontos	
Identificar a posição relativa de duas retas no plano	
Conhecer a equação da reta na sua forma reduzida, fundamental e paramétrica	
Determinar a equação de uma reta que passe por dois pontos ou que passe por um ponto e que possua uma determinada inclinação	
Seções	**Páginas no material do aluno**
Para início de conversa...	115 a 116
Seção 1 – Plano Cartesiano	117 a 121
Seção 2 – Distância entre dois pontos	121 a 125
Seção 3 – Retas	125 a 131
Conclusão	132
Resumo	132
Veja ainda	133
Referências	133
O que perguntam por aí?	137 a 138
Atividade Extra	139 a 141
Gabarito	142 a 143

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:

Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.

Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.

Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.

Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.

Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividades Iniciais

Descrevemos a seguir situações motivadoras que tem por objetivo fazer com que os alunos iniciem uma discussão coletiva e, antes da etapa de formalização, se familiarizem com o conteúdo matemático a ser trabalhado de forma empírica e com atividades de fácil compreensão. Sugerimos que você escolha a que seja mais adequada à sua realidade, ou, se preferir, utilize uma atividade própria.

Atividade Inicial 1

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pontos e Retas no papel milimetrado	Cópias da folha de atividades, papel milimetrado	Os alunos são chamados a marcar, no papel milimetrado, os pontos que estão disponibilizados na folha de atividades e a determinar as retas que passam por esses pontos	Turma disposta em duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua as folhas de atividades.

Nesta atividade, os alunos deverão marcar os pontos e perceber uma regularidade. Para isso, os alunos devem utilizar um papel milimetrado disponibilizado por você, professor. Tenha uma postura observadora durante a atividade, mas auxilie os alunos que encontrarem dificuldades.

Aspectos pedagógicos

Professor, primeiramente oriente seus alunos quanto à necessidade de fazer cada passo da atividade. Além disso, fique atento às dificuldades que eles terão ao se depararem com termos como colineares, triângulo retângulo e perpendiculares. É um bom momento para reforçar alguns conceitos anteriores.

Nos itens g e h, as justificativas dos alunos podem ser calcadas na observação do desenho esboçado por eles. Estimule-os a investigarem matematicamente o problema, a fim de que construam argumentos matemáticos.

Não interfira na produção dos alunos de imediato, pois é importante que eles se deparem com o erro e tentem corrigi-los.

Ao final da atividade, proponha que uma dupla verifique o que foi produzido e respondido por outra dupla. Assim, terão uma visão crítica sobre o que foi realizado. Nessa ação, há a transferência de responsabilidade do aprendizado para o aluno, o que é bem saudável.

Caso queira, pode retornar a essa atividade mais a frente para determinar as equações das retas r, s e t.

Folha de atividades – Pontos e Retas

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Momento de Reflexão

Atividade: Marque os pontos A(1, 0), B(3, 1) e C(2, 3) no papel milimetrado.

a. Esses pontos são colineares? Por quê?

b. Qual a distância entre A e B? E entre B e C? E entre A e C?

c. Esboce a reta que passa por A e B, nomeando-a de reta r.

d. Esboce a reta que passa por B e C, nomeando-a de reta s.

e. Esboce a reta que passa por A e C, nomeando-a de reta t.

f. Quantos pontos são necessários para definir uma reta? Por quê?

g. O triângulo ABC é retângulo? Por quê?

h. Existem retas perpendiculares em seu desenho? Por quê? Em caso positivo, informe quais.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Tesouro cartesiano	vídeo Tesouro cartesiano, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1183, calculadoras e cópias dafolha de atividades	o vídeo utilizado nessa atividade usa a geometria analítica para determinar a localização de um tesouro. No problema proposto, os alunos deverão calcular distâncias entre pontos para determinar a localização do tesouro	Duplas ou trios	25 minutos

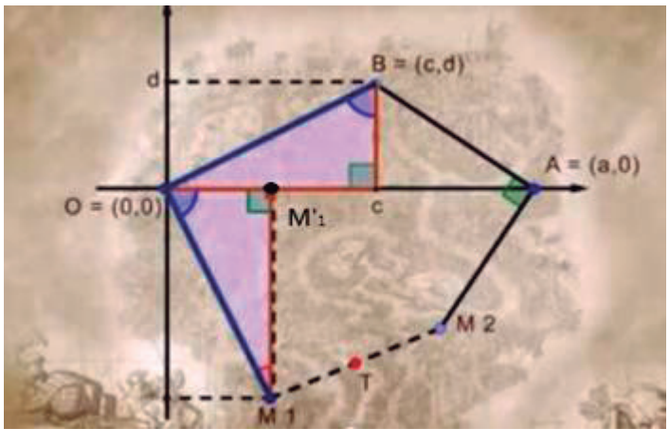
Aspectos operacionais

Exiba o vídeo para a turma. Divida a turma em duplas ou trios e distribua as folhas de atividades. Depois que as duplas trabalharem com os problemas propostos, promova uma discussão com toda a turma sobre as resoluções propostas.

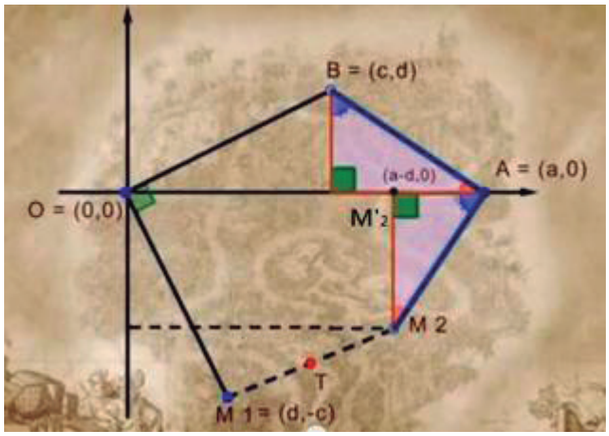
Aspectos pedagógicos

Para justificar as coordenadas de M1, é necessário mostrar a congruência entre os triângulos OBC e OM1M1´: OM1´ tem a mesma medida de BC, ou seja, mede d; M1M1´

tem a mesma medida de OC, ou seja, mede c. Por issoM1tem abscissa d e ordenada - c;



Da mesma forma, os triângulos ABC e AM2M2´ são congruentes: BC é congruente a AM2´, ou seja, mede d. Dessa forma a abscissa de M2 é a-d, M2M2´é congruente a AC. AC mede a-c, mas como M2é ponto do quarto quadrante, então sua ordenada é – (a – c), que é igual a c - a.



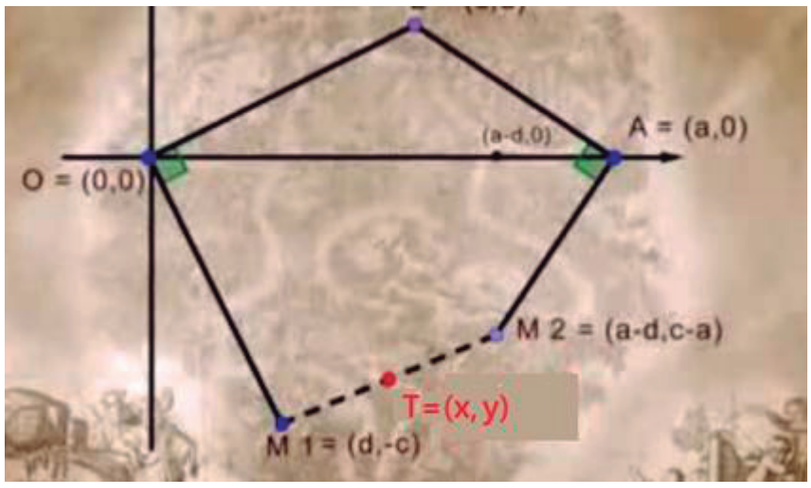
Professor, é comum os alunos terem muitas dúvidas em trabalhar com as coordenadas em termos literais. Por isso, para aproveitar melhor esta atividade, faça um desenho com medidas simples e que mostre de uma forma mais concreta – usando números! - o raciocínio acima. Aproveite o seu exemplo numérico e mostre o cálculo das coordenadas do ponto T.

Folha de atividades – Ache o tesouro

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Olhe o mapa abaixo:



Problema

No vídeo, as coordenadas do ponto $T=(x,y)$ onde está o tesouro foram determinadas fazendo-se a média aritmética das coordenadas dos pontos $M_1=(d,-c)$ e $M_2=(a-d,c-a)$. Isto $T=\left(\frac{d+a-d}{2},\frac{-c+c-a}{2}\right)=\left(\frac{a}{2},-\frac{a}{2}\right)$.

Verifique que a distância entre os pontos T e M1é igual à distância entre os pontos T e M2.

Seção 1 – Plano Cartesiano

Páginas no material do aluno
117 a 121

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Imagem secreta	Cópias da folha de atividades, lápis de cor	nessa atividade, os alunos marcam os pontos que estão disponibilizados na folha de atividades para construírem uma imagem secreta	Trios	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em trios e distribua as folhas de atividades.Nesta atividade, os alunos deverão marcar e ligar os pontos que estiverem num mesmo grupo. Os pontos de grupos diferentes não devem ser ligados. Os alunos devem utilizar o plano cartesiano disposto na folha de atividades para marcar os pontos. Em seguida, devem pintar a imagem com lápis de cor.O professor deve ter uma postura apenas de observador da atividade.

Aspectos pedagógicos

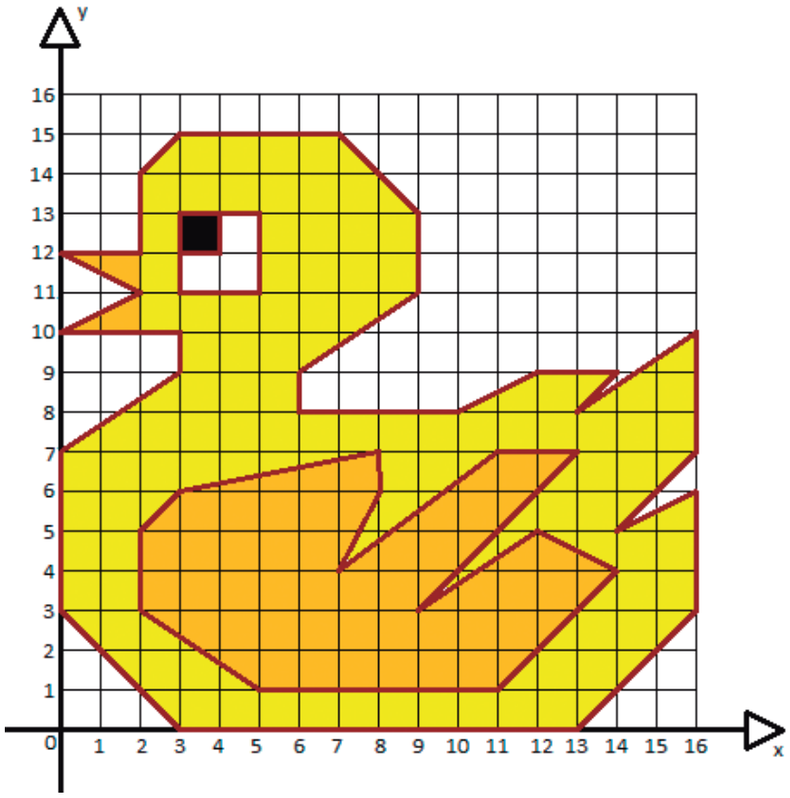
Professor, o mais interessante dessa atividade são os erros, pois os pontos marcados de forma errada vão gerar figuras estranhas que, depois de coloridas, vão se diferenciar da figura correta. Isso pode gerar alguma descontração na turma. Por isso, deixe os erros acontecerem. Os próprios alunos vão comparar, entre si, e verão que algo está errado.

Estimule-os na ação da correção de possíveis erros. Essa é uma boa forma de lidar com algo que, em geral, é desestimulante em aulas de matemática.

Reforce, inicialmente, a informação de que não devem ligar pontos de grupos diferentes.

Destaque a informação de que devem utilizar o plano cartesiano disposto na folha de atividades para marcar os pontos.

Apresentamos, a seguir, a imagem que se formará se os alunos realizaram corretamente a atividade.



Folha de atividades – Avaliação – Etapa 1

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Marque os pontos cujas coordenadas são dadas abaixo e ligue-os com segmentos de reta. Surgirá, no plano cartesiano, um desenho que você poderá colorir. A cada grupo de coordenadas distinto, recomece a sequência.

1º grupo:

(0, 10) (2, 11) (0, 12) (2, 12) (2, 14) (3, 12) (7, 15) (9, 13) (9, 11) (6, 9) (6, 8) (10, 8) (12, 9) (1 4 , 9)
(13, 8) (16, 10) (16, 7) (14, 5) (16, 6) (16, 3) (13, 0) (3, 0) (0, 3) (0, 7) (3, 9) (3, 10) (0, 10)

2º grupo:

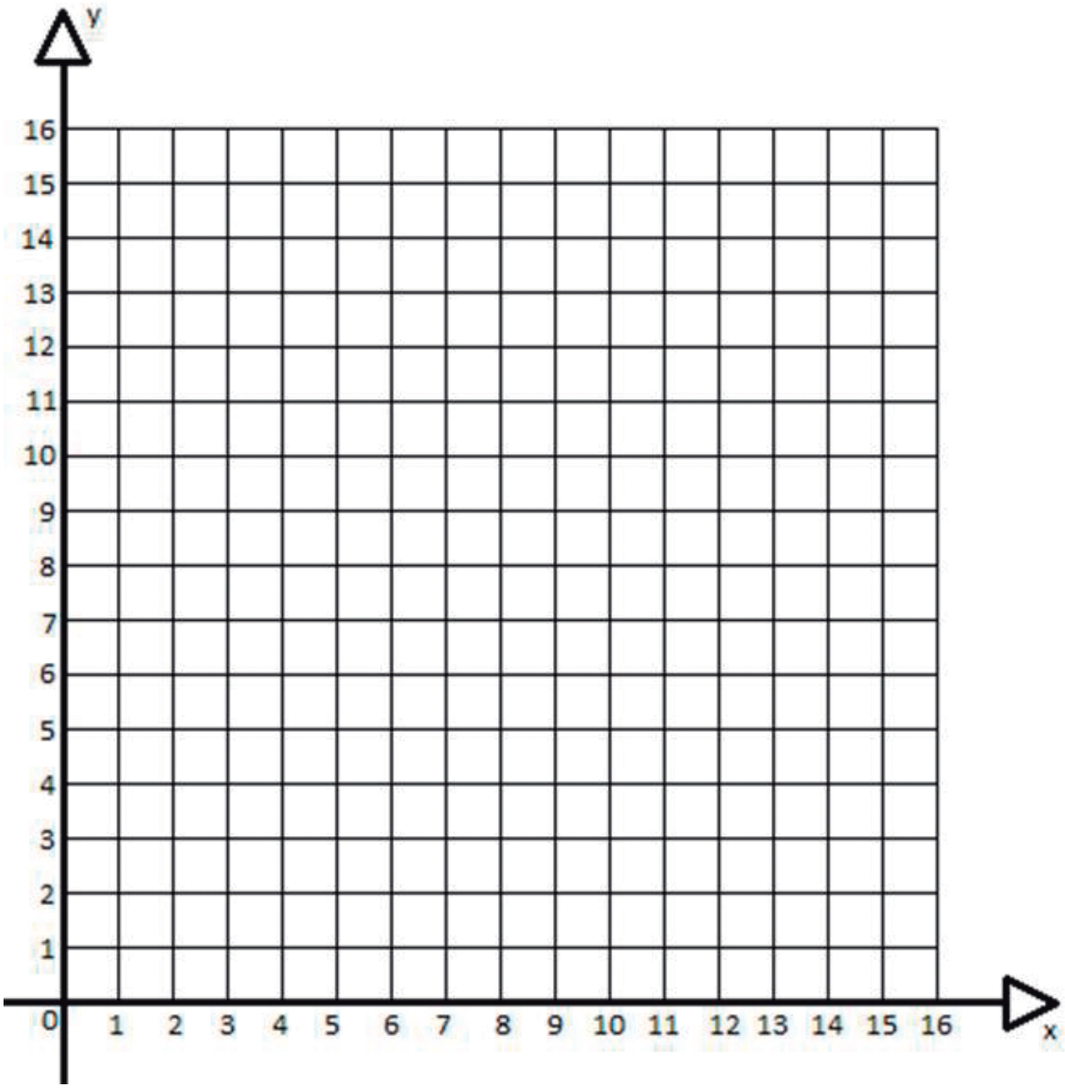
(3, 11) (3, 13) (5, 13) (3, 11)

3º grupo:

(4, 13) (4, 12) (3, 12)

4º grupo:

(8, 7) (3, 6) (2, 5) (2, 3) (5, 1) (11, 1) (14, 4) (12, 5) (9, 3) (13, 7) (11, 7) (7, 4) (8, 6) (8, 7)



Seção 2 – Distância entre dois pontos

Páginas no material do aluno
121 a 125

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Navegando na baía	Cópias da folha de atividades	Nessa atividade, os alunos deverão utilizar o quadrilátero cartesiano para determinar a trajetória da embarcação e, assim, calcular ângulos e equações de reta	Duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas, distribua a folha de atividades eoriente seus alunos na marcação dos pontos indicados no texto da atividade. Incentive que as duplas discutam entre si a resolução do problema e apenas observe as possíveis e diversas soluções.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade pode se tornar muito mais interessante se cada grupodesenvolver sua solução de forma independente. Por isso, procure não intervir nas resoluções, mesmo que elas estejam incorretas. Afinal, nesta atividade, são exploradas orientações de direção, geometria e cálculos,temas em que a autocorreção se mostra muito eficaz.

O valor obtido no cálculo da tangente é aproximado. Informe aos alunos que a aproximação é permitida a fim de verificar o ângulo de inclinação.

Alguns alunos podem tentar calcular o ângulo 0AB na resolução do item (a). Embora o gabarito não contemple este ângulo, os alunos podem encontrar como solução o ângulo 110°.

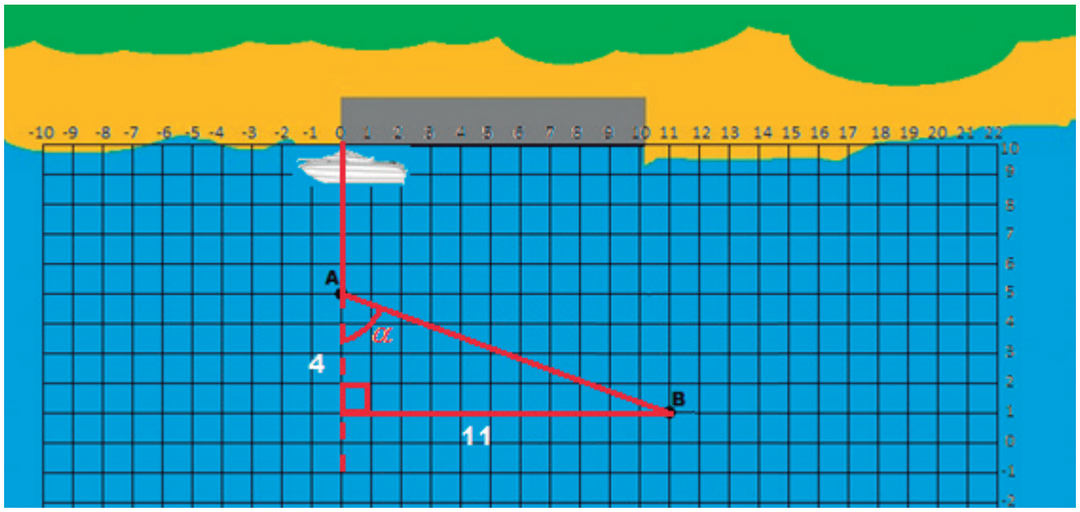
Espere o término da atividade para discutir todas as soluções encontradas. É uma prática muito enriquecedora.

Solução da atividade:

a. De acordo com o desenho abaixo e as posições dos pontos no plano cartesiano inserido na figura, temos que o angulo de inclinação é obtido através do cálculo da tangente.

$$\tan \alpha = \frac{11}{4} = 2,75$$

Logo, de acordo com a tabela, α ≅ 70º.



b. Como a reta passa pelos pontos (0, 5) e (11, 1), basta aplicarmos esses dados na equação reduzida da reta y = mx+n.

$$\begin{cases} 5 = 0.m + n \\ 1 = 11.m + n \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5 = n \\ 1 = 11m + n \end{cases}$$

Substituindo a primeira equação na segunda, temos:

$$11m + 5 = 1$$

$$11m = -4$$

$$m = -\frac{4}{11}$$

Então, a equação da reta é $y = -\frac{4}{11}x + 5$.

c. A distância do ponto A ao ponto B é dado pela expressão $d_{A,B} = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2}$

Assim,

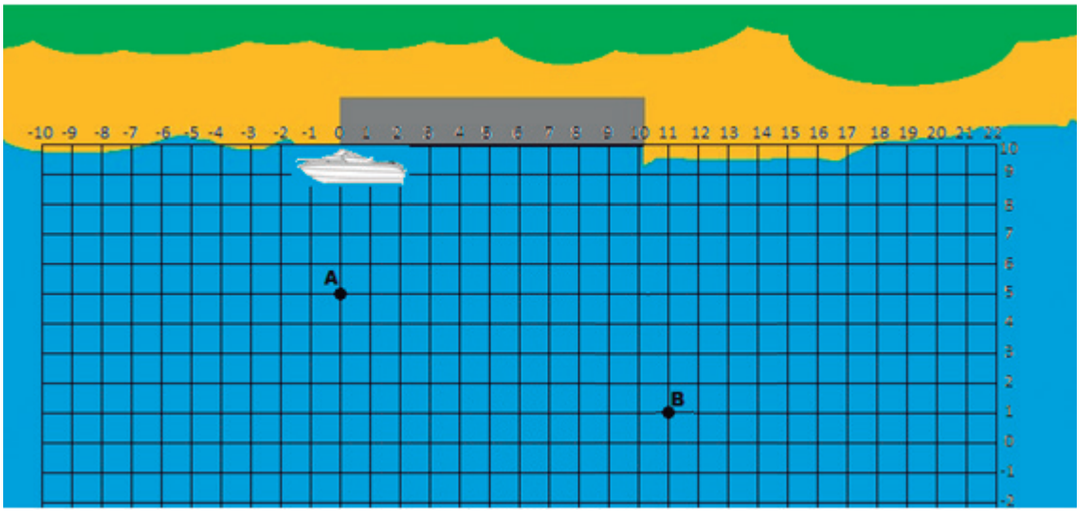
$d_{A,B} = \sqrt{(0-11)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{121+16} = \sqrt{137} \cong 11,7$ unidades de comprimento.

Folha de atividades – Navegando na Baía

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Uma embarcação policial parte de um porto localizado em uma para efetuar uma ronda em busca de possíveis embarcações suspeitas de contrabando. Como procedimento inicial, a região da baía foi inserida num plano cartesiano conforme a figura abaixo.



A embarcação policial parte do ponto (0, 9) e precisa averiguar duas embarcações situadas nos pontos A(0, 5) e B(11,1). Inicialmente, abordará a embarcação situada no ponto A e, em seguida, a embarcação no ponto B.

a. Admitindo-se que a embarcação policial percorra uma trajetória perpendicular em relação à costa até o ponto A, quantos graus deverá girar para se direcionar do ponto A ao ponto B?

b. Qual a equação da reta que passa pelos pontos A e B?

c. Qual a distância do ponto A ao ponto B?

Dados:

Tabela de tangentes (tg)

	tg
0°	0,0000
10°	0,1763
20°	0,3640
30°	0,5774
40°	0,8391
50°	1,1918
60°	1,7321
70°	2,7475
80°	5,6713

Seção 2 – Distância entre dois pontos

Páginas no material do aluno
121 a 125

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Investigador cartesiano	Computador e acesso à internet e o applet disponível em http://condigital.unicsulvirtual.com.br/conteudos/Investigador-Cartesiano/Investigador-Cartesiano.swf	Nessa atividade, os alunos irão utilizar um jogo simples que reúne conhecimentos de equação da reta, coordenadas cartesianas, coeficiente angular da reta, entre outros.	Grupos de 3 a 6 alunos	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em grupos de 3 a 6 alunos e mostre a atividade no telão. Defina, sob qualquer critério, a ordem em que os grupos irão responder às perguntas. Cada grupo deve responder às quatro perguntas que compõem um cenário. Ao final de cada cenário, o jogo deve ser reiniciado para que o outro grupo possa efetuar sua jogada.

Como os alunos devem responder corretamente para passar para a próxima galáxia no jogo, utilize o critério tempo para determinar a classificação dos grupos.

As perguntas são aleatórias e são modificadas a cada reinício de jogo. O nível de dificuldade é basicamente o mesmo em todos os cenários.

A tela inicial do jogo está disposta abaixo. Para começar, basta clicar no botão Iniciar.

Em seguida, uma tela de ajuda é exibida para que os alunos entendam os procedimentos necessários neste jogo.

Para sair da tela de Ajuda, basta clicar no botão Fechar, na parte superior direita da tela.

Após essa etapa, surge a tela inicial do jogo.

Na parte superior da tela, é exibida uma mensagem que auxilia na condução da atividade. Inicialmente, é solicitado que se procure a galáxia 1. O número da galáxia é referente ao quadrante onde ela se encontra. Logo, a galáxia 1 se encontra no 1º quadrante. Desse modo, encontraremos esta galáxia clicando sobre as coordenadas referentes ao pontinho amarelo que está sobre o número da galáxia.

Clique no botão Confirmar e uma pergunta surgirá no campo Pergunta.

Após a exibição da pergunta, os alunos deverão indicar a resposta. Os alunos só poderão prosseguir para a próxima galáxiadepois de darem a resposta certa. O processo continua da mesma maneira, até que se percorram as quatro galáxias.

Aspectos pedagógicos

Professor, auxilie os alunos nos assuntos que forem sendo perguntados e que considerar que o grupo não domina. Lembre-se de que atividade não tem o objetivo de mostrar o quanto os alunos não sabem, e sim servir de apoio para o desenvolvimento do conhecimento.

Em alguns casos, os números digitados na resposta devem estar aproximados (não são aceitas frações, sendo, então, necessário que as transforme em números decimais). Auxilie-os nesta transformação e no arredondamento.

Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno
121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jogo das paralelas e perpendiculares	Cópias da folha de atividades, dado montado a partir da folha	Nessa atividade, os alunos deverão construir retas determinadas por pontos obtidos através de lançamento de dados e compará-las com a reta dada no jogo. Deverão concluir se as retas são paralelas, perpendiculares ou apenas concorrentes (não perpendiculares)	Grupos de 3 ou 4 alunos	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em grupos de 3 a 4 alunos e distribua a folha de atividades que contém o plano cartesiano. Inicialmente, os alunos deverão construir o dado que servirá de apoio ao jogo. Em seguida, deverão construir a Reta do Jogo no plano cartesiano.

Os alunos deverão jogar o dado duas vezes e, assim, determinar as coordenadas do primeiro ponto. Em seguida, marcam o ponto no plano cartesiano. Para o segundo ponto, devem repetir o procedimento.Depois de marcados os pontos, o aluno que estiver jogando deverá traçar a reta que contém esses dois pontos. Em seguida, deverá calcular a equação reduzida da reta que acabou de construir. O mesmo processo se repete com os demais integrantes do grupo.

Os participantes dos grupos devem computar seus pontos de acordo com a tabela abaixo:

RETA DO JOGO :	y = 2x + 3
RETA NÃO PERPENDICULAR	1 PONTO
RETA PARALELA	2 PONTOS
RETA PERPENDICULAR	3 PONTOS
RETA COINCIDENTE	5 PONTOS

Quem conseguir encontrar uma reta paralela à reta do jogo, ganha 2 pontos. Se encontrar uma reta perpendicular, ganha 3 pontos. Se encontrar uma reta coincidente, ganha 5 pontos. Caso encontre uma reta concorrente, mas não perpendicular à reta do jogo, o aluno ganha apenas 1 ponto.

Quem conseguir atingir 6 pontos primeiro será o vencedor.

Aspectos pedagógicos

Professor, auxilie os alunos durante as primeiras rodadas do jogo, certificando-se de que todos entenderam a dinâmica. Peça para que uns ajudem os outros nas primeiras etapas.

Deixe que os próprios alunos percebam que a pontuação atribuída a cada tipo de reta tem relação com a probabilidade de obtenção da mesma. Por exemplo, obter dois pontos que estejam sobre a reta é bem difícil.

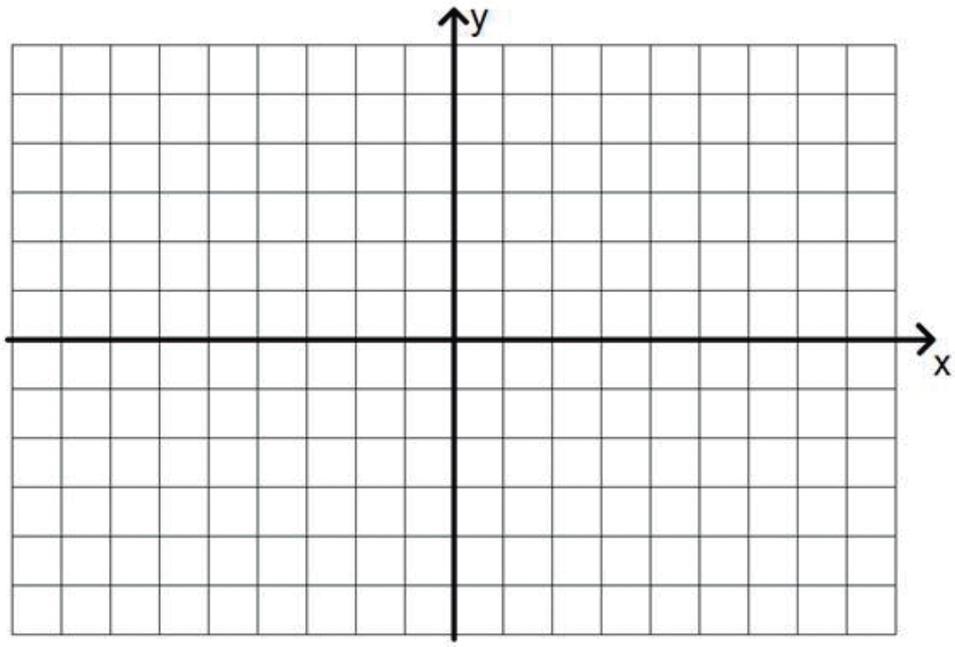
Caso queira, produza dados com faces com números negativos. Assim, conseguirá obter pontos em outros quadrantes.

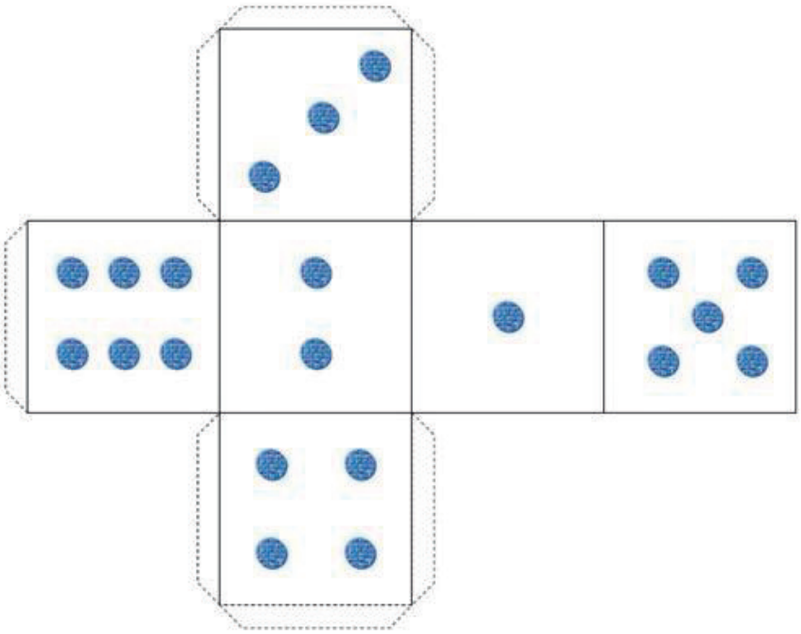
O objetivo dessa atividade é que o aluno consiga determinar a equação reduzida da reta determinada pelos pontos sorteados, relacionando-a com a reta do jogo. Enfatize isso e deixe bem claro que sem essa ação não será possível avançar no jogo.

Folha de atividades – Jogo das paralelas e das perpendiculares

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____





Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno
121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Missão Ecológica[2]	Aplicativo "GAME - Geometria Analítica: Missão Ecológica", que pode ser acessado em http://www.nec.fct.unesp.br/NEC/RIVED/Objetos.php, e cópias da folha de atividades	nessa atividade, ao longo de uma missão ecológica na selva, os alunos utilizam o cálculo de distância entre pontos e vão determinar equações reduzidas de retas	Duplas	25 minutos

[2]Fonte:
http://www.nec.fct.unesp.br/NEC/RIVED/Objetos.php

Aspectos operacionais

Acesse o endereço http://www.nec.fct.unesp.br/NEC/RIVED/Objetos.php, faça o download do jogo e acesse o arquivo Geometria_Analitica.exe. Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades.Oriente os alunos acompanhando as folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

O objetivo desta atividade é situar os alunos no plano cartesiano em relação à nomenclatura dos eixos, à direção, ao sentido e às inclinações. Algumas perguntas são conceituais e outras necessitam da execução de procedimentos. Por isso, peça para que os alunos respondam de maneira bem tranquila, pois podem cometer erros ao tentarem fazer a atividade rapidamente.

Folha de atividades – Missão Ecológica

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Nesta atividade você será um combatente na selva. Tente conseguir uma patente.

Você está acessando um aplicativo chamado "GAME - Geometria Analítica: Missão Ecológica". Na figura abaixo,

vemos sua interface inicial:

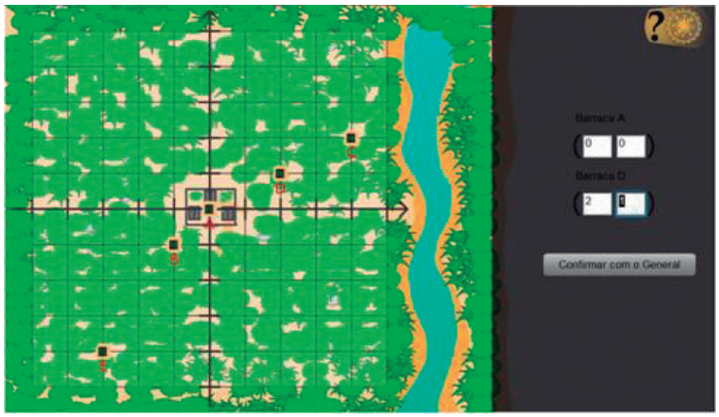
Clique no soldado para iniciar sua missão e aguarde as instruções de seu general.Em suas respostas, quando necessário, use apenas uma casa decimal e use a vírgula como separador decimal.

1. Sua missão

- Com o mouse, selecione a opção "Iniciar treinamento" na parte inferior da tela.

- Clique nas setas para receber as instruções de seu general

Questão: Determine as coordenadas dos pontos solicitados, preencha os campos correspondentes e clique no botão "Confirmar com o general" para conferir sua resposta.



Questão: determine a distância (em metros e em passos) entre as barracas localizadas nos pontos A e D. Cada passo que você dá em direção à barraca D corresponde a meio metro.

Preencha os campos correspondentes e clique no botão "Confirmar com o general" para conferir sua resposta.

Questão: determine o coeficiente angular da reta que passa pelos pontos D e A. Preencha os campos correspondentes e clique no botão "Confirmar com o general" para conferir sua resposta.

1. Conquiste sua patente

- Com o mouse, selecione a resposta às perguntas.

Após ter respondido corretamente às perguntas, você pode terminar sua atividade assistindo a um dos vídeos disponíveis. Clique no "Assistir vídeo" na parte inferior da tela.

Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno
121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Horta[3]	Aplicativo O Problema do Caminho para A Horta, que pode ser acessado em http://www.uff.br/cdme/pch/pch-html/pch-01-br.html, cópias da folha de atividades, calculadoras e réguas	nessa atividade, os alunos utilizam o aplicativo para calcular a distância que o agricultor percorre de sua casa até o ponto do rio onde encheráo regador	Duplas	25 minutos

[3]Fonte:
http://www.uff.br/cdme/pch/pch-html/pch-01-br.html

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua réguas, calculadoras e as folhas de atividades.Trata-se de uma atividade exploratória. Oriente os alunos acompanhando as folhas de atividades a seguir.

Aspectos pedagógicos

Ao final da atividade, escreva no quadro quais foram os valores de x escolhidos pelos alunos na parte inicial da atividade que corresponderam ao menor valor de d. Use esses dados para tentar discutir com eles a variação de d em função de x.

Discuta com eles, até que concluam que no ponto M (x*,0) o valor de d será o menor possível.

Folha de atividades – A horta

Nome da escola: _____

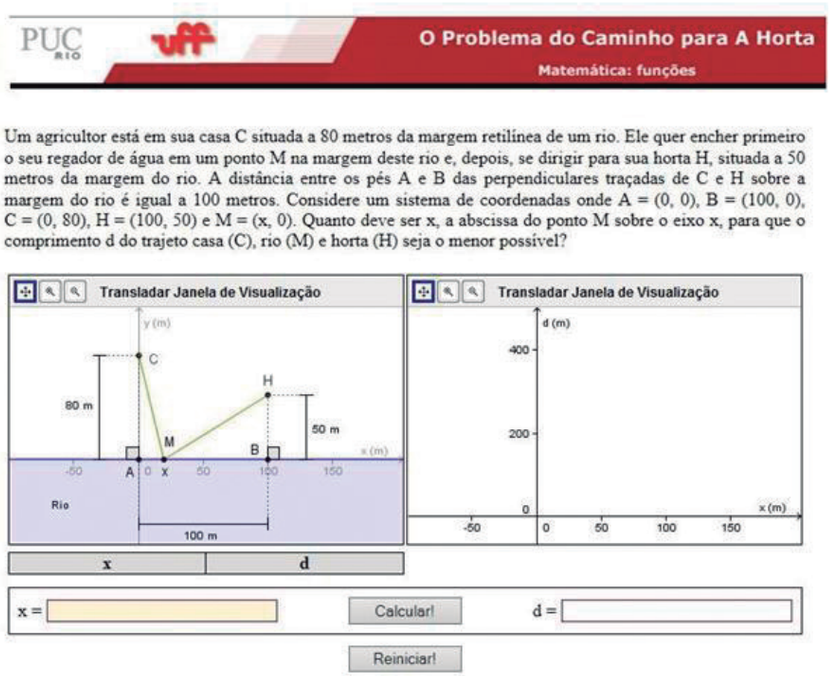
Nome do aluno: _____

Nesta atividade vamos investigar o seguinte problema:

Para regar sua horta, um agricultor sai de sua casa, enche seu regador no rio e vai até a horta. Em que ponto do rio ele deve encher o regador para que o seu percurso seja o menor possível?

Para representar nosso problema, vamos considerar um sistema de coordenadas em que o eixo das abscissas coincide com a margem retilínea do rio, a casa do agricultor está no ponto C (0, 80) e a horta está no ponto H (100,50). O agricultor irá encher seu regador em um ponto M (x,0) na margem do rio. Vamos testar vários valores para x, calcular o comprimento d do percurso do agricultor e tentar determinar o valor de x para que o trajeto tenha comprimento mínimo.

Você está acessando um aplicativo chamado "O Problema do Caminho para A Horta". Na figura abaixo, vemos sua interface inicial:



Note que o comprimento d do percurso do agricultor é dado pela soma da distância entre os pontos C e M e da distância entre os pontos M e H. Isto é,

$$d = \sqrt{x^2 + 80^2} + \sqrt{(100 - x)^2 + 50^2}$$

- Atribua valores para x, clique no botão calcular para determinar o valor correspondente de d e anote os dados na tabela abaixo.

X	d

- Analise seus dados e tente deduzir qual é a posição do ponto M que torna o comprimento do percurso do agricultor o menor possível. (use o aplicativo para calcular o comprimento do percurso correspondente à sua escolha e anote abaixo)

x	d

- Determine a equação da reta rque passa pelos pontos C (0,80) e H' (100, -50)
- Determine as coordenadas (x*, y*)do ponto de interseção da reta r com o eixo das abscissas.
- Calcule o comprimento d do percurso do agricultor quando ele enche o regador no ponto M (x*,0).

Seção 2 e 3 – Distância entre dois pontos e retas

Páginas no material do aluno
121 a 131

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Retas[4]	Cópias da folha de atividades	nessa atividade exploratória, os alunos utilizam um aplicativo para investigar a posição relativa de duas retas no plano	Duplas	25 minutos

[4] Fonte
http://www.geogebratube.org/material/show/id/3564

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades.Oriente os alunos, acompanhando a folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Escolha m = 2 e b = 3 e pergunte aos alunos o que eles percebem na reta que aparecerá no plano. Em seguida, escolha m = -2 e b =1 e novamente pergunte aos alunos o que eles percebem. Finalmente, escolha m = -2 e b = 3.

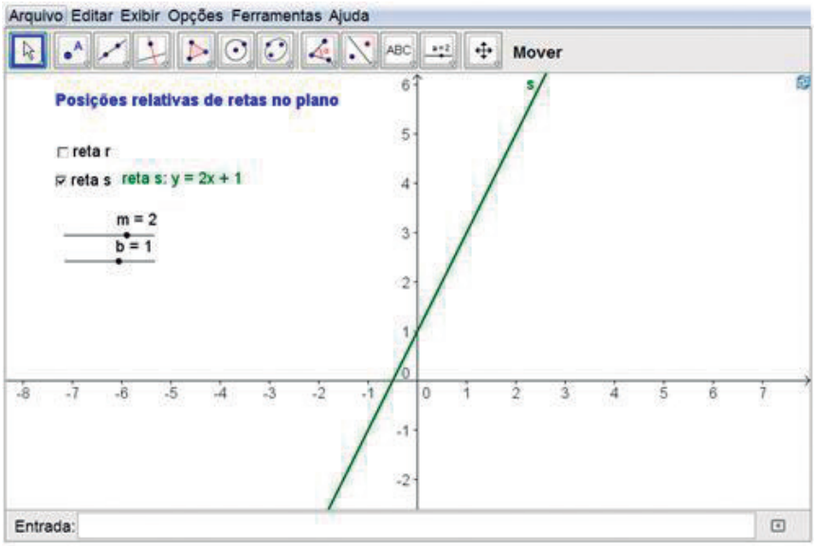
Caso seja necessário, use o quadro para mostrar como as retas são desenhadas e induzir os alunos a responder. Estimule os alunos a escolherem valores (positivo e negativo) para m e o mesmo valor para b; em seguida, estimule-os a escolher o mesmo valor para m e valores diferentes para b;

Folha de atividades – Retas

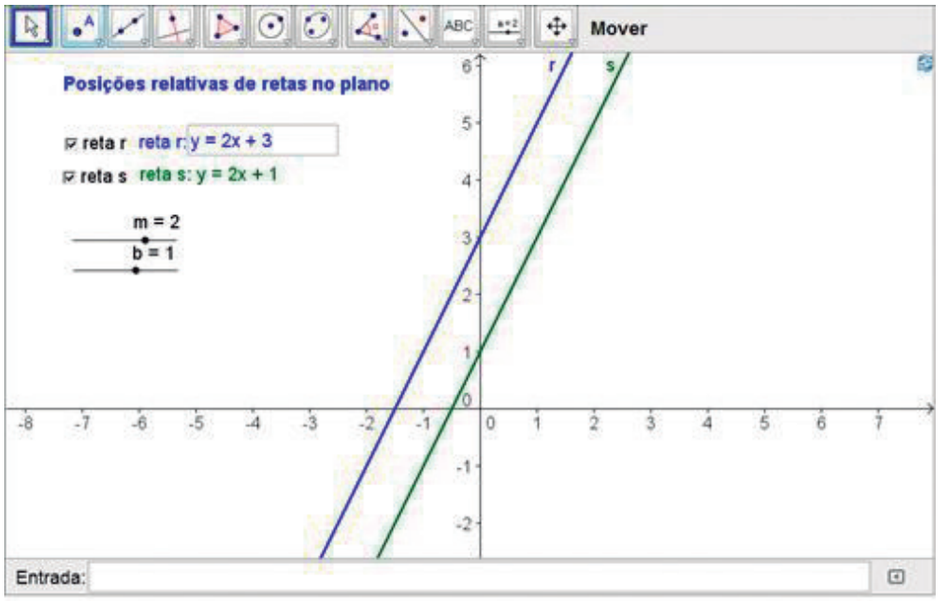
Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Você está acessando um aplicativo chamado Posições relativas de retas no plano. Na figura abaixo, vemos sua interface inicial:



- Marque com o mouse a caixa ao lado do campo "reta r" para visualizar simultaneamente as retas r (em azul) e s (em verde).



- Inicialmente, a equação da reta s é dada por y = mx + b, onde m=2 e b=1. Use os controles deslizantes para alterar os valores de m e b e observe o que acontece com a reta s.

Problemas

1. Use os controles deslizantes para escolher os valores de m e b indicados na tabela abaixo. Em cada caso, indique na terceira coluna a posição relativa das retas r e s.

m	b	posição relativa das retas r e s
2	3	
2	1	
3	0	
-1	2	
-0.5	1	

2. Use os controles deslizantes para determinar valores de m e b indicados para os quais a posição relativa das retas r e s seja a indicada na terceira coluna.

m	b	posição relativa das retas r e s
		Concorrentes
		Perpendiculares
		Paralelas
		Coincidentes

Atividades de avaliação

Nessa seção, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores. As atividades dessa seção também promoverão a reflexão do aluno sobre os conteúdos abordados.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir:

Seção Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Cópias da folha de atividades	Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade, bem como a resolução dos exercícios de revisão	Individualmente	25 minutos

Aspectos operacionais

c. Resolva os exercícios da folha de atividades para o aprimoramento e registro das aprendizagens que obteve durante as últimas aulas.

Aspectos pedagógicos

Durante a execução da atividade 1, verifique como os alunos utilizam as informações do enunciado e da figura para a resolução dos problemas.

Auxilie os alunos que apresentam dificuldades, relembrando as definições e resultados.

Na Atividade 2, enfatize a necessidade de utilizarem os conceitos básicos, pois é importante que eles utilizem a imagem conceitual que foi modificada após as aulas. Esta etapa pode estar articulada à seção Veja ainda no material do aluno.

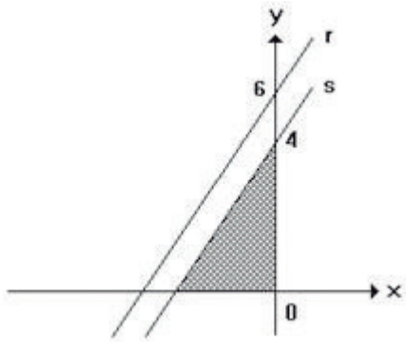
Folha de atividades – Registros de aprendizagens

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Atividade 1:

Na figura ao lado, o triângulo sombreado tem a medida de sua área igual a 6 u.a..



a. Escreva as coordenadas dos vértices do triângulo sombreado.

b. Determine as coordenadas do ponto médio da hipotenusa do triângulo sombreado.

c. Considerando que as retas r e s são paralelas, escreva as coordenadas dos pontos de intersecção da reta r com os eixos OX e OY.

d. Determine os coeficientes angulares das retas r e s. Justifique sua resposta.

e. Qual a equação da reta s?

f. Qual a equação da reta r?

g. Verifique se o ponto X(3,10) pertence à reta r.

h. Calcule a distância do ponto X ao ponto Y (-6,-4).

Atividade 2:

1. Defina com suas palavras o que significa:

   a. Coeficiente angular:

   b. Coeficiente linear:

   c. Parâmetro:

   d. Retas concorrentes:

   e. Retas perpendiculares:

   f. Retas paralelas:

2. Quando duas retas são paralelas, o que podemos dizer sobre os seus coeficientes angulares?

Seção Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso	Cópias da folha de atividades	Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimosa escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade. A ideia é que o aluno se familiarize com questões cobradas em avaliações de larga escala, como o ENEM, os vestibulares, os concursos públicos, etc.	Individualmente	20 minutos

Aspectos operacionais

A seguir, oferecemos questões sobre geometria analítica.

Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas.

Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere as equivocadas ressaltando onde reside o erro.

Em geral, existe uma justificativa plausível para as alternativas erradas das questões. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Dessa forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

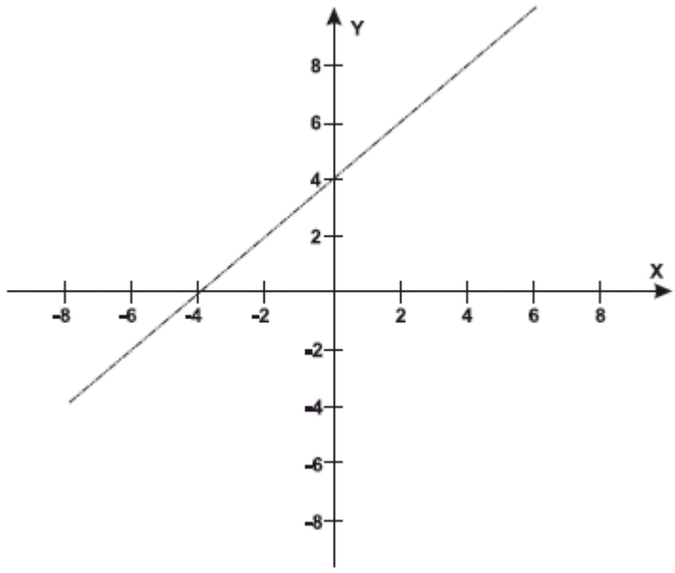
Folha de atividades – Questões de avaliações de larga escala ou concurso

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questão 1:

ENEM 2011 - Um bairro de uma cidade foi planejado em uma região plana, com ruas paralelas e perpendiculares, delimitando quadras de mesmo tamanho. No plano de coordenadas cartesianas seguinte, esse bairro localiza-se no segundo quadrante, e as distâncias nos eixos são dadas em quilômetros.



A reta de equação y = x + 4 representa o planejamento do percurso da linha do metrô subterrâneo que atravessará o bairro e outras regiões da cidade.

No ponto P = (-5, 5), localiza-se um hospital público. A comunidade solicitou ao comitê de planejamento que fosse prevista uma estação do metrô de modo que sua distância ao hospital, medida em linha reta, não fosse maior do que 5 km.

Atendendo ao pedido da comunidade, o comitê argumentou corretamente que isso seria automaticamente satisfeito, pois já estava prevista a:

a. (-5,0)

b. (-3,1)

c. (-2,1)

d. (0,4)

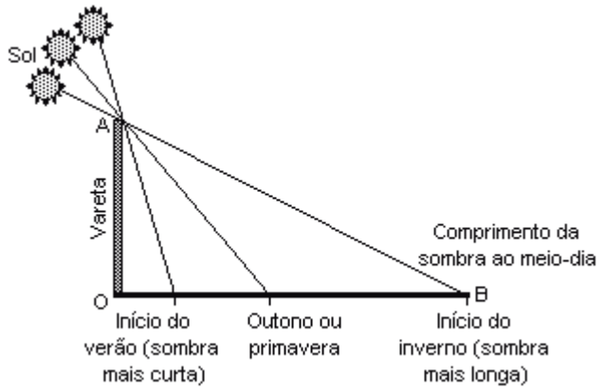
e. (2,6)

Questão 2: (UERJ - 2002)

Sabedoria egípcia

Há mais de 5.000 anos os egípcios observaram que a sombra no chão provocada pela incidência dos raios solares de um gnômon (um tipo de vareta) variava de tamanho e de direção. Com medidas feitas sempre ao meio dia, notaram que a sombra, com o passar dos dias, aumentava de tamanho. Depois de chegar a um comprimento máximo, ela recuava até perto da vareta. As sombras mais longas coincidiam com dias frios. E as mais curtas, com dias quentes.

(Adaptado de Revista "Galileu", janeiro de 2001.)



Um estudante fez uma experiência semelhante à descrita no texto, utilizando uma vareta OA de 2 metros de comprimento. No início do inverno, mediu o comprimento da sombra OB, encontrando 8 metros. Utilizou, para representar sua experiência, um sistema de coordenadas cartesianas, no qual o eixo das ordenadas (y) e o eixo das abscissas (x) continham, respectivamente, os segmentos de reta que representavam a vareta e a sombra que ela determinava no chão.

Esse estudante pôde, assim, escrever a seguinte equação da reta que contém o segmento AB:

a. $y = 8 - 4x$

b. $x = 6 - 3y$

c. $x = 8 - 4y$

d. $y = 6 - 3x$