

nova
eja
EDUCAÇÃO
PARA JOVENS
E ADULTOS

MATEMÁTICA

e suas **TECNOLOGIAS**

Professor

Volume 1 • Módulo 2 • Matemática

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador
Sergio Cabral

Vice-Governador
Luiz Fernando de Souza Pezão

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Educação
Wilson Risolia

Chefe de Gabinete
Sérgio Mendes

Secretário Executivo
Amaury Perlingeiro

Subsecretaria de Gestão do Ensino
Antônio José Vieira De Paiva Neto

Superintendência pedagógica
Claudia Raybolt

Coordenadora de Educação de Jovens e adulto
Rosana M.N. Mendes

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Secretário de Estado
Gustavo Reis Ferreira

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente
Carlos Eduardo Bielschowsky

PRODUÇÃO DO MATERIAL NOVA EJA (CECIERJ)

Diretoria Adjunta de Extensão
Elizabeth Ramalho Soares Bastos

Design Instrucional
Juliana Bezerra

Coordenação de Formação Continuada
Carmen Granja da Silva

Coordenação de Produção
Fábio Rapello Alencar

Coordenação Geral de Design Instrucional
Cristine Costa Barreto

Projeto Gráfico e Capa
Andreia Villar

Coordenação Geral
**Agnaldo Esquinalha
Gisela Pinto**

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades
Sami Souza

Coordenador Geral de Material Didático
Wallace Vallory Nunes

Diagramação
**Alessandra Nogueira
Alexandre d' Oliveira
André Guimarães
Andreia Villar
Bianca Lima
Carlos Eduardo Vaz
Juliana Fernandes**

Elaboração
**André Luiz Cordeiro dos Santos
André Luiz Martins Pereira
Cleber Fernandes
Érika Silos de Castro
Gabriela dos Santos Barbosa
Heitor Barbosa Lima de Oliveira
Josemeri Araujo Silva Rocha
Leo Akio Yokoyama
Luciana Felix da Costa Santos
Luciane de Paiva Moura Coutinho
Patrícia Nunes da Silva
Telma Alves**

Ilustração
**Bianca Giacomelli
Clara Gomes
Fernando Romeiro
Jefferson Caçador
Sami Souza**

Coordenação de Design Instrucional
**Flávia Busnardo
Paulo Vasques de Miranda**

Produção Gráfica
Verônica Paranhos

Sumário

Unidade 1 • Conjuntos **5**

Unidade 2 • Estudo de Funções – parte 1 **35**

Unidade 3 • Estudo de Funções – parte 2 **71**

Unidade 4 • Função Polinomial do 1º grau – Parte 1 **109**

Unidade 5 • Função Polinomial do 2º grau – Parte 1 **137**



Conjuntos

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela dos Santos Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenadora) e Luciane de Paiva Moura Coutinho

Introdução

Caro professor, a Unidade 1 do material do aluno traz algumas situações que envolvem o conceito de conjuntos. Ao iniciar este módulo, é importante que você tenha uma visão ampla da proposta apresentada.

A abordagem dos três objetivos destacados no módulo do aluno (reconhecer conjuntos e elementos, e definir relações de pertinência e inclusão; resolver problemas envolvendo propriedades e operações com conjuntos; representar subconjuntos dos números reais e realizar operações com eles) pode ser enriquecida com algumas das atividades propostas neste material. A equipe que produziu este material procurou, a todo o momento, elaborar propostas que pudessem efetivamente ajudá-lo a desenvolver seu trabalho pedagógico nas aulas de matemática.

Como mostra o material do aluno, trabalhamos com a ideia de conjuntos em nosso dia a dia: ao fazer a relação de compras num supermercado, ao arrumar materiais em prateleiras etc. Com as atividades aqui apresentadas, procuramos ampliar a possibilidade de resolver situações que envolvem os objetivos propostos.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora. Apresentaremos duas opções para esta atividade. Na primeira delas, chamada O barbeiro matemático, os alunos deverão refletir sobre um clássico problema de linguagem, conhecido como o problema do barbeiro de Sevilla, que encontra um paralelo na teoria dos conjuntos com o paradoxo de Russell. Na segunda opção, os alunos poderão jogar online e deverão classificar objetos, assim como organizá-los em conjuntos, segundo critérios previamente definidos no jogo.

Na Seção 1, você pode optar pela atividade Conjunto das notícias, em que os alunos deverão realizar uma pesquisa de opinião com os colegas e elaborar um diagrama, ou pela atividade Pesquisando na livraria, em que os alunos serão chamados a solucionar um problema relacionado à busca de livros, utilizando como metodologia a teoria dos conjuntos.

Propomos na Seção 2 duas atividades que envolvem conceitos relacionados aos conjuntos numéricos. A primeira é um jogo, o Bingo dos conjuntos, encontrado no portal do professor (<http://portaldoprofessor.mec.gov.br/fichaTecnicaAula.html?aula=1914>), e a segunda trata de uma pesquisa sobre os contextos em que os vários conjuntos numéricos são empregados. Acreditamos que, por meio das atividades lúdicas como as que seguem, os alunos possam aprofundar seus conhecimentos sobre estes assuntos, além de perceber que estudar Matemática pode ser algo divertido e prazeroso em qualquer nível de ensino.

Para complementar, sugerimos na Seção 3 duas atividades instigantes: uma é um jogo da memória e a outra envolve a utilização de calculadora e construções geométricas.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento será dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. O segundo momento será uma etapa de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da reprodução de exercícios feitos anteriormente.

A descrição e o detalhamento destas sugestões serão apresentados nas tabelas e textos a seguir

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	1	4 aulas

Título da unidade	Tema
Conjuntos	Conjuntos
Objetivos da unidade	
Reconhecer conjuntos e elementos, e definir relações de pertinência e inclusão.	
Resolver problemas, envolvendo propriedades e operações com conjuntos.	
Representar subconjuntos dos números reais e realizar operações com eles.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	5 a 8
Seção 1 – Conjuntos e elementos	9 a 26
Seção 2 – Conjuntos Numéricos	26 a 35
Seção 3 – Subconjuntos da Reta Real: os intervalos	35 a 42
Avaliação	43
O que perguntam por aí?	43

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O barbeiro matemático	Quadro/lousa e giz/caneta	Os alunos deverão refletir sobre um clássico problema de linguagem, conhecido como o problema do barbeiro de Sevilla, que encontra um paralelo na teoria dos conjuntos, com o paradoxo de Russell	Individualmente ou em dupla	30 minutos
	Jogando com objetos	computadores com acesso à Internet ou computador com datashow e acesso à Internet	Neste jogo online, os alunos deverão classificar objetos e organizá-los em conjuntos, segundo critérios previamente escolhidos pelo professor (ou até mesmo pelos alunos).	Individualmente ou em dupla	30 minutos

Seção 1 – Conjuntos e elementos

Páginas no material do aluno

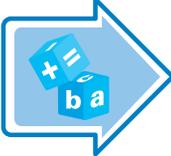
9 a 26

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Conjunto das notícias	Quadro, cartolina e canetas pilot	Os alunos deverão realizar uma pesquisa de opinião entre os colegas de classe. Os dados da pesquisa de toda a turma serão utilizados para a elaboração de um diagrama.	Na primeira parte, em duplas. Na parte final, será realizada em conjunto por toda a turma.	30 minutos
	Pesquisando na livraria	Quadro negro, caderno, lápis e borracha	Os alunos deverão solucionar um problema relacionado à busca de livros, utilizando como metodologia teoria dos conjuntos	Esta atividade deve ser realizada individualmente	30 minutos

Seção 2 – Conjuntos numéricos

Páginas no material do aluno

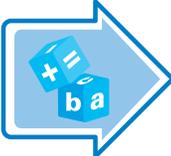
26 a 35

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo dos conjuntos	Uma cartela para cada aluno ou dupla de alunos, fichas para sorteio e planilha para marcação como as que seguem no pen drive	Trata-se de um jogo de bingo onde o aluno deverá identificar o lugar adequado na cartela para marcação do número sorteado.	A atividade pode ser realizada individualmente ou em dupla.	30 minutos
	Pesquisando os conjuntos numéricos no dia a dia	Classificados de jornais e revistas, bulas de remédios, livros de receita, panfletos de campanhas publicitárias, extratos bancários, contas de água, luz e telefone, uma cola, uma tesoura e uma cartolina ou papel pardo para cada grupo.	A atividade sugere uma pesquisa de situações cotidianas onde os números naturais, inteiros, racionais e reais podem estar presentes.	A atividade pode ser realizada em grupos de quatro a cinco componentes.	30 minutos

Seção 3 – Subconjuntos da reta real: os intervalos

Páginas no material do aluno

35 a 42

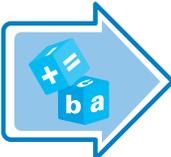
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Memória dos intervalos	Para cada dupla, um conjunto de cartas como o que foi disponibilizado no pen drive	Como num jogo da memória tradicional, os alunos deverão formar pares de cartas que, neste caso, não serão idênticas, mas deverão pertencer ao mesmo intervalo.	Duplas.	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Construindo segmentos e estimando raízes quadradas	Um par de esquadros, um compasso, uma calculadora e uma folha de papel A4 para cada trio. Um par de esquadros e compasso para lousa.	Nesta atividade, com o auxílio de construções geométricas, propomos a representação do intervalo $[-\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ na reta numérica dos reais	Duplas ou trios.	30 minutos

Avaliação

Páginas no material do aluno

43

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Incentivar o registro das aprendizagens por meio de algumas perguntas que não privilegiem exclusivamente a linguagem matemática	Individual	40 minutos

O que perguntam por aí?

Páginas no material do aluno

43

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação	Cópia da folha de atividades	Questão dissertativa que complementa a seção "O que perguntam por aí?"	Turma organizada em duplas ou individualmente	10 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O barbeiro matemático	Quadro/lousa e giz/caneta	Os alunos deverão refletir sobre um clássico problema de linguagem, conhecido como o problema do barbeiro de Sevilla, que encontra um paralelo na teoria dos conjuntos, com o paradoxo de Russell	Individualmente ou em dupla	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, nesta atividade você deve primeiro apresentar a seguinte situação no quadro:

Há em Sevilha um barbeiro que possui duas características:

- 1) faz a barba a todas as pessoas de Sevilha que não fazem a própria barba;
- 2) só faz a barba a quem não fizer a própria barba.

Após fornecer essas duas características sobre o barbeiro e certificar-se de que todos os alunos compreenderam a situação descrita, peça para que seus alunos reflitam sobre a seguinte questão:

Quem faz a barba do barbeiro em Sevilha?

Dê aproximadamente 15 minutos para que os alunos possam pensar sobre o problema e sobre uma possível solução.

Após esse tempo, faça uma discussão com todo grupo sobre as análises e as conclusões que cada aluno ou dupla da turma chegou.

Aspectos pedagógicos

Nós sabemos que um paradoxo matemático (lógico) consiste em duas proposições contraditórias, derivadas conjuntamente a partir de premissas corretas, exatamente como o que ocorre com o problema do barbeiro de Sevilha.

E então, a turma conseguiu descobrir intuitivamente que essa situação é paradoxal?

Caso seja positiva essa resposta, veja como os alunos estruturaram seus pensamentos para chegar a essa conclusão e compartilhe com o restante da turma o raciocínio.

Caso ninguém da turma tenha conseguido perceber que a situação do barbeiro de Sevilha gera um paradoxo, uma ideia é fazer com que os alunos pensem nas duas possibilidades de classificação/organização de o barbeiro fazer ou não sua própria barba.

Provoque seus alunos com as perguntas:

O que acontecerá se ele fizer a própria barba?

E se ele não fizer a própria barba?

Em seguida, analise com sua turma as consequências dessa classificação, em relação às duas características do barbeiro dadas inicialmente. Eis uma sugestão:

a. Faz a própria barba.

Consequência: Se fizer a própria barba, não pode fazer a própria barba, para não violar a característica 2.

b. Não faz a própria barba

Consequência: Se não fizer a própria barba, então tem de fazer a própria barba, devido à característica 1.

Esse é um clássico problema da linguagem que encontra um paralelo na teoria dos conjuntos, com o paradoxo de Russell. Os paradoxos originaram as famosas crises nos fundamentos matemáticos e causaram grande incômodo para os matemáticos que buscavam uma matemática perfeita, completa e livre de contradições. Em 1931, os Teoremas de Gödel vêm como resposta à tentativa sobre-humana de fazer a Matemática uma espécie de conhecimento intocável. Após 1931, muitos matemáticos ainda continuavam incomodados, agora não mais com os paradoxos, porém com a tentativa de assimilação da prova que abalaria toda uma estrutura e provaria que a Matemática, apesar de bela e fascinante, pode não ser perfeita.

É claro que nosso objetivo não é ir tão longe com nossos alunos, mas que tal discutir com a turma sobre a ideia de paradoxo? Peça para que eles pensem em exemplos de situações paradoxais. Pergunte-os sobre o que pensam a respeito da possibilidade de existirem paradoxos na Matemática. Que tal dizer a seus alunos que a Matemática por algum tempo enfrentou uma grande crise, devido aos paradoxos que surgiram?

Essa atividade que acabamos de realizar é um caminho interessante para mostrar aos seus alunos que o raciocínio matemático pode ir muito além dos óbvios cálculos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Jogando com objetos	computadores com acesso à Internet ou computador com datashow e acesso à Internet	Neste jogo online, os alunos deverão classificar objetos e organizá-los em conjuntos, segundo critérios previamente escolhidos pelo professor (ou até mesmo pelos alunos).	Individualmente ou em dupla	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve sua turma até o laboratório de informática de sua escola. Em seguida, peça para que os alunos acessem o link http://mdmat.mat.ufrgs.br/anos_iniciais/objetos/classifique_i2.htm.

Para começar o jogo, escolha ou peça para que os alunos escolham um critério de classificação na caixa de seleção ao lado da frase “Vamos formar um conjunto de”. São quatro opções de classificação:

- Objetos de Madeira
- Objetos de Plástico
- Material de Escrita
- Objetos de Metal

Em seguida, peça para que os alunos arrastem cada objeto que atende ao critério escolhido para o interior da região fechada. Após arrastarem todos os objetos que atendam ao critério selecionado para a região fechada, peça que eles cliquem em “Conferir” para ver se o conjunto formado obedece ao critério estabelecido.

Clicando em “Novo Jogo”, os alunos poderão jogar novamente, modificando o critério estabelecido na partida anterior.

Ao final do jogo, você pode sugerir dois desafios à sua turma. Basta clicar em “Desafio” e pedir para que eles reflitam sobre:

- Que critério poderia ser estabelecido para que todos os objetos pertencessem ao conjunto?
- Que critério poderia ser estabelecido para que nenhum dos objetos pertencesse ao conjunto?

Professor, caso sua escola não possua laboratório de informática, você pode propor esta atividade, fazendo a projeção do jogo em sala para que toda turma participe. Para isso, você precisará de apenas 1 (um) computador com acesso à Internet e 1 (um) data show.

Aspectos pedagógicos

Este jogo é uma boa alternativa para você, professor, introduzir a noção de conjuntos na sua turma. Nele, você pode trabalhar intuitivamente as noções de:

- Estabelecimento de critérios – para estabelecer a classificação
- Classificação – analisando os critérios e nomeando os objetos conforme suas características
- Organização – arrumando os objetos de determinada característica em um conjunto
- Diagrama – como uma maneira visual de organização

- Cardinalidade de conjunto – quantidade de elementos de cada conjunto estabelecido
- Conjunto universo – conjunto de todos os elementos
- Conjunto vazio – conjunto sem elementos

Mostre a seus alunos que, antes de começar a classificar e organizar, é preciso que eles estabeleçam os critérios que nortearão a classificação e, conseqüentemente, a organização. Que tal perguntar a eles se é possível começar o jogo sem um critério de classificação?

Conclua com eles que não é possível colocar os objetos na região fechada se não for estabelecido anteriormente o critério que deve ser seguido.

Aponte para eles como a organização no diagrama (região fechada) dos objetos, previamente classificados, facilita a visualização e, por consequência, o entendimento do conjunto que se quer estabelecer. Peça para que eles sugiram alguma outra maneira visual de organização diferente da região fechada (diagrama).

Você pode pedir que, após a classificação, os alunos contem quantos objetos atendem ao critério de classificação. Esta contagem vai facilitar a introdução mais adiante de cardinalidade de conjuntos.

Por fim, que tal desafiá-los? Com as questões-desafio propostas no jogo, eles poderão além de criar novos critérios, começar a se familiarizar com conjunto universo (1ª questão desafio) e conjunto vazio (2ª questão desafio).

Seção 1 – Conjuntos e elementos

Páginas no material do aluno

9 a 26

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Conjunto das notícias	Quadro, cartolina e canetas pilot	Os alunos deverão realizar uma pesquisa de opinião entre os colegas de classe. Os dados da pesquisa de toda a turma serão utilizados para a elaboração de um diagrama.	Na primeira parte, em duplas. Na parte final, será realizada em conjunto por toda a turma.	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, caso a turma tenha um número par de alunos, proponha que cada um faça a pergunta de pesquisa para sua dupla. Caso o número de alunos seja ímpar, forme um trio onde cada aluno deverá responder apenas uma vez e todos deverão participar. Uma outra proposta, neste caso é juntar-se à turma, professor, fazendo parte da pesquisa e formando dupla com um de seus alunos. A pergunta a ser feita é:

Qual(is) é (são) o(s) seu(s) canal(is) de informação?

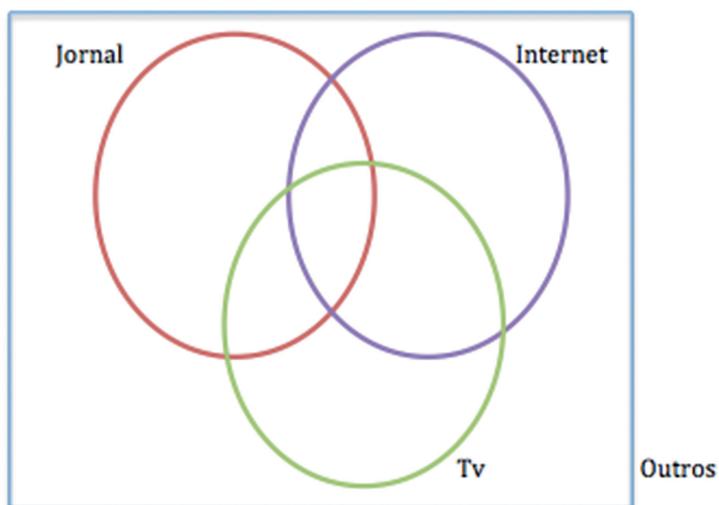
- a. Jornal
- b. Internet
- c. Tv
- d. Outros

Lembre a seus alunos que o entrevistado pode escolher mais de uma opção.

Com o resultado da pesquisa individual, reúna todos os dados da turma no quadro, conforme a tabela abaixo:

Canal de informação	Quantidade
Jornal	
Internet	
Tv	
Jornal e Internet	
Internet e Tv	
Jornal e Tv	
Outros	

Anote ao lado de cada item quantas pessoas responderam a cada uma das opções. Por fim, entregue uma cartolina a turma e peça para que eles representem o resultado final em um diagrama.



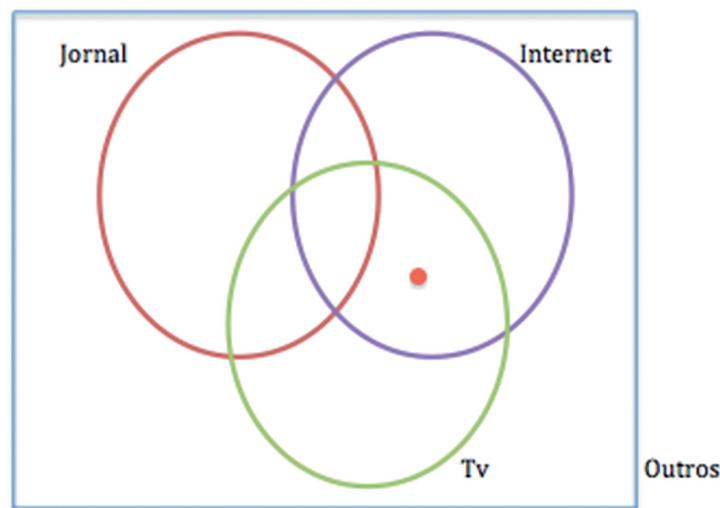
Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade é uma boa oportunidade de criar uma interação entre você e a turma, uma vez que você ficará sabendo um pouco mais sobre a maneira como os alunos informam-se. A segunda etapa desta atividade gerará uma interação entre a própria turma, uma vez que eles deverão se estruturar para elaborar o diagrama de Venn e representar os dados desta pesquisa.

Além desses ganhos interpessoais, nesta atividade você terá a oportunidade de trabalhar os conceitos de interseção, união entre conjuntos e, principalmente, a metodologia para elaborar o diagrama de Venn.

Ressalte com seus alunos os seguintes aspectos:

A escolha de 2 (duas) ou 3 (três) opções resultará na interseção entre os conjuntos. Sendo assim, a opção Internet e TV, por exemplo, deve ser representada na região pontuada em vermelho.



Analogamente, as opções por TV e jornal; jornal e Internet; jornal, TV e Internet devem ser representadas nas respectivas regiões. Não se esqueça de ressaltar a possibilidade pela opção Outros, que deve ser representada externamente aos conjuntos que representam jornal, TV e Internet.

Professor, uma dúvida recorrente é sobre a representação dos objetos nas regiões de interseção. Caso a turma encontre dificuldades, uma alternativa é colorir cada conjunto com cores diferentes e ver onde as cores sobrepõem-se. Desta maneira, a região, por exemplo, colorida com verde e vermelho será a região de interseção entre o conjunto que representa quem optou por jornal e TV.

Caso os alunos não se interessem pela elaboração do diagrama, leve-os para realizá-lo no computador – utilizando o programa Paintbrush, por exemplo.

Se houver uma resistência dos estudantes em perguntar aos colegas de turma, sugira que seus alunos postem a enquete em suas redes sociais. Nesse caso, algumas pessoas podem vir a responder a mais de uma vez a enquete. Que tal discutir essa situação com sua turma, aproveitando para fazer uma análise crítica das enquetes / pesquisas de opinião que são realizadas?

Deste modo, é possível relacionar o estudo de conjuntos com a estatística e mostrar que o diagrama, além de uma representação visual de conjuntos, é uma boa opção para a organização de dados.

Seção 1 – Conjuntos e elementos

Páginas no material do aluno

9 a 26

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pesquisando na livraria	Quadro negro, caderno, lápis e borracha	Os alunos deverão solucionar um problema relacionado à busca de livros, utilizando como metodologia teoria dos conjuntos	Esta atividade deve ser realizada individualmente	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, vamos analisar o problema descrito a seguir com a turma.

O programa de uma livraria utiliza as noções de união e interseção de conjuntos para realizar buscas. Os livros são organizados em conjuntos para facilitar a consulta de seus clientes. Os conjuntos são:

A = {livros nacionais}

B = {livros importados}

C = {livros infanto-juvenis}

D = {livros didáticos}

E = {livros de literatura}

Peça para que os alunos reflitam sobre a seguinte situação: Como um estudante que queira achar o livro de literatura brasileira Primeiras Estórias, de João Guimarães Rosa, deve realizar a busca?

- $B \cup C$
- $B \cap E$
- $C \cup D$
- $A \cap E$

Deixe aproximadamente uns 10 minutos para que os alunos possam anotar o problema e pensar sobre ele. Em seguida, realize uma discussão coletiva.

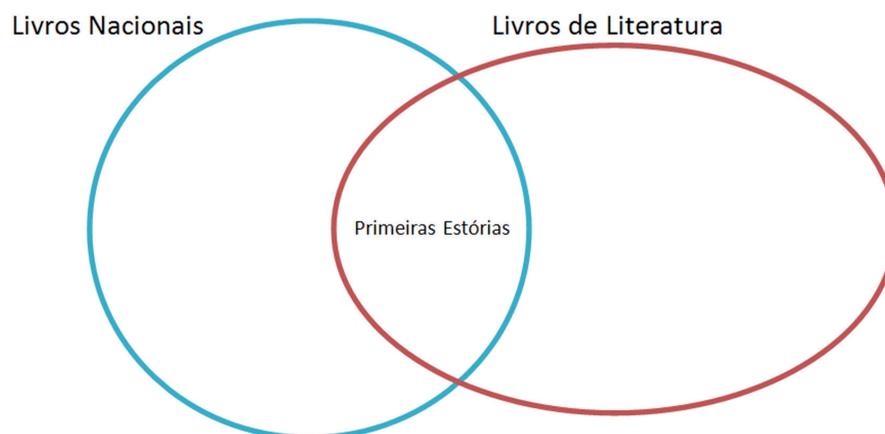
Caso a turma não se interesse pela proposta, que tal dizer a seus alunos que os sites de buscas funcionam, utilizando essa ideia/metodologia.

Aspectos pedagógicos

Antes que a turma comece a resolver o problema, faça uma breve revisão quanto à simbologia utilizada na teoria dos conjuntos:

- União (\cup) de dois conjuntos A e B como sendo o conjunto composto pelos elementos que pertençam a, pelo menos, um dos dois conjuntos, isto é a A ou a B.
- Interseção (\cap) de dois conjuntos A e B como sendo o conjunto composto pelos elementos que pertençam aos dois conjuntos, isto é tanto a A quanto a B.

Além da resolução escrita, você pode desenhar um diagrama de Venn, indicando a opção correta e confirmar a opção D, como no diagrama abaixo:



Como a resposta correta é a letra D (última opção), analise cada item com sua turma.

Em relação a:

Letra a) $B = \{\text{livros importados}\}$ e $C = \{\text{livros infanto-juvenis}\}$

$B \cup C$ geraria um conjunto que contém todos os livros importados e todos os livros infanto-juvenis da livraria, o que não contemplaria o livro procurado.

Letra b) $B = \{\text{livros importados}\}$ e $E = \{\text{livros literatura}\}$

$B \cap E$ geraria um conjunto que contém todos os livros importados de literatura da livraria, o que não contemplaria a obra nacional.

Letra c) $C = \{\text{livros infanto-juvenis}\}$ e $D = \{\text{livros didáticos}\}$

$C \cup D$ geraria um conjunto que contém todos os livros didáticos e infanto-juvenis da livraria, o que não contemplaria uma obra de literatura.

Letra d) $A = \{\text{livros nacionais}\}$ e $E = \{\text{livros literatura}\}$

$B \cap E$ geraria um conjunto que contém todos os livros nacionais de literatura da livraria, o que contemplaria a obra Primeiras Estórias do Guimarães Rosa como um dos elementos do conjunto.

Professor, esta é uma boa atividade para trabalhar união e interseção de conjuntos de maneira interdisciplinar e contextualizada. Isto porque ela envolve uma obra de literatura brasileira, que pode ser utilizada pelo professor de literatura da turma, e utiliza métodos de busca no computador. Além disso, permite que você discuta em sala maneiras interessantes de solucionar questões de múltipla escolha. Uma boa sugestão é essa que acabamos de apresentar: analisar todas as alternativas para certificar-se de que a opção escolhida é realmente a correta, independente de a resposta já ter sido encontrada numa das opções anteriores. Caso o aluno tenha pouco tempo, uma maneira alternativa de resolver o problema é eliminando opções similares cuja característica já tenha sido descartada. Por exemplo, na letra a já havíamos visto que o conjunto B era de livros importados (que não abrange o livro procurado). Logo, a opção b, que também se referia ao conjunto B, já poderia ter sido eliminada sem passar por uma análise mais detalhada.

Seção 2 – Conjuntos numéricos

Páginas no material do aluno

26 a 35

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo dos conjuntos	Uma cartela para cada aluno ou dupla de alunos, fichas para sorteio e planilha para marcação como as que seguem no pen drive	Trata-se de um jogo de bingo onde o aluno deverá identificar o lugar adequado na cartela para marcação do número sorteado.	A atividade pode ser realizada individualmente ou em dupla.	30 minutos

Aspectos operacionais

No bingo tradicional, cada participante recebe, antes de o jogo começar, uma cartela com alguns números. Em seguida, um indivíduo, que chamaremos de cantor, sorteia e fala em voz alta números que podem ou não estar nas cartelas individuais. Na medida em que os participantes encontram os números sorteados em suas cartelas, assinalam com um X ou colocam um grãozinho de feijão sobre eles, fazendo o preenchimento da cartela. O participante que preencher a cartela mais rapidamente ganha o jogo.

Nesta atividade, a ideia de preenchimento é preservada. Entretanto, como os números não estão escritos na cartela, a pessoa que está fazendo o preenchimento deverá ir além da simples procura / observação. No bingo dos conjuntos, caberá ao aluno identificar o lugar adequado da cartela onde deve escrever o número sorteado. Assim, ele precisará refletir sobre números e fazer a distinção entre o conjunto dos naturais, dos inteiros, dos racionais, dos irracionais e dos reais. Precisar identificar, por exemplo, se determinado número é um racional que também é um inteiro, se é um real que é irracional ou não.

Para começar, você, professor, que será o cantor, pode distribuir uma cartela para cada aluno ou dupla e dar as instruções. O saco usado no sorteio deve conter 40 fichas (10 para cada parte do diagrama – naturais, negativos, racionais não inteiros e irracionais). A cada número sorteado, os alunos deverão preencher suas cartelas no lugar correspondente, até que um ou mais alunos preencham todos os espaços. Os alunos podem jogar quantas vezes você julgar necessárias. Depois que eles jogarem algumas vezes, você ainda pode fazer rodadas só com os vencedores até sobrar apenas um, que será o grande vencedor. A planilha de marcação servirá para você listar os números sorteados a cada jogo. Quando os alunos declararem que acabaram de preencher a cartela, é importante que você confira se todos os números foram posicionados corretamente. Sugerimos que esta conferência seja feita coletivamente, promovendo a interação entre professor (a) e alunos e o esclarecimento de dúvidas.

Aspectos pedagógicos

Quando, em sala de aula, usamos um jogo como recurso didático, devemos explorar todas as possibilidades de ensino e de aprendizagem favorecidas por ele. Os alunos jogam para se divertir, mas o professor observa-os atentamente enquanto jogam, procurando intervir e levantando questionamentos que levem à construção dos conceitos matemáticos envolvidos no jogo. As possibilidades de ensino apresentam-se desde o momento em que o jogo é proposto para a turma. Na verdade, elas ocorrem na apresentação, durante a realização e após o jogo.

Para aproveitar bem o momento de apresentação do jogo, professor, você pode expor vários exemplos numéricos que preencham corretamente a cartela e também solicitar da turma outros exemplos para, somente em seguida, dar início.

Durante o jogo, os alunos avançarão no processo de construção de conceitos, identificando que:

- Todo número natural é também inteiro, racional e real. Porém, nem todo número real é natural, nem todo número racional é natural e nem todo número inteiro é natural.
- Todo número inteiro é também racional e real. Porém nem todo real é inteiro e nem todo racional é inteiro.
- Todo número racional é real. Porém, nem todo número real é racional.

Enquanto realiza os sorteios dos números, você pode caminhar pela sala, observar como os alunos estão preenchendo suas cartelas e identificar que aspectos do conteúdo abordado causam-lhe mais dificuldades. Depois de o jogo acabar, você pode ainda pedir aos alunos que observem suas cartelas e identifiquem seus erros. Se possível, interceda ou peça que alguns alunos intercedam junto àqueles que tiverem cometido mais erros. Fazendo isso, você estará contribuindo para que os erros sejam superados – ou melhor, o erro será, assim, mais um recurso para a aprendizagem.

Refletir com a turma sobre o que cada um pensava, enquanto jogava e sobre os critérios empregados para identificar a posição do número sorteado na cartela pode ser uma boa maneira de encerrar a atividade. Nesta reflexão, você perceberá a importância que um bom trabalho prévio sobre a representação de conjuntos por meio de diagramas tem para a compreensão das várias relações de inclusão que se estabelecem entre os conjuntos numéricos. Há casos em que o aluno reconhece a relação entre os conjuntos, mas não consegue representá-la por meio de diagramas. Além disto, o aluno precisa perceber que o fato de um conjunto estar contido em outro não significa que ele seja igual ao outro. E, neste sentido, você pode discutir com a turma situações do contexto que permitem uma analogia com esta ideia. Por exemplo, a sala de aula está contida na escola, mas ela não é a escola, afinal há na escola outros ambientes que não são a sala de aula: banheiros, secretaria, cantina, sala dos professores etc.

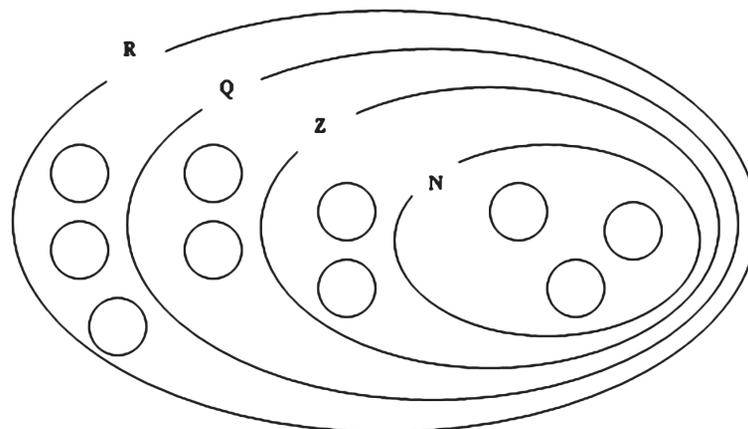
Por fim, nossa experiência tem mostrado que, no estudo dos conjuntos numéricos, há dois pontos que geram conflito cognitivo: o primeiro é a distinção entre racionais e irracionais, e o segundo é a identificação das frações aparentes com os números inteiros. Para desfazer estes conflitos, caso eles ocorram, temos algumas sugestões. Para a diferenciação entre racionais e irracionais, a transformação de frações em decimais e vice-versa e a aproximação de radicais, utilizando calculadoras comuns, podem ser um bom caminho. Para a identificação das frações aparentes com os números inteiros, você pode explorar a equivalência de frações e a simplificação de frações, envolvendo frações aparentes.

Folha de Atividades - Bingo dos Conjuntos

Nome da Escola: _____

Nome do(s) Aluno(s): _____

1. Cartelas (uma para cada aluno ou dupla de alunos)



Obs.: A posição das bolas a serem preenchidas deverá ser diferente em cada tabela.

2. Fichas para sorteio com números diversos



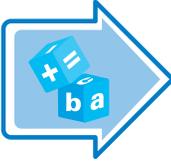
3. Planilhas de Marcação



Seção 2 – Conjuntos numéricos

Páginas no material do aluno

26 a 35

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pesquisando os conjuntos numéricos no dia a dia	Classificados de jornais e revistas, bulas de remédio, livros de receita, panfletos de campanhas publicitárias, extratos bancários, contas de água, luz e telefone, uma cola, uma tesoura e uma cartolina ou papel pardo para cada grupo.	A atividade sugere uma pesquisa de situações cotidianas onde os números naturais, inteiros, racionais e reais podem estar presentes.	A atividade pode ser realizada em grupos de quatro a cinco componentes.	30 minutos

Aspectos operacionais

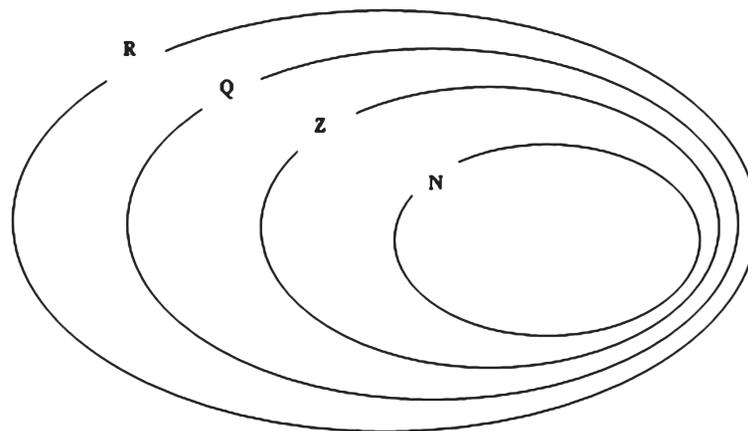
Nesta atividade, propomos a pesquisa de situações que se utilizam de elementos do conjunto dos números naturais, inteiros, racionais e reais. A ênfase está na reflexão sobre o emprego do número no dia a dia e na Matemática.

A atividade prevê a manipulação de jornais, revistas, contas de água, luz e telefone, exames médicos, bulas de remédio, extratos bancários, panfletos de campanhas publicitárias, livros de receitas da culinária etc. Para realizá-la, professor, você pode pedir previamente aos alunos que tragam de suas casas esses materiais.

No desenvolvimento, depois de entregar uma cartolina para cada grupo, você deve lhes sugerir que, a lápis, dividam a folha em quatro regiões: uma destinada a colar os materiais em que aparecem números naturais, outra para os que envolvem números inteiros e outras duas para os racionais, e reais, respectivamente. Depois de colarem os dados na cartolina, cada grupo partirá para a apresentação de suas produções para os demais colegas de turma.

Aspectos pedagógicos

Para o bom aproveitamento desta atividade, é imprescindível que você, professor, faça uma intervenção antes de os grupos colarem definitivamente os dados de suas pesquisas na cartolina. Observe junto aos alunos que os dados que são números naturais deveriam ser colados também nas regiões correspondentes aos inteiros, racionais e reais, já que os números naturais são subconjuntos destes três conjuntos numéricos. E, então, o que fazer? Conclua com eles que a melhor maneira de dividir a cartolina entre os quatro conjuntos de modo a evitar problemas como este é a que segue abaixo:



Assim, os alunos deverão apagar a divisão que fizeram inicialmente na folha e fazer este novo desenho. Observe com eles que esta não deixa de ser uma maneira de dividir a folha entre os quatro conjuntos. É diferente daquelas que eles podem ter pensado inicialmente, mas é adequada às informações que eles pretendem transmitir. Qualquer divisão da região diferente desta implicaria a transmissão equivocada das informações, uma vez que poderia impedir o leitor do trabalho de perceber a relação de inclusão que se estabelece entre estes conjuntos.

Durante as apresentações, procure levantar questões como: que dados estão no conjunto dos números inteiros, mas não estão no conjunto dos números naturais? Que informações estão nos racionais, mas não estão nos

inteiros? Que região do desenho corresponde aos números reais que não são racionais? Usamos números irracionais no dia a dia? E nas questões de Matemática?

Professor, durante a execução da atividade, é aconselhável que você oriente a investigação dos alunos frente aos materiais. Números inteiros negativos podem ser facilmente encontrados nos extratos bancários e nos jornais, informando as temperaturas de algumas das principais cidades do mundo. Os números racionais aparecem, na maioria das vezes, escritos sob a forma de números decimais (preços, medidas de comprimento, superfície, massa e capacidade). O aluno poderá encontrá-los escritos sob a forma de frações nas receitas da culinária e na descrição de certos materiais de construção, como as tubulações e conexões.

A contextualização tem muito valor no processo de ensino-aprendizagem. Além disto, a ação de pesquisar torna este processo mais significativo e favorece o desenvolvimento de uma postura mais ativa por parte dos alunos – postura esta que, mais tarde, eles poderão empregar em suas relações sociais. Pesquisando, eles estão buscando a informação e refletindo sobre ela, deixando de se comportar como meros receptores.

Porém, como contextualizar os números irracionais? Responder a esta questão é um dos principais desafios que esta aula coloca-nos. Na investigação, certamente os alunos não encontrarão números irracionais e a região destinada a eles não terá nada colado. É preciso lhes esclarecer que os números irracionais são aqueles que não podem ser expressos como a divisão de dois números inteiros. São números com infinitas casas decimais, sem periodicidade, mas que ainda assim existem. Por exemplo, podemos construir com os alunos segmentos que meçam $\sqrt{2}$ cm. A hipotenusa do triângulo retângulo cujos catetos medem 1 cm tem esta medida. E, com o uso de uma calculadora simples, podemos inferir que este número é irracional. Nas atividades para a seção 3, retomaremos esta discussão e, desde já, o aluno precisa saber que, quando lidamos com estes números no dia a dia, trabalhamos com aproximações ou arredondamentos e, em situações matemáticas, usamos a indicação " $\sqrt{2}$ ".

Precisamos criar condições para que nossos alunos reconheçam que um conceito pode não ter uma aplicação imediata no dia a dia, mas sim na própria Matemática e nas outras áreas do conhecimento científico. É justamente esta aplicação mais abstrata que abre caminhos para o desenvolvimento das ciências e das tecnologias, que podem contribuir para o nosso dia a dia e melhorar nossa qualidade de vida. Professor, se você optar por se aprofundar nestas ideias, sugerimos que reveja a História da Matemática e dos conceitos matemáticos.

Seção 3 – Subconjuntos da reta real: os intervalos

Páginas no material do aluno

35 a 42

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Memória dos intervalos	Para cada dupla, um conjunto de cartas como o que foi disponibilizado no pen drive	Como num jogo da memória tradicional, os alunos deverão formar pares de cartas que, neste caso, não serão idênticas, mas deverão pertencer ao mesmo intervalo.	Duplas.	30 minutos

Aspectos operacionais

No jogo da memória tradicional, os participantes arrumam as cartas viradas sobre a mesa de modo que não seja possível ver o que está desenhado ou escrito em cada uma. Cada jogador desvira duas cartas e observa seus conteúdos. Se estes forem diferentes, as cartas são viradas novamente e é a vez do outro jogador fazer o mesmo. Porém, se os conteúdos das cartas forem idênticos, o jogador recolhe para si as duas cartas e desvira outras duas. Ganha o jogo o jogador que tiver o maior número de pares de cartas idênticas.

Nesta atividade, a ideia é a mesma do jogo da memória tradicional, porém as cartas que formam pares não são idênticas e sim correspondem ao mesmo intervalo. São trabalhadas três representações distintas para intervalos reais: a representação na reta numérica, a representação, usando colchetes, e a representação, usando a notação de conjuntos.

Para começar, você, professor, pode distribuir um conjunto de cartas para cada dupla. Na dupla, um será adversário do outro. Peça-lhes que observem atentamente as cartas e, antes de iniciarem o jogo, identifiquem os pares correspondentes. Se necessário, faça uma pequena revisão das três formas de representação, envolvidas no jogo.

Aspectos pedagógicos

Como já comentamos, o jogo é um recurso didático poderoso, mas, para garantirmos o sucesso do aluno no processo de construção do conhecimento, é necessário que, além de jogar, ele tenha oportunidade de refletir sobre os conceitos matemáticos envolvidos no jogo. Esta reflexão pode ocorrer desde o momento em que compreende as regras do jogo e o material utilizado até momentos posteriores, em debates promovidos pelo professor. Assim, é importante que, antes de jogar, os alunos manipulem as cartas, efetuando a leitura e a interpretação dos conteúdos de cada uma. Noutras palavras, eles devem se apropriar deste material. Na verdade, a apropriação pode ter início mais cedo ainda, se os próprios alunos recortarem as cartas.

Facilmente, você pode observar que há nas cartas três tipos de representações. Ao trabalhá-las com a turma, procure identificar as circunstâncias em que uma representação é mais adequada que as outras. Por exemplo, a representação, utilizando a reta, é mais adequada quando precisamos identificar interseções entre intervalos distintos, pois favorece a visualização dos elementos que lhes são comuns. Já a representação, utilizando colchetes, é bastante concisa e torna-se útil nas ocasiões em que se dispõe de pouco espaço para escrita ou pretende-se fazer resumos.

Professor, durante a execução da atividade, é aconselhável que você, sempre que possível, sinalize para os seus alunos, em cada topo de representação, os componentes que indicam se o intervalo é aberto ou fechado. Você pode até introduzir algumas reflexões mais sofisticadas e reconhecer com eles que intervalos abertos à esquerda não possuem um menor elemento bem como os abertos à direita não possuem um maior elemento. Invista nos exemplos numéricos. Proponha intervalos abertos e analise-os junto aos alunos. Sabemos que, formalmente, exemplos não permitem generalizações na Matemática. Entretanto, neste nível de ensino, antes de demonstrar, é preciso intuir algumas ideias e levantar hipóteses que possam motivar demonstrações futuras.

Pesquisas mais recentes em Educação Matemática têm mostrado que uma dificuldade muito comum no estudo de intervalos na reta real é a compreensão da densidade da reta. Diante de um intervalo real, muitos alunos insistem em listar elementos, como se isso fosse possível, e listam sempre os números inteiros que pertencem ao intervalo. Por isso, embora o foco da seção seja intervalos, nunca é demais insistir também nas reflexões sobre os números irracionais e as dízimas periódicas.

Folha de Atividades – Memória dos intervalos

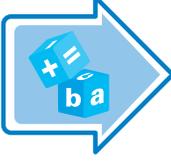
Cartas para o jogo da memória

$[-1, 3]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x > -2\}$	$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$	$]-5, 0]$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 1\}$
$]-2, \infty[$			$]-\infty, -1]$	$[-4, \infty[$
	$]-3, 1[$	$\{x \in \mathbb{R} \mid -4 < x < -1\}$		$\{x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq x \leq 3\}$
	$]-1, 3[$		$\{x \in \mathbb{R} \mid x < -1\}$	

Seção 3 – Subconjuntos da reta real: os intervalos

Páginas no material do aluno

35 a 42

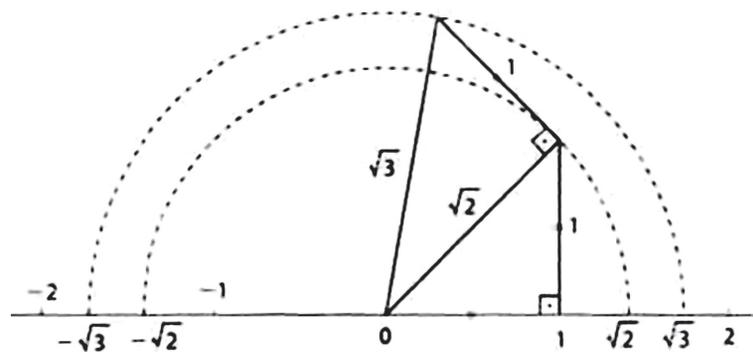
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Construindo segmentos e estimando raízes quadradas	Um par de esquadros, um compasso, uma calculadora e uma folha de papel A4 para cada trio. Um par de esquadros e compasso para lousa.	Nesta atividade, com o auxílio de construções geométricas, propomos a representação do intervalo $[-\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ na reta numérica dos reais	Duplas ou trios.	30 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, propomos a representação do intervalo $[-\sqrt{2}, \sqrt{3}]$ na reta numérica dos reais. Como este é um intervalo cujas extremidades são números irracionais, a questão que se coloca logo de início é: como localizar um número irracional na reta?

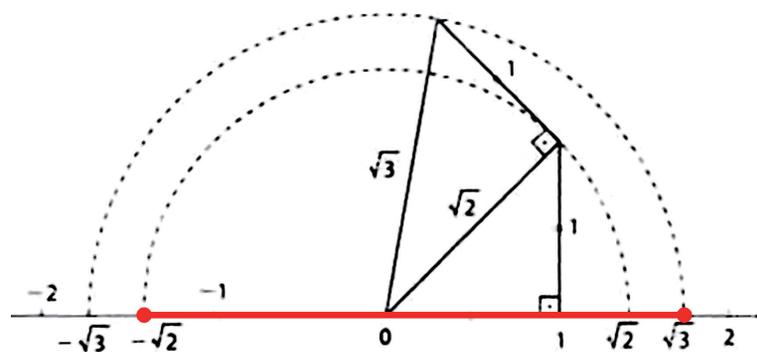
Você pode começar, pedindo aos alunos que estimem valores para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ e, em seguida, façam a verificação na calculadora. Sobre $\sqrt{2}$, por exemplo, você pode lhes perguntar: é um número que está situado entre que números inteiros? Se está entre 1 e 2, que número podemos arriscar? Se fizermos $1,5 \times 1,5$, encontraremos um número maior ou menor que 2? Então devemos estimar para a $\sqrt{2}$ um número maior ou menor que 1,5? Qual é o resultado de $1,4 \times 1,4$? Se $1,4 \times 1,4$ é menor do que 2 e $1,5 \times 1,5$ é maior do que 2, que novo valor podemos estimar para $\sqrt{2}$? Perguntas deste tipo e outras análogas para $\sqrt{3}$ podem levar os alunos a constatar que $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$ são números com infinitas casas decimais sem periodicidade.

Num segundo momento, você pode refletir com eles que, embora não consigamos obter valores finitos para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$, é possível construirmos segmentos que meçam, respectivamente, $\sqrt{2}$ cm e $\sqrt{3}$ cm. A ênfase está na construção da figura a seguir e aplicação do Teorema de Pitágoras nos dois triângulos retângulos obtidos:



Perceba, professor, que você também deve dispor de esquadros e compasso para fazer a construção na lousa, enquanto eles fazem numa folha de papel. Inicie construindo uma reta graduada em centímetros e, com o esquadro, trace o triângulo retângulo cujos catetos que medem 1 cm. Questione os alunos sobre o que pode ser feito para se obter $\sqrt{2}$ sem medir a hipotenusa deste triângulo. Junto com eles, aplique o Teorema de Pitágoras e descubra que ela mede $\sqrt{2}$ cm.

Em seguida, utilizando o esquadro, construa o triângulo retângulo cujos catetos medem $\sqrt{2}$ cm e 1 cm e peça aos alunos que, aplicando novamente o Teorema de Pitágoras, calculem a hipotenusa deste triângulo. Eles certamente encontrarão $\sqrt{3}$ cm. Colocando a ponta seca do compasso no zero e abrindo-o até a hipotenusa que mede $\sqrt{2}$ cm, será possível girar o compasso até marcar os números $-\sqrt{2}$ e $\sqrt{2}$ na reta. Já colocando a ponta seca do compasso no zero e abrindo-o até a hipotenusa que mede $\sqrt{3}$ cm, será possível girar o compasso até marcar os números $-\sqrt{3}$ e $\sqrt{3}$. Aí, então, é só assinalar o intervalo desejado, como mostramos na figura a seguir:



Aspectos pedagógicos

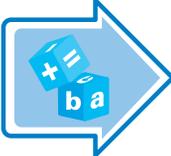
Nesta atividade, há dois aspectos importantes. O primeiro diz respeito às estimativas para $\sqrt{2}$ e $\sqrt{3}$. Note que o procedimento que sugerimos pode ser empregado para se estimar outras raízes quadradas – e até raízes cúbicas, raízes quartas etc. Trata-se de um procedimento que se fundamenta na reversibilidade que existe entre a potenciação e a radiciação. Entretanto, alguns alunos podem não ter tido boas experiências no processo de construção destes conceitos. Se for necessário, reveja-os separadamente, com números naturais que sejam quadrados ou cubos perfeitos. Além disto, ao final da atividade, havendo possibilidade, aproveite ainda a presença das calculadoras e peça aos alunos que tentem estimar os valores de outros radicais. Este é um bom exercício!

Outro aspecto que merece destaque é a utilização de instrumentos de construção geométrica (compasso e par de esquadros). Não estranhe se seus alunos tiverem dificuldades na manipulação destes objetos. Para alguns, pode até ser a primeira vez que os veem ou tocam. Lembre-se de que não só o ensino de Geometria, como também o de Desenho Geométrico tem sido negligenciado nas escolas. Cabe a nós, professores, retomar o ensino destes temas e estabelecer seus elos com a Álgebra. Para que seus alunos superem possíveis dificuldades neste sentido, também sugerimos uma revisão inicial, com construções geométricas simples.

Avaliação

Páginas no material do aluno

43

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Incentivar o registro das aprendizagens por meio de algumas perguntas que não privilegiem exclusivamente a linguagem matemática	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Sugerimos que você utilize o último tempo de aula desta unidade para a avaliação do desenvolvimento das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

Aspectos pedagógicos

Etapa 1: Registros de aprendizagem

Caso você siga nossa estimativa de aulas para abordar o conteúdo, esperamos que no quarto dia seja possível realizar com seus alunos um momento de consolidação do que foi estudado. Você pode propor que o aluno registre individualmente na folha de atividades, disponível para reprodução no pen drive, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade.

Após este momento, seria interessante que você e seus alunos pudessem avaliar esta aprendizagem.

Como objetivo de auxiliar você neste processo, apresentamos, a seguir, algumas questões para os alunos responderem. Elas dizem respeito à avaliação do desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas e podem complementar as questões que você geralmente utiliza.

1. Qual o conteúdo matemático estudado nesta unidade?
2. Como base no livro texto, você saberia falar sobre a importância da teoria dos conjuntos no seu dia a dia?
3. Julgue a seguinte afirmação: a reunião do conjunto das bananas com o conjunto de laranjas resulta no conjunto de frutas.
4. O grupo de alimentos ricos em proteínas é chamado de P e o grupo dos alimentos ricos em carboidratos é chamado de C . Você conhece algum alimento em $P \cap C$? Caso você conheça, que propriedade tem este alimento?
5. Quantos elementos possui o conjunto formado pelas letras da palavra “nacionalidade”?

Certifique-se de fazer com que os resultados deste momento de avaliação indiquem os pontos em que os alunos que ainda não conseguiram êxito no aprendizado. Parabenize e elogie o quanto for necessário, para que este momento de avaliação torne-se agradável.

Ao final de seus registros de avaliação, compartilhe as informações com os alunos. Indique exercícios e atividades para que as dúvidas e erros possam ser devidamente contornados.

Etapa 2: Questões objetivas

Sugerimos, nesta etapa, a escolha de questões objetivas que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade, para compor o instrumento avaliativo. Se desejar, você pode buscar outras questões de acordo com o perfil da sua turma. A ideia é que, além de avaliar o aprendizado, o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.

A questão que sugerimos é a seguinte:

1. (Vunesp) Uma população consome três marcas diferentes de sabão em pó: A, B e C. Feita uma pesquisa de mercado, obteve-se o resultado a seguir:

Marcas	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	Nenhuma delas
Número de Consumidores	109	203	162	25	28	41	5	115

Fonte: http://cotil11.blogspot.com.br/2011_03_01_archive.html

A partir do quadro, pode-se dizer que a quantidade de pessoas que consomem ao menos duas marcas é:

- a. 99
- b. 94
- c. 90
- d. 84
- e. 79

É provável que, inicialmente, os alunos tenham a impressão de que o problema é difícil. Você pode intervir, solicitando a eles que construam um diagrama com três conjuntos, A, B e C, a partir do quadro dado no problema. A seguir, aponte que observar a interseção dos três conjuntos é a chave para chegar à resposta.

Folha de Atividades – Avaliação – Etapa 1: registro das aprendizagens

Nome da Escola: _____

Nome do(s) Aluno(s): _____

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 1 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir:

1. Qual foi o conteúdo matemático estudado nesta unidade?

2. Como base no livro texto, você saberia falar sobre a importância da teoria dos conjuntos no seu dia a dia?

3. Julgue a seguinte afirmação: a reunião do conjunto das bananas com o conjunto de laranjas resulta no conjunto de frutas.

4. O grupo de alimentos ricos em proteínas é chamado de P e o grupo dos alimentos ricos em carboidratos é chamado de C . Você conhece algum alimento em $P \cap C$? Caso você conheça, que propriedade tem este alimento?

5. Quantos elementos possui o conjunto formado pelas letras da palavra "nacionalidade"?

Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 2: questões objetivas

Nome da Escola: _____

Nome do(s) Aluno(s): _____

2. (Vunesp) Uma população consome três marcas diferentes de sabão em pó: A, B e C. Feita uma pesquisa de mercado, obteve-se o resultado a seguir:

Marcas	A	B	C	A e B	A e C	B e C	A, B e C	Nenhuma delas
Número de Consumidores	109	203	162	25	28	41	5	115

Fonte: http://cotil11.blogspot.com.br/2011_03_01_archive.html

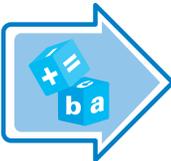
A partir do quadro, pode-se dizer que a quantidade de pessoas que consomem ao menos duas marcas é:

- a. 99
- b. 94
- c. 90
- d. 84
- e. 79

O que perguntam por aí?

Páginas no material do aluno

43

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação	Cópia da folha de atividades	Questão dissertativa que complementa a seção "O que perguntam por aí?"	Turma organizada em duplas ou individualmente	10 minutos

Aspectos operacionais

Disponibilizamos uma questão dissertativa que complementa o que foi proposto no material do aluno. Ela pode ser aplicada individualmente em sala e discutida ao final da aula com todo o grupo:

Aspectos pedagógicos

Você pode intervir no primeiro item, caso observe alguma dificuldade ou insegurança. É provável que, a partir disto, eles consigam desenvoltura para seguir adiante. Tente estimular as ideias que levem às respostas desejadas.

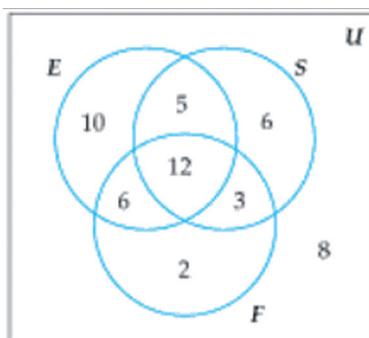
Folha de Atividades - Avaliação

Nome da Escola: _____

Nome do(s) Aluno(s): _____

Os donos de uma fábrica acreditam que funcionários felizes e saudáveis são mais produtivos e, por esta razão, fazem pesquisas anônimas sobre a prática de exercícios, os hábitos alimentares e o tabagismo entre seus funcionários.

O diagrama (I) a seguir, mostra o resultado da pesquisa,



em que,

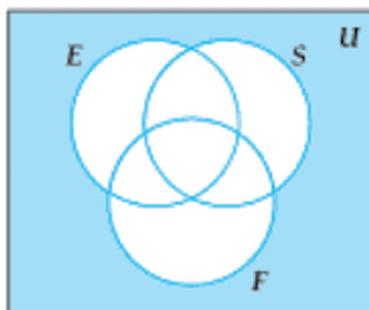
U = todos os funcionários da fábrica.

E = funcionários da fábrica que se exercitam regularmente.

S = funcionários da fábrica que não fumam.

F = funcionários que consomem, em média, cinco porções dentre frutas e vegetais diariamente.

Responda aos itens abaixo, utilizando o diagrama (II), a seguir.



- Quantos funcionários exercitam-se regularmente, mas não consomem, em média, cinco porções de frutas e vegetais? Represente este subconjunto no diagrama (II) e com símbolos.
- Descreva, verbalmente, a que subconjunto pertencem os oito funcionários fora dos três círculos do diagrama (I).
- Descreva o subconjunto $(E \cup F) \cap (E \cup S)$ verbalmente. A seguir, represente-o no diagrama (II).
- Você saberia dar o resultado da pesquisa sem usar o diagrama? Explique.

Estudo de Funções - parte 1

Érika Silos de Castro (coordenação), André Luiz Martins Pereira, Leo Akio Yokoyama e Luciana Felix da Costa Santos

Introdução

Na unidade 2 do material do aluno, são apresentadas várias situações que exemplificam como o conceito de função está presente no nosso cotidiano. Nesta unidade, o aluno terá a oportunidade de ampliar as discussões realizadas no módulo 1, utilizando a representação por diagramas para identificar funções, além de reconhecer as noções de variáveis, dependência e regularidade.

Para potencializar o material didático do aluno, pesquisamos alguns recursos e atividades com o objetivo de oferecer a você, professor, mais recursos para explorar estes temas em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora. A proposta é que essa atividade seja realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, é esperado que eles desenvolvam algumas noções básicas relacionadas ao conceito de função.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos a sua utilização nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de realizar as alterações e adaptações que se fizerem necessárias.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento será dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento consiste num momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento das sugestões que elaboramos estão nas tabelas e textos a seguir.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	2	3 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Estudo de Funções – parte 1	Função
Objetivos da unidade	
Construir a ideia de função, utilizando situações-problema da aritmética, geometria e álgebra.	
Reconhecer as noções de variáveis, dependência, regularidade.	
Escrever a expressão algébrica que representa uma relação entre duas grandezas que apresenta regularidade.	
Identificar e justificar, quando uma relação é uma função.	
Reconhecer que, toda vez que duas grandezas variam proporcionalmente, a relação entre elas é uma função.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	57 a 58
Seção 1 – Conhecendo uma conta d'água	59 a 60
Seção 2 – Noção intuitiva de Função	60 a 71
Veja ainda...	73
O que perguntam por aí?	77 a 78

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



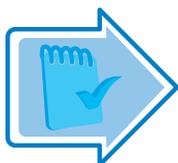
Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

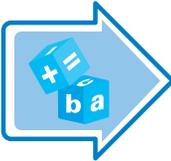
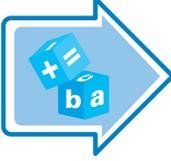
Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

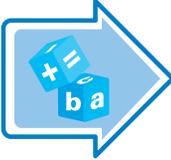
Atividade Inicial

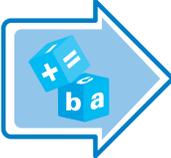
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criptografia de Júlio César	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade propõe a apresentação de uma forma de criptografia e convida os alunos a criarem seus próprios textos criptografados. Esta é uma situação que relaciona cada letra do alfabeto a uma única letra, ou seja, a relação apresentada é uma função.	Duplas ou trios	30 minutos
	Triângulos e suas áreas	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade considera X um conjunto de triângulos num plano e a função f associa cada triângulo de X a sua respectiva área, elemento de Y. Pretende, assim, mostrar que a regra que associa x a f(x) não precisa ser uma fórmula que envolve x.	Duplas ou trios	30 minutos

Seção 1 – Relações e Funções

Páginas no material do aluno

59 a 60

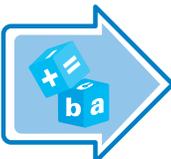
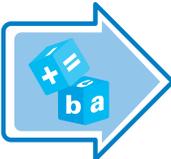
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reconhecendo funções	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade apresenta cinco representações de relações por meio de diagramas e pode servir para complementar a atividade do enigma proposta na seção 1 (p. 8) do material do aluno. O objetivo é que o aluno identifique quais dessas relações representam funções.	Duplas ou trios	40 minutos

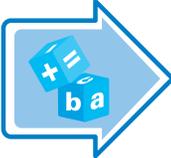
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criando uma adivinhação	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa a adivinhação proposta na seção 1 (p. 7 a 9) no material do aluno, desvendando o “truque” matemático envolvido nesta “mágica”. Os objetivos são estimular os alunos a identificarem que o resultado obtido a partir da sequência de operações pode ser escrito em função do número pensado e, também, estimulá-los a criarem suas próprias adivinhações a partir de um número pensado “x”.	Duplas ou trios	30 minutos

Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

60 a 71

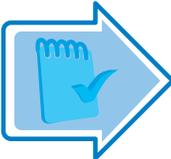
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Compras no sacolão	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa os exemplos propostos na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno. Propõe a descrição e a exploração de uma situação que relaciona o peso dos produtos, selecionados em um sacolão ao valor da compra. A função é representada por diagrama e de forma tabular.	Duplas ou trios	30 minutos
	Modelando um problema	Folha de atividades, uma folha de papel lápis/caneta	Esta atividade complementa as situações-problema apresentadas na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno e propõe a modelagem matemática de uma situação-problema do cotidiano.	Duplas ou trios	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Proporcionalidade – Função	Folha de atividades, uma folha de papel lápis/caneta	Na página 17, o material do aluno dá uma atenção especial à proporcionalidade, tratando-a como um tipo particular de função e apresentando exemplos que ilustram este caso especial. Esta atividade propõe uma complementação a este tratamento, partindo da identificação de proporcionalidade (direta e inversa) entre as variáveis envolvidas e propondo representação tabular, algébrica e gráfica do comportamento destas funções.	Duplas ou trios	30 minutos

Avaliação

Páginas no material do aluno

64 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade, dividido em duas etapas: A primeira consiste no registro de aprendizagens. Já a segunda consiste em questões objetivas e dissertativas, cuja escolha fica a critério do professor.	individual	40 minutos

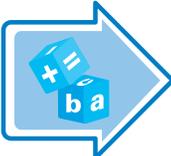
Atividade Complementar

Páginas no material do aluno

77 a 78

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios de fixação complementares	Folhas de atividades, lápis/caneta	Atividades complementares para fixar as principais noções ligadas ao conceito de função: definição de função, domínio, contradomínio, imagem, representação por diagrama e representação tabular.	Duplas ou trios	

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criptografia de Júlio César	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade propõe a apresentação de uma forma de criptografia e convida os alunos a criarem seus próprios textos criptografados. Esta é uma situação que relaciona cada letra do alfabeto a uma única letra, ou seja, a relação apresentada é uma função.	Duplas ou trios	30 minutos

Aspectos operacionais

A *criptografia de Júlio César* foi assim nomeada em homenagem ao imperador romano Júlio César (101 a.C. - 44 a.C.), que a usava para proteger mensagens de significado militar.

A transformação pode ser representada, alinhando-se “dois” alfabetos: o alfabeto normal e o alfabeto codificado, obtido pela rotação do alfabeto normal à direita ou à esquerda por um determinado número de posições. Por exemplo, a representação a seguir é uma codificação de César usando uma rotação à esquerda de três posições (o parâmetro de troca, três neste caso, é usado como chave).

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Para criptografar uma mensagem, deve-se simplesmente observar cada letra da mensagem na linha normal e escrever a letra correspondente na linha código. Para decodificar, isto é, desfazer o código, basta fazer o contrário. Veja o exemplo:

Normal: A MATEMÁTICA É INTERESSANTE

Codificado: D PDWHPDWLFD H LQWHUHVVDQWH

Hoje em dia, a denominação de código de César é utilizada para todas as codificações em que as letras da mensagem original são substituídas por outras, deslocadas de um número x de posições – e não necessariamente três. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos se organizem em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividades com as tabelas de criptografia para cada grupo. Cada tabela serve para cada uma das atividades propostas. Ao apresentar a atividade para os alunos, oriente-os no preenchimento das tabelas de criptografia.

Aspectos pedagógicos

Você pode iniciar a discussão da atividade relacionando a criptografia a um contexto histórico, explicando, por exemplo, a origem da criptografia de César.

Para motivar os alunos, você ainda pode desafiá-los a tentarem decodificar palavras de outros grupos. Porém, note que a decodificação não é um assunto de função, e sim de contagem de letras. A título de curiosidade, para decodificar as palavras é preciso determinar a frequência de cada letra que aparece na mensagem codificada e comparar com uma tabela de frequência das letras, que varia de idioma para idioma.

É importante comentar que a relação entre essas letras na codificação representa uma função, pois cada letra da linha “normal” da tabela está associada a uma única letra da linha “código”.

Folha de atividades - Criptografia de Júlio César

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Utilize uma tabela de codificação dada para cada atividade proposta a seguir:

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

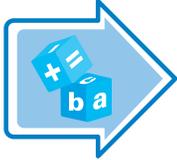
Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Normal	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
Código	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C

Atividades:

1. Codifique a palavra "VIDA" no código de César de chave $c = 10$. Codifique outras palavras ou frases.
2. Decodifique a palavra "CADZDN" no código de César de chave $c = 9$.
3. Crie uma nova cifra com outra chave e codifique uma palavra ou frase de sua escolha.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Triângulos e suas áreas	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade considera X um conjunto de triângulos num plano e a função f associa cada triângulo de X a sua respectiva área, elemento de Y . Pretende, assim, mostrar que a regra que associa x a $f(x)$ não precisa ser uma fórmula que envolve x .	Duplas ou trios	30 minutos

Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com um conjunto de triângulos e outro conjunto com elementos reais. O primeiro conjunto será chamado de X e o segundo de Y . Ao receberem esta folha, os alunos serão orientados a associarem com uma seta os diferentes triângulos com os números que representam suas áreas (em uma unidade de área dada) e a responderem às questões propostas na folha. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo.

Aspectos pedagógicos

Muitas vezes, nos exemplos de funções $f: X \rightarrow Y$ a que recorremos, X e Y são conjuntos numéricos e a regra que associa x a $f(x)$ exprime o valor de x por meio de uma fórmula que envolve x .

No entanto, isso não precisa ser assim. A natureza da regra que “ensina” como obter $f(x)$ quando é dado x é inteiramente arbitrária, desde que respeite as seguintes condições:

- Para que a função f tenha X como domínio, a regra deve fornecer $f(x)$ seja qual for $x \in X$ dado.
- A cada $x \in X$ a regra deve fazer corresponder um único $f(x)$ em Y .

Professor, primeiro você pode deixar os alunos analisarem os conjuntos dados e tentarem recordar como poderiam obter o valor das áreas destes triângulos a partir das medidas das respectivas bases e alturas dadas.

Caso os alunos apresentem dificuldades, você pode orientá-los a calcularem a área pela fórmula $A = \frac{b \cdot h}{2}$, em que b é a medida da base e h a da altura.

Vale ressaltar que aqui não estamos interessados na fórmula algébrica da função e sim na observação da existência de uma regra que associa cada triângulo dado a um número real e como deve se caracterizar uma relação para que ela seja uma função.

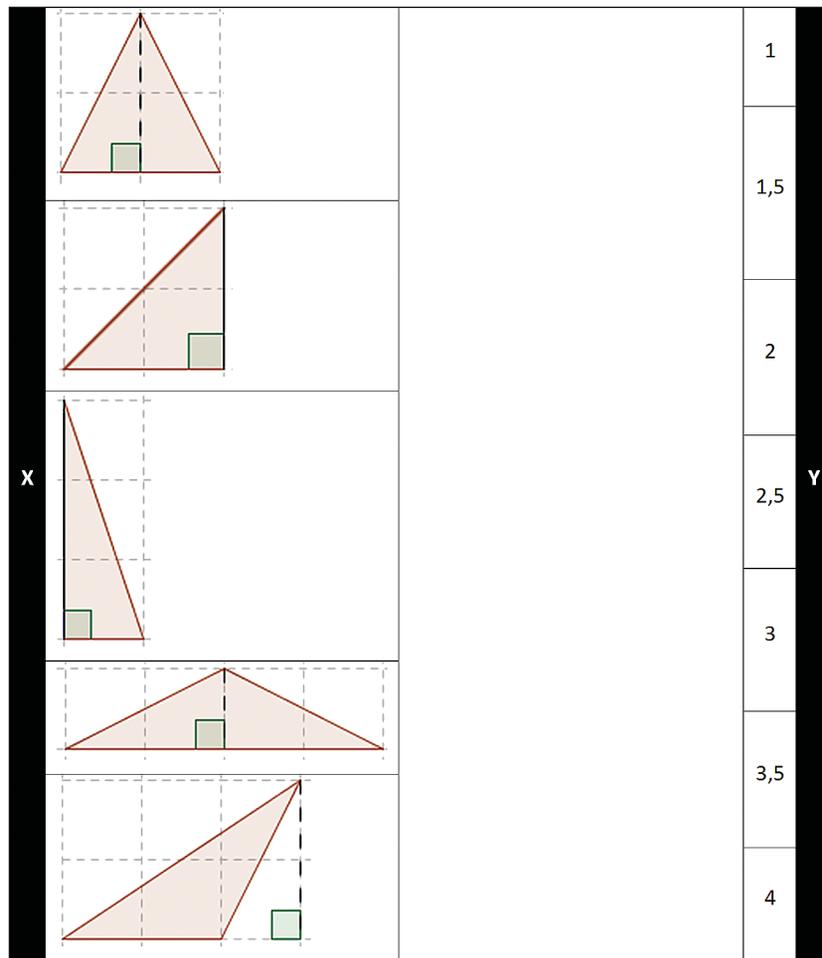
Sugerimos que a discussão com os alunos não recaia na existência de duas variáveis independentes, esta relação de dependência pode ser tratada de forma natural (sem formalidade matemática) se os alunos observarem que a área de um triângulo depende das medidas da base e da altura. Nesta atividade, nosso objetivo é fazer com que os alunos reconheçam e identifiquem, quando uma relação é uma função.

Folha de Atividades – Triângulos e suas áreas

Nome da escola: _____

Nome: _____

1. Seja X um conjunto de triângulos e Y um conjunto cujos elementos são números reais positivos. Utilize setas para associar cada triângulo de X ao número real de Y que representa a suas respectivas áreas, considerando cada quadradinho da malha como uma unidade de área.

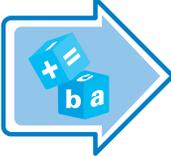


2. A relação $f: X \rightarrow Y$ acima representa uma função? E a relação $g: Y \rightarrow X$? Tente justificar as suas repostas.

Seção 1 – Relações e Funções

Páginas no material do aluno

59 a 60

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reconhecendo funções	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade apresenta cinco representações de relações por meio de diagramas e pode servir para complementar a atividade do enigma proposta na seção 1 (p. 8) do material do aluno. O objetivo é que o aluno identifique quais dessas relações representam funções.	Duplas ou trios	40 minutos

Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com cinco relações representadas por diagramas. Ao receberem esta folha, os alunos serão orientados a identificarem e justificarem, quando uma relação representa uma função. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Primeiro, deixe os alunos analisarem os diagramas recebidos e tentarem identificar as associações entre os elementos de um conjunto e os de outro.

Aspectos pedagógicos

Após esta etapa, você pode lembrá-los das condições necessárias para que uma relação seja uma função e orientá-los a identificarem tais características nos diagramas apresentados.

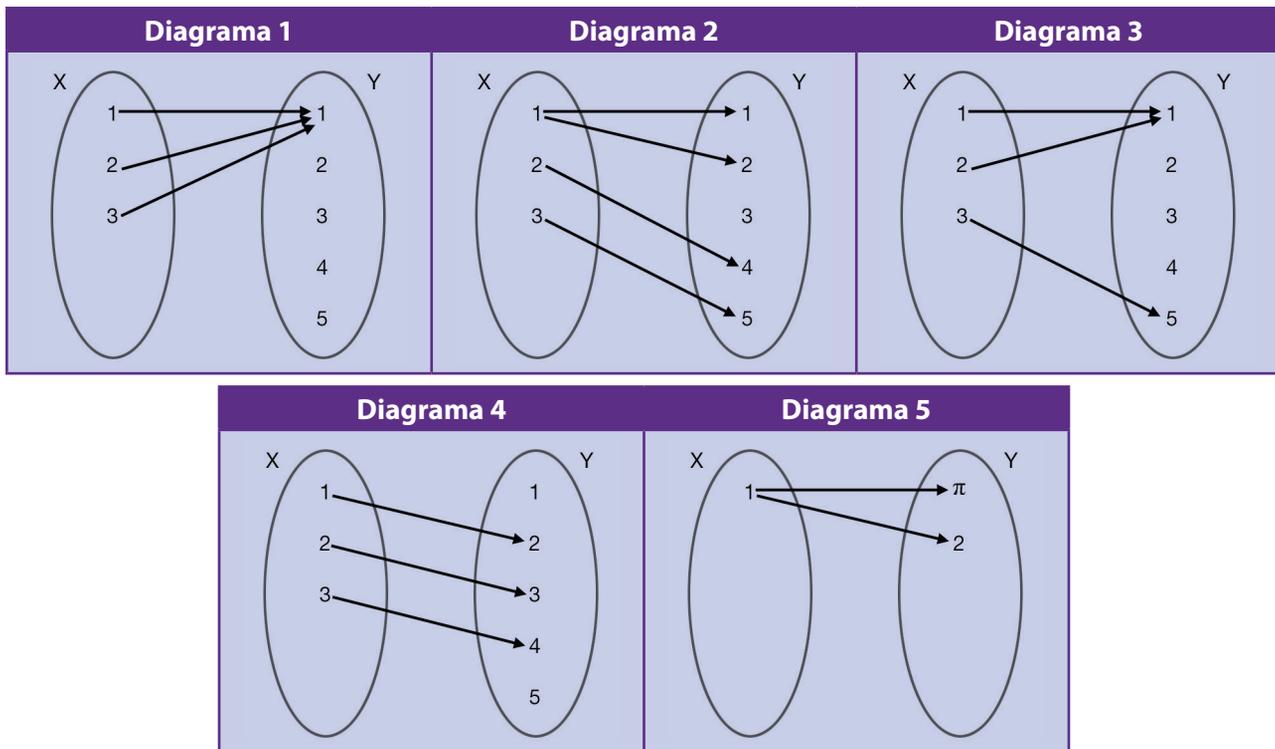
Ao final da atividade, você pode promover um debate a partir dos resultados obtidos na folha de atividades e estimulá-los a pensar em situações cotidianas que possam ser representadas por uma função.

Folha de Atividades – Reconhecendo funções

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Os diagramas a seguir representam relações que associam elementos de X a elementos de Y, isto é, $R: X \rightarrow Y$.

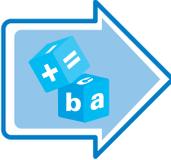


Identifique, dentre as relações representadas nos diagramas acima, quais são funções e quais não são. Justifique suas respostas.

Seção 1 – Relações e Funções

Páginas no material do aluno

59 a 60

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criando uma adivinhação	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa a adivinhação proposta na seção 1 (p. 7 a 9) no material do aluno, desvendando o “truque” matemático envolvido nesta “mágica”. Os objetivos são estimular os alunos a identificarem que o resultado obtido a partir da sequência de operações pode ser escrito em função do número pensado e, também, estimulá-los a criarem suas próprias adivinhações a partir de um número pensado “x”.	Duplas ou trios	30 minutos

Aspectos operacionais

Antes de distribuir a folha de atividades, reproduza com a turma a adivinhação proposta no material do aluno, desvendando a lista de operações envolvidas para a descoberta do resultado.

Para iniciar a atividade, peça que os alunos sigam as seguintes instruções, registrando as operações numa folha:

- Pense em um número de 1 a 9;
- Multiplique o número escolhido por 5;
- Agora, multiplique o resultado por 2;
- Some um número de 1 a 9.
- Qual foi o resultado que você obteve?

Note que o número pensado no início da sequência será sempre aquele que está na casa das dezenas do resultado. Isso ocorre porque ao multiplicar o número pensado por 2 e por 5, sucessivamente, estaremos multiplicando este número por 10. Portanto, ao somar a este resultado um número de 1 a 9, a dezena preservará o número pensado.

Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades, disponível neste material, com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Quando os alunos receberem a folha, oriente-os a preencherem as tabelas propostas na folha de atividade. Primeiro,

deixe os alunos analisarem as atividades propostas e tentarem identificar o resultado de uma adivinhação em função de um número "x" pensado.

Aspectos pedagógicos

Após esta etapa, você pode orientá-los a seguirem a lista de operações propostas e a completarem as tabelas da folha de atividades. Estimule-os, também, a criarem suas próprias adivinhações. Ao final da atividade, você pode sugerir que alguns grupos apresentem à turma a adivinhação que criaram. É importante que os alunos percebam como o resultado das operações propostas depende do número pensado anteriormente.

Folha de Atividades – Criando uma adivinhação

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

1. Complete a tabela a seguir, utilizando o equivalente em linguagem matemática das operações propostas em linguagem corrente.

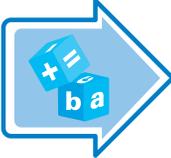
LINGUAGEM CORRENTE	LINGUAGEM MATEMÁTICA
Pense em um número de 1 a 9	x
Multiplique o número escolhido por 5	
Agora, multiplique o resultado por 2	
Some o número que você pensou ao resultado anterior	
Qual foi o resultado que você obteve?	R(x) =

2. A partir da sequência da questão anterior, responda:
 - a. Qual será o resultado obtido por alguém que pensar no número 8? _____.
 - b. Se o resultado final for 33, qual foi o número pensado? _____.
3. Agora, crie a sua adivinhação a partir de uma sequência de operações que leve o resultado obtido a depender do número pensado. Se desejar testar, aplique com os seus colegas de turma.

Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

60 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Compras no sacolão	Folha de atividades, lápis/caneta	Esta atividade complementa os exemplos propostos na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno. Propõe a descrição e a exploração de uma situação que relaciona o peso dos produtos, selecionados em um sacolão ao valor da compra. A função é representada por diagrama e de forma tabular.	Duplas ou trios	30 minutos

Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com uma situação problema na qual os alunos serão levados a transitar por duas diferentes representações de uma função: a tabular e por diagramas. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Professor, primeiro é importante deixar os alunos analisarem a situação problema. Oriente-os a preencherem as tabelas com os valores do preço a ser pago por peso dos produtos selecionados

Aspectos pedagógicos

Com o preenchimento das tabelas, já é possível identificar que a relação da questão é uma função. Você pode retomar a esta discussão e ampliá-la através da definição de domínio e imagem de uma função. Ao final da atividade, promova um debate baseado nos resultados obtidos, questionando a possibilidade de surgirem números decimais no domínio e na imagem.

Mostre que, no caso desta atividade, a restrição da dona de casa limita o domínio até 5 kg. Outra discussão relevante chama atenção para o fato de, apesar de o domínio da função ser de 0 kg a 5 kg, as balanças não registram números irracionais, somente decimais ou inteiros.

Folha de Atividades - Compras no sacolão

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Um sacolão volante cobra R\$ 3,00 o quilo de seus produtos. O preço por quilo é sempre o mesmo e não depende das frutas e legumes que o cliente tiver escolhido. Sabe-se que uma determinada dona de casa só consegue carregar até 5 quilos de produtos.

Sugestão: Utilize o verso da folha para os itens (a) e (b).

- Construa uma tabela que relaciona o peso e o valor da compra para os pesos de 1 kg, 2 kg, 3 kg, 4 kg e 5 kg;
- Represente a relação do item anterior através de diagramas para os pesos de 1,5 kg, 2,5 kg, 3,5 kg, 4,5 kg e 5 kg;
- Existe uma função entre as grandezas "peso" e "custo"? Por quê?

- Esta situação apresenta proporcionalidade entre as grandezas envolvidas? Justifique.

- Qual é o domínio dessa função, considerando o peso máximo de 5 kg?

- Qual a imagem dessa função, considerando o peso máximo de 5 kg?

- É possível escrever uma expressão matemática que relaciona o preço cobrado em função do peso dos produtos selecionados? Se sim, qual é essa expressão?

Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

60 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Modelando um problema	Folha de atividades, uma folha de papel lápis/caneta	Esta atividade complementa as situações-problema apresentadas na seção 2 (p. 9 a 20) do material do aluno e propõe a modelagem matemática de uma situação-problema do cotidiano.	Duplas ou trios	30 minutos

Aspectos operacionais

Cada grupo receberá uma folha de atividades com uma situação-problema na qual os alunos serão levados a obter a função matemática que modela o problema, além de estudar algumas propriedades dessa função e construir uma tabela de valores. A folha de atividade está disponível para reprodução neste material. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência. Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividade para cada grupo. Primeiro, deixe os alunos analisarem a situação-problema. Em seguida, oriente-os a responderem as questões propostas na folha de atividades, justificando o raciocínio usado para obter as respostas.

Aspectos pedagógicos

É possível que os alunos tenham dificuldades na tradução da linguagem corrente para a linguagem matemática. Caso isto ocorra, você pode sugerir a montagem de uma tabela complementar que faça esta tradução por partes.

Por exemplo:

Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 1.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês.

Linguagem corrente	Linguagem matemática
"...uma parte fixa, no valor de R\$ 1.000,00"	1000
total de vendas que ele fez durante o mês	X
"uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês."	$\frac{18}{100}$ de $x = 0,18 \cdot x$
salário mensal deste trabalhador em função das suas vendas.	Lei matemática $S(x) = 1000 + 0,18 \cdot x$

Ao final da atividade, promova um debate a partir dos resultados obtidos, discutindo sobre a possibilidade de se escrever uma situação cotidiana a partir de um modelo matemático. Você pode instigá-los a dar exemplos de outras situações cotidianas que podem ser representadas matematicamente por uma função e montar uma nova tabela de tradução.

Desta forma, acreditamos que os alunos consigam ampliar as discussões e identificar situações que possam ser modeladas matematicamente por funções.

Folha de Atividades – Modelando um problema

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Um vendedor recebe mensalmente um salário composto de duas partes: uma parte fixa, no valor de R\$ 1.000,00 e uma parte variável que corresponde a uma comissão de 18% do total de vendas que ele fez durante o mês.

Agora, analise e responda às questões propostas:

1. Construa uma tabela que relaciona as vendas totais e o salário mensal do vendedor, para as vendas totais de R\$ 100,00, R\$ 500,00, R\$ 1000,00, R\$ 5000,00 e R\$ 10000,00.
2. Determine a lei matemática que descreve o salário mensal deste trabalhador em função das suas vendas.

3. Analisando o problema proposto:

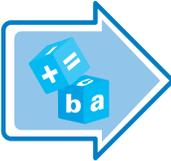
a. Identifique o domínio da função:

b. Identifique o conjunto imagem da função:

Seção 2 – Mais sobre a noção de função – Exemplos de funções

Páginas no material do aluno

60 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Proporcionalidade – Função	Folha de atividades, lápis/caneta	Na página 17, o material do aluno dá uma atenção especial à proporcionalidade, tratando-a como um tipo particular de função e apresentando exemplos que ilustram este caso especial. Esta atividade propõe uma complementação a este tratamento, partindo da identificação de proporcionalidade (direta e inversa) entre as variáveis envolvidas e propondo representação tabular, algébrica e gráfica do comportamento destas funções.	Duplas ou trios	30 minutos

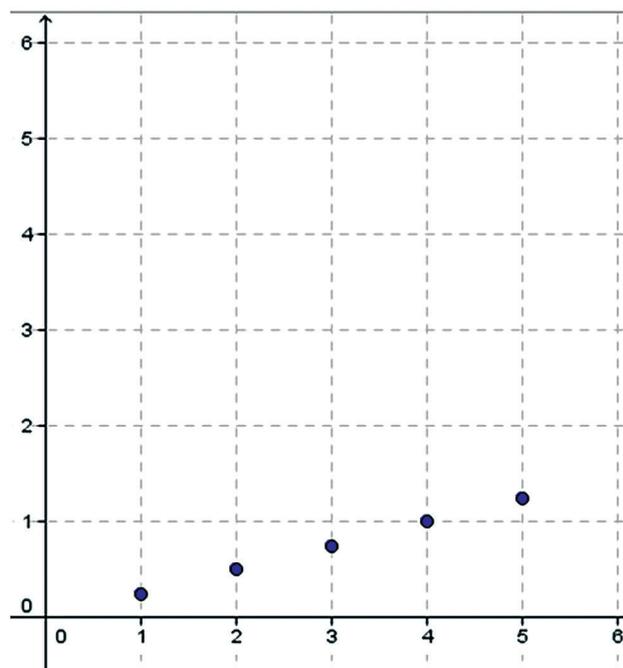
Aspectos operacionais

Antes de distribuir a folha de atividades, você pode reproduzir no quadro a tabela do exemplo 1, apresentado na p. 17, representar graficamente os pontos que relacionam o total a pagar em função do número de cópias e, a partir daí, gerar uma discussão a respeito de função e proporcionalidade.

Exemplo 1:

Número de cópias	Total a pagar
1	0,25
2	0,50
3	0,75
4	1,00
5	1,25
:	:

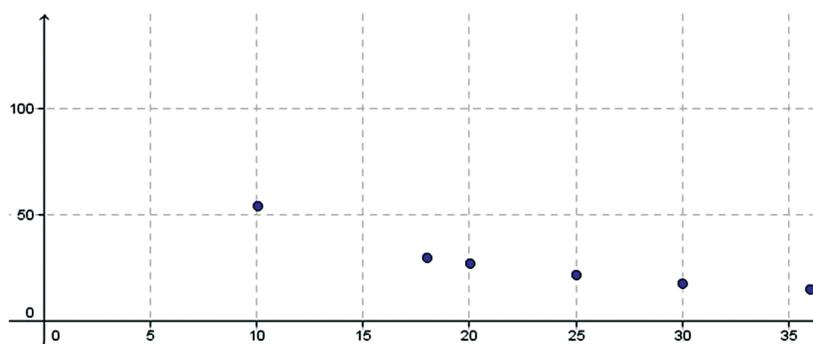
Graficamente:



A discussão pode ser enriquecida a partir do exemplo 2, apresentado na p. 18 do material do aluno, que traz uma função cujas variáveis envolvidas são inversamente proporcionais. O exemplo descreve o rateio do aluguel de um ônibus de acordo com o número de passageiros, conforme a tabela a seguir:

Número de cópias	Total a pagar
10	54,00
36	15,00
20	27,00
25	21,60
30	18,00
18	30,00

Graficamente, os pontos que representam a quantia a pagar em função do número de participantes podem ser representados no sistema cartesiano da seguinte forma:



Após esta discussão, cada grupo receberá uma folha de atividades com 2 tabelas, nas quais os alunos serão levados a reconhecer as características e obter a representação gráfica das funções. A folha de atividades está disponível para reprodução neste material. Professor, é importante que você reproduza a folha de atividades com antecedência.

Solicite que os alunos organizem-se em duplas ou em trios e distribua uma folha de atividades para cada grupo. Após distribuir a folha, primeiro deixe os alunos analisarem as questões propostas e tentarem reconhecer os padrões de proporcionalidade discutidos anteriormente. Se necessário, oriente os alunos a responderem às questões propostas e a representarem no gráfico cartesiano as variáveis dadas nas tabelas.

Aspectos pedagógicos

Professor, é importante que os alunos percebam que, no exemplo 1, o número de cópias é diretamente proporcional ao total a pagar, uma vez que variam numa mesma razão, isto é, quando o número de cópias dobra, o total a pagar também dobra.

Da mesma forma, no exemplo 2, sugerimos uma revisão do conceito de grandezas inversamente proporcionais, mostrando aos alunos que quando o número de participantes dobra, a quantia a pagar se reduz à metade; quando o número de passageiros triplica, a quantia reduz-se a terça parte - e assim por diante. Isto é, o aumento do número de passageiros corresponde a uma diminuição do valor a ser pago, numa razão inversa.

Outra discussão relevante é sobre a disposição gráfica de variáveis proporcionais. É importante discutir com os alunos que os pontos do gráfico gerados por grandezas diretamente proporcionais pertencem a uma mesma reta, que passa pela origem do sistema cartesiano. Já no caso das grandezas inversamente proporcionais, os pontos não são alinhados.

Você também pode levar os alunos a determinarem as razões entre as variáveis que formam cada par ordenado. No exemplo 1, considerando x como o número de cópias e y como o total a pagar, é possível observar a igualdade entre estas razões. Ela determina o fator de proporcionalidade, $\frac{x}{y} = \frac{1}{0,25} = \frac{2}{0,5} = \frac{3}{0,75} = \frac{4}{1} = \frac{5}{1,25} = 4$, mostrando que os números relativos ao número de cópias são 4 vezes maiores que os números relativos ao total a pagar. Além disso, você pode mostrar que a partir daí, os alunos podem obter a fórmula matemática que representa esta função: $y = 0,25x$.

No caso do exemplo 2, chamando de x o número de participantes e de y a quantia a ser paga, você pode mostrar aos alunos que as razões entre x e o inverso de y são sempre iguais. Isto equivale a dizer que o produto dos nú-

meros que formam cada par (x, y) é sempre igual: $x \cdot y = 10 \cdot 54 = 36 \cdot 15 = 20 \cdot 27 = 21 \cdot 21,60 = 30 \cdot 18 = 18 \cdot 30 = 540$. Segue daí que a fórmula matemática que representa esta função pode ser representada por $y = \frac{540}{x}$.

Desta forma, acreditamos que os alunos conseguirão ampliar as discussões e identificar quando duas grandezas variam proporcionalmente, percebendo que a relação entre elas é uma função.

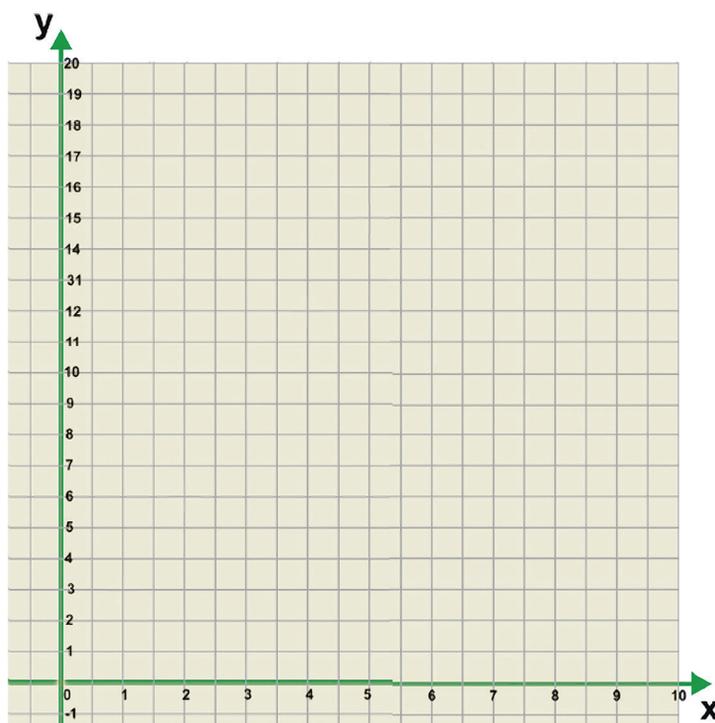
Folha de Atividades - Proporcionalidade - Função

Nome da Escola: _____

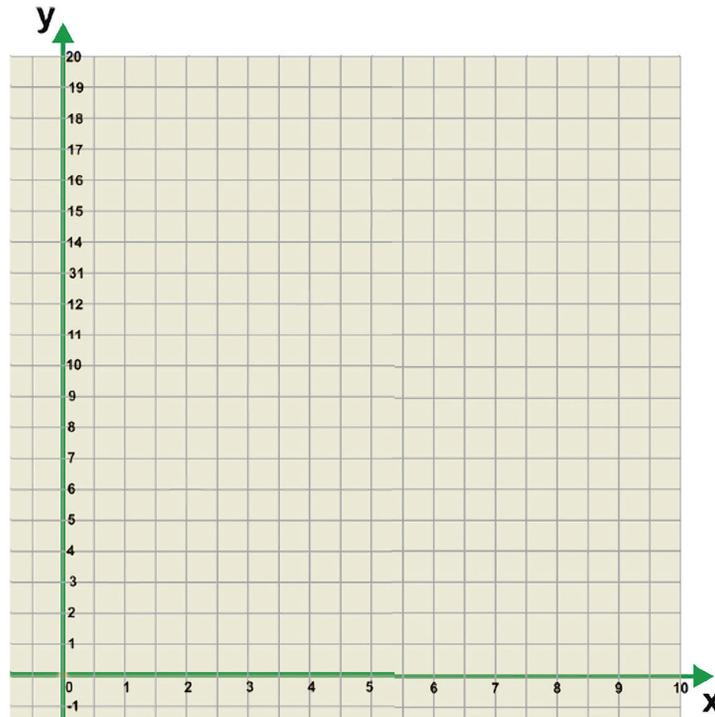
Nome dos Alunos: _____

As tabelas a seguir apresentam situações que envolvem variáveis proporcionais. Represente graficamente as funções que as relacionam e responda às questões propostas.

X (kg de açúcar)	Y (Preço - R\$)
0	0
1	2
2	4
3	6
4	8



X (nº de operários)	Y (dias de obra)
2	12
3	8
4	6
6	4
8	3



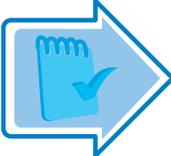
a. Verifique se, em cada tabela, as variáveis são direta ou inversamente proporcionais. Justifique a sua resposta.

b. Determine a lei matemática que representa a função correspondente aos dados de cada tabela.

Avaliação

Páginas no material do aluno

64 a 71

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade, dividido em duas etapas: A primeira consiste no registro de aprendizagens. Já a segunda consiste em questões objetivas e dissertativas, cuja escolha fica a critério do professor.	individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado à Unidade 2. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagens (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões, que têm por objetivo avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas. A ideia é que elas complementem as questões de avaliação que você usa normalmente.

- Qual foi o conteúdo matemático que você estudou nesta unidade?
- Descreva uma situação que você poderia modelar com uma função e represente-a, utilizando uma das formas aprendidas nesta unidade (por tabelas, diagramas etc.).
- Como é a representação gráfica de uma função cujas variáveis são diretamente proporcionais, isto é, como os pares (x, y) ficam dispostos no gráfico?

Sugerimos também que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, que serão entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você a maneira como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho. Se for o caso, usaremos os relatos apresentados para repensar os caminhos escolhidos.

Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão que contemple uma das habilidades pretendidas na unidade.

Aspectos pedagógicos

Respostas das questões objetivas sugeridas

1. (B) 2. (B) 3. (D) 4. (C) 5. (B)

Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:

Questão 1:

$$f(0) = 0^2 - 4 \times 0 + 7 = 7$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 4 \times (-3) + 7 = 28$$

$$f(2) = 2^2 - 4 \times 2 + 7 = 3$$

Questão 2:

Na função $f(x) = 2x + 3$, substituir cada um dos elementos de A no lugar de x, para obter:

$$f(1) = 2 \times 1 + 3 = 5$$

$$f(2) = 2 \times 2 + 3 = 7$$

$$f(3) = 2 \times 3 + 3 = 9$$

$$f(4) = 2 \times 4 + 3 = 11$$

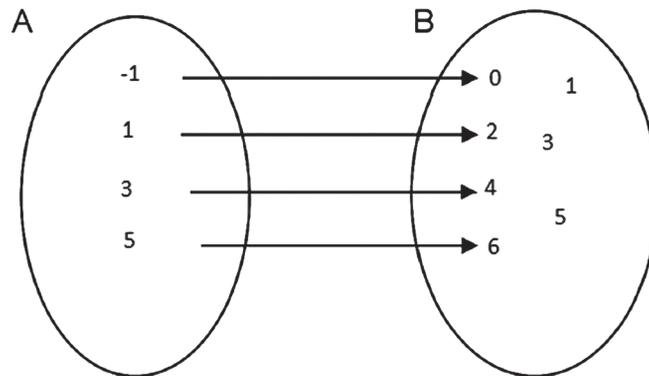
Depois montar o conjunto dos pares ordenados para os elementos da função: $\{(1,5), (2,7), (3,9), (4,11)\}$

Questão 3:

$\text{Dom}_f = \{0, 2, 12\}$ que são exatamente os valores 0, $\frac{1}{2}$ e 3 multiplicados por 4 respectivamente.

Questão 4:

a.



b. $\text{Dom}_f = \{-1, 1, 3, 5\}$

c. $\text{Contra domínio}_f = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

d. $\text{Im}_f = \{0, 2, 4, 6\}$

Questão 5:

$$10.000 + 10.(500) = 15.000$$

$$6.000 + 10.(600) = 12.000$$

$10.000 + 500.x < 6.000 + 600.x$. Logo, teremos $4000 < 100x$, isto é, $40 < x$. A partir de 40 km.

Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 1

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

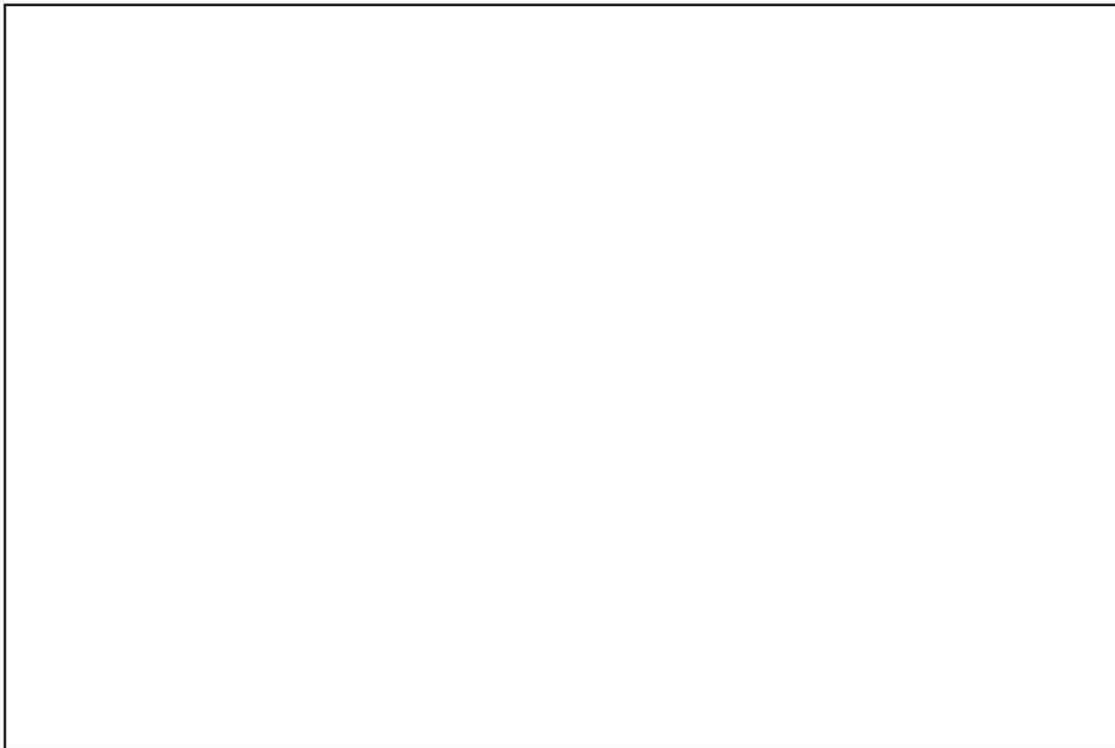
Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 2 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir:

Questão 1:

Qual foi o conteúdo matemático que você estudou nesta unidade?

Questão 2:

Descreva uma situação que você poderia modelar com uma função. Represente essa função, utilizando uma das formas aprendidas nesta unidade (por tabelas, diagramas etc.).



Questão 3:

Como é a representação gráfica de uma função cujas variáveis são diretamente proporcionais, isto é, como os pares (x, y) ficam dispostos no gráfico?

Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 2

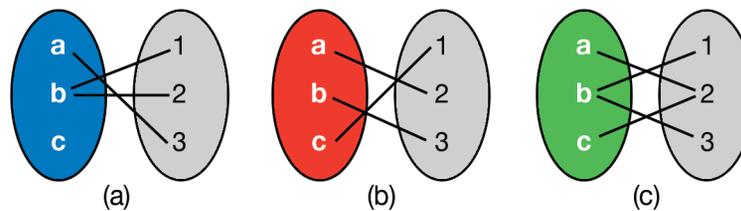
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Sugestões de questões objetivas para a avaliação:

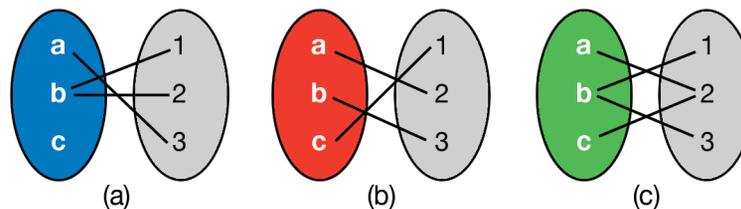
Questão 1:

Quais dos diagramas abaixo se encaixam na definição de função de A em B , onde $A=\{a,b,c\}$ e $B=\{1,2,3\}$.



Questão 2:

Quais dos diagramas abaixo não representa uma função de A em B , onde $A=\{a,b,c\}$ e $B=\{1,2,3\}$.



Questão 3: (PUC-SP - adaptada)

Um grupo de amigos “criou” uma nova unidade de medida para temperaturas: o grau Patota. Estabeleceram, então, uma correspondência entre as medidas de temperaturas em graus Celsius ($^{\circ}\text{C}$), já conhecida, e em graus Patota ($^{\circ}\text{P}$), mostrada na tabela abaixo:

$^{\circ}\text{C}$	$^{\circ}\text{P}$
20	40
60	48

Lembrando que a água ferve a 100°C , então mantendo este mesmo padrão, na unidade Patota ela ferverá:

- a. 96°
- b. 88°
- c. 78°
- d. 64°
- e. 56°

Questão 4: (UFPA)

Sejam os conjuntos $A = \{1,2\}$ e $B = \{0,1,2\}$. Qual das alternativas abaixo é verdadeira?

- (A) $f : x \rightarrow 2x$ é uma função de A em B
- (B) $f : x \rightarrow x + 1$ é uma função de A em B
- (C) $f : x \rightarrow x^2 - 3x + 2$ é uma função de A em B
- (D) $f : x \rightarrow x^2 - x$ é uma função de B em A
- (D) $f : x \rightarrow x - 1$ é uma função de B em A

Questão 5: (PUC- SP)

A função de Euler f é definida para todo número natural $n > 1$ da seguinte maneira: $f(n)$ é o número de números naturais primos com n (relativamente primos) e menores ou iguais a n . Quanto vale $f(12)$?

- a. 4
- b. 5

c. 3

d. 6

e. 0

Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

Questão 1:

Qual conjunto é formado pelos valores $f(0)$, $f(-3)$, $f(2)$ e $f(10)$, se a função está definida por ?

Questão 2:

Dada a função real definida sobre o conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$, apresente o conjunto de todos os pares ordenados, pertencentes à função f .

Questão 3:

Uma função associa a cada número a sua quarta parte. Se o conjunto imagem dessa função é $\text{Im } f = \{0, 1/2, 3\}$, qual é o domínio da função f ?

Questão 4:

Sejam $A = \{-1, 1, 3, 5\}$ e $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Para a função f , definida por $f(x) = \frac{x+1}{2}$, determine:

- A representação de f por diagrama;
- Domínio de f ;
- Contradomínio de f ;
- Conjunto imagem de f .

Questão 5:

O custo de transporte de certa carga por ferrovia é composto de uma quantia fixa de R\$ 10000,00 mais R\$ 500,00 por quilômetro rodado. A mesma carga, transportada por rodovia, tem um custo fixo de R\$ 6000,00 mais R\$600,00 por quilômetro rodado.

- Qual será o custo de transporte, por ferrovia, para 10 km rodados?
- Qual será o custo de transporte, por rodovia, para 10 km rodados?
- A partir de quantos km rodados, o transporte por rodovia se tornará mais caro do que por ferrovia?

Atividade Complementar

Páginas no material do aluno

77 a 78

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios de fixação complementares	Folhas de atividades, lápis/caneta	Atividades complementares para fixar as principais noções ligadas ao conceito de função: definição de função, domínio, contradomínio, imagem, representação por diagrama e representação tabular.	Duplas ou trios	

Aspectos operacionais

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, na fixação das principais noções trabalhadas ao longo desta unidade. São elas: definição de função, domínio, contradomínio e imagem de uma função, representação por diagrama e representação tabular de funções.

Estes exercícios foram distribuídos em uma folha de atividades, que se encontra disponível para reprodução neste material. Eles poderão ser aplicados ao término de cada seção do material do aluno ou todos juntos, no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados. Você também poderá encontrar as soluções destes exercícios neste material.

Peça que os alunos organizem-se em duplas ou em trios, mas procure distribuir uma folha de atividades para cada aluno. Dessa forma, todos poderão ficar com uma cópia do material e usá-lo mais tarde, como fonte de consulta. Escolha previamente os exercícios que mais se adequam à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos introduzidos na Unidade 2.

Aspectos pedagógicos

Depois de os alunos concluírem o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, procure discutir as soluções apresentadas por eles, valorizando cada estratégia, mesmo que esta não tenha conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção. Isso pode favorecer o desenvolvimento da autonomia deles no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

Respostas da Folha de atividades – Exercícios adicionais

1.

a. $D(f) = A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

b. $CD(f) = B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

c. $Im(f) = \{1, 3, 5, 7\}$

2. $f(4) = 7$

3. Quando $x = 5, y = 3$

4. Quando $y = 3, x = 5$

5. Quando $f(x) = 1, x = 1$ ou $x = 3$

6. Quando $x = 6, f(x) = f(6) = 7$

7. Quando $y = 7, x = 4$ ou $x = 6$

8.

a. $Im(f) = \{-3, -1, 1, 5\}$

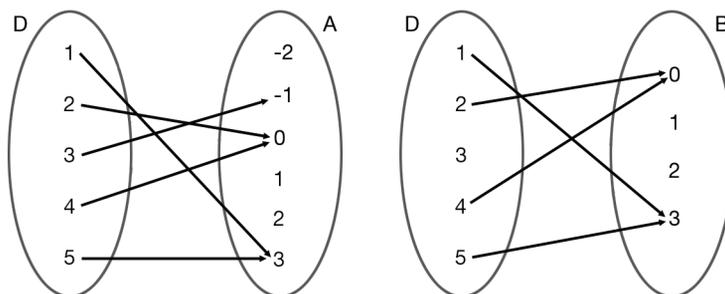
b.

x	-2	-1	0	2
f(x)	-3	-1	1	5

9. a) $f(-3) = 4$ e $f(0) = 5$ b) $f(x) = 3x + 5$

10.

a.



b. r representa função, mas s não representa função, pois há um elemento do domínio que não possui imagem correspondente.

Folha de Atividades - Avaliação - Etapa 1

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Considere a função $f: A \rightarrow B$ dada pelo diagrama abaixo e faça o que se pede nos itens de 1 a 7:

1. Determine:

- O domínio da função f .
- O contradomínio da função f .
- O conjunto imagem da função f .

2. Determine a imagem de 4 pela função f .

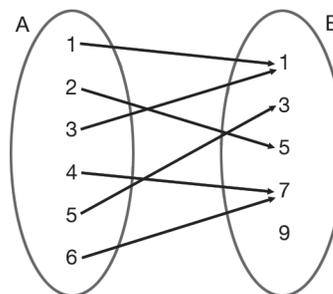
3. Determine o valor de y quando $x = 5$.

4. Determine o valor de x quando $y = 3$.

5. Determine o valor de x quando $f(x) = 1$.

6. Determine o valor de $f(x)$ quando $x = 6$.

7. Determine o valor de x quando $y = 7$.



8. Seja a função $f: D \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f(x) = 2x + 1$, de domínio $D = \{-2, -1, 0, 2\}$.

- Determine o conjunto imagem de f .
- Construa uma tabela que relacione os elementos do domínio com suas respectivas imagens.

9. Uma função real f tem parte de seu domínio e suas respectivas imagens, representados na tabela a seguir.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-7	-4	-1	2	5	8	11	14	17	20

Depois de analisar a tabela, faça o que se pede:

- Determine $f(-3)$ e $f(0)$.
 - Identifique sua possível expressão algébrica.
10. Considere os conjuntos $A = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$ e $D = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Considere as relações $r: D \rightarrow A$ e $s: D \rightarrow B$, que possuem como lei de formação a mesma expressão $r(x) = s(x) = (x - 2)(x - 4)$. Agora faça o que se pede:
- Construa uma representação por diagramas para cada uma das duas relações.
 - A partir da observação dos diagramas, identifique qual delas representa função. Justifique a sua resposta.



Estudo de Funções – parte 2

Cleber Fernandes, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves

Introdução

Na unidade 3 do material do aluno, são apresentadas diversas situações e atividades que abordam a construção e a análise de gráficos que podem representar funções.

Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas. Apresentamos a descrição e o detalhamento destas sugestões nas tabelas e páginas seguintes.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora, cujos objetivos são iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, espera-se que os alunos consigam construir gráficos a partir de informações apresentadas e que reconheçam a relação de um gráfico com a função.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático. Tais recursos apresentam-se associados a atividades descritas detalhadamente neste material. Sugerimos a sua realização nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que você faça alterações e adaptações sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento seria dedicado a uma revisão geral dos conceitos estudados por meio de uma questão discursiva. Já no segundo momento, a revisão seria feita por intermédio da escolha de uma questão objetiva que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	3	3 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Estudo de Funções – parte 2	Gráficos de Função
Objetivos da unidade	
Construir gráficos de funções, utilizando tabelas de pares ordenados;	
Reconhecer se um gráfico representa uma função;	
Determinar o Domínio e Imagem de uma função pela análise de um gráfico;	
Ler e interpretar gráficos de função.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	5 a 6
Seção 1 – Gráficos: sua construção	7
Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano	8 a 10
Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano	11 a 14
Seção 4 – Interpretação de um gráfico	15 a 21
Veja ainda...	22 a 26
O que perguntam por aí?	27 a 29

Em seguida, serão oferecidas as atividades para potencializar o trabalho em sala de aula. Verifique a correspondência direta entre cada seção do Material do Aluno e o Material do Professor.

Será um conjunto de possibilidades para você, caro professor.

Vamos lá!

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reservatórios	Cópias da folha de atividades	Os alunos vão discutir o comportamento do nível da água em reservatórios de diferentes formatos e vão associar estes comportamentos a gráficos que os representem	Duplas	20 minutos
	Todo dia	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos irão trabalhar com dados não padronizados. Vão estabelecer uma relação entre conjuntos a partir das informações contidas na letra da música Cotidiano. Posteriormente, vão considerar um subconjunto desses dados que revela um padrão de repetição, associado ao significado da palavra cotidiano	Duplas	20 minutos

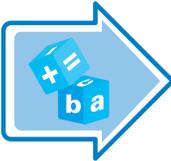
Seção 1 – Gráficos: sua construção

Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

7; 8 a 10

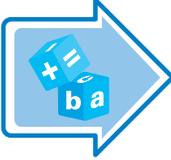
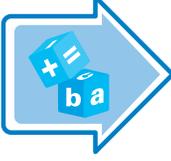
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Na balada	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão coletar dados fornecidos ao longo de uma animação apresentada pelo professor. Posteriormente, eles devem utilizar esses dados para representar graficamente as informações coletadas	Duplas	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Peso das crianças	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar uma tabela que relaciona o peso com a idade de crianças. Vão também construir um gráfico, utilizando esses dados. É importante destacar que os dados não estão associados a uma expressão algébrica que possa ser facilmente deduzida	Turma disposta em duplas	30 minutos

Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

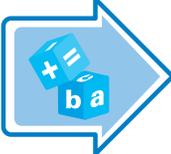
11 a 14

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Consumo de energia	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar e comparar gráficos sobre o consumo anual de energia do carvão e de energia nuclear	Duplas	30 minutos
	Ida para a escola	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar um mapa e pontos do plano cartesiano para determinar como cada criança foi para a escola e quanto tempo levou pra chegar lá	Duplas	30 minutos

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

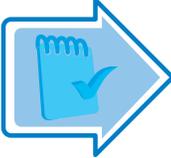
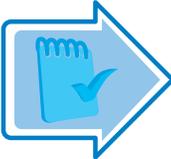
15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O caminho para a festa	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão acompanhar a ida de Priscila à festa de Camila. Eles vão associar informações dadas a partir de um mapa e de um gráfico, que registra a movimentação de Priscila. Haverá também uma atividade de construção de gráfico	Duplas	30 minutos
	Imposto de renda	vídeo A parte do leão, acessível no endereço http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1153 e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre um recém-formado que recebe um aumento salarial e quer saber o imposto que será descontado de seu novo salário. Através do vídeo e da leitura de um texto sobre a cobrança de imposto de renda, os alunos vão utilizar uma função constante por partes para determinar a alíquota de cálculo do imposto de renda devido	Duplas	30 minutos
	Desperdício de água	vídeo A mãe, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1130 , e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre uma senhora que liga para o filho, pois sua conta de água do mês tinha dobrado, apesar do consumo não ter aumentado tanto. O filho esclarece que o valor cobrado por litro de água está distribuído em faixas de consumo de acordo com uma função descontínua. No problema proposto, vamos descobrir qual foi o valor da conta de água que deixou a mãe do rapaz tão indignada	Duplas	25 minutos

Seção Avaliação

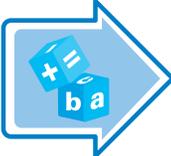
Páginas no material do aluno

22 a 29

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questão de avaliação discursiva	Cópias da folha de atividades, régua	Os alunos serão chamados a registrar, num plano cartesiano, a trajetória feita por uma aeronave ao longo de um dia. Esta etapa pode também ser articulada à seção <i>Veja ainda disponível na p. 22 do material do aluno</i>	Trios	25 minutos
	Questões de avaliações de larga escala	Cópias da folha de atividades	Sugerimos nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc	Individual	20 minutos

Descrevemos a seguir situações motivadoras a partir das quais queremos que os alunos iniciem uma discussão coletiva. A ideia é que, antes da etapa de formalização, os alunos familiarizem-se com o conteúdo matemático a ser trabalhado de forma empírica e com atividades de fácil compreensão. Sugerimos que você escolha a que julgar mais adequada à sua realidade. Fique à vontade também para adaptá-las, se for o caso.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Reservatórios	Cópias da folha de atividades	Os alunos vão discutir o comportamento do nível da água em reservatórios de diferentes formatos e vão associar estes comportamentos a gráficos que os representem	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Peça para que leiam o texto e, antes de as duplas estabelecerem a correspondência entre os gráficos das funções e os reservatórios, analise e discuta separadamente as seis afirmações. Estimule os alunos a verbalizá-las com suas próprias palavras. Posteriormente, considere apenas os gráficos e analise juntamente com os alunos cada um deles. Estimule-os a descrever em palavras o que acontece com o nível da água, conforme o tempo passa.

Aspectos pedagógicos

Os alunos terão dificuldades em abstrair o comportamento do nível da água para cada reservatório. Faça paralelo com objetos conhecidos. Por exemplo, o nível de água aumenta mais rápido, quando encho um copo ou uma panela com água?

Como há formatos não usuais de reservatórios, recorra à ideia de encher garrafas de mesmo fundo e gargalos diferentes: o nível vai aumentando lentamente e, quando chega perto do gargalo, que é mais estreito, o nível aumenta rapidamente.

Note que o comportamento dos reservatórios (5) e (6) é parecido. Por terem base larga, sofrerem um estreitamento até a metade de sua altura e voltarem a se alargar da metade para cima, o nível de água subirá lentamente no

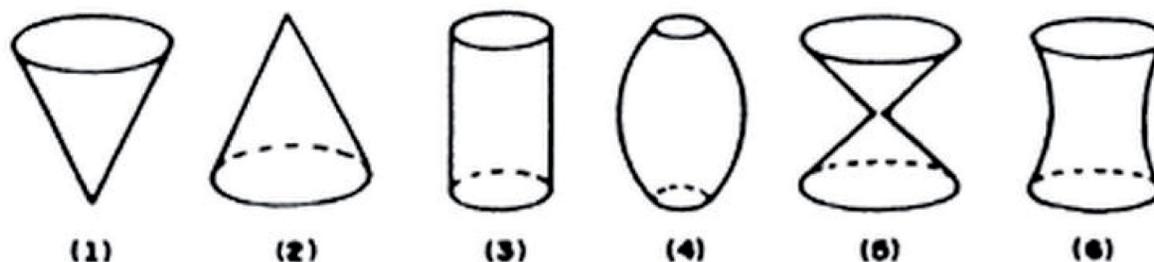
início e depois continuará aumentando cada vez mais rapidamente. Da metade da altura em diante, o comportamento se inverterá: começará aumentando rapidamente e depois continuará aumentando cada vez mais devagar. Nisto os dois são parecidos. Isto ajuda a associá-los aos gráficos (e) e (f). Explore com os alunos o efeito causado no nível da água pelo estreitamento mais acentuado que observamos no reservatório (5) em relação ao reservatório (6).

Folha de Atividades - Construindo triângulos com palitos

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Considere os diferentes reservatórios (numerados de 1 a 6), apresentados na Figura 1. Cada um deles tem capacidade de 60 litros e todos têm 50 cm de altura.



Considere os diferentes reservatórios (numerados de 1 a 6), apresentados na Figura 1. Cada um deles tem capacidade de 60 litros e todos têm 50 cm de altura.

Vamos colocar uma torneira para encher cada um destes reservatórios. Vamos admitir que a vazão da água é a mesma em todas as torneiras, isto é, elas liberam a mesma quantidade de água por minuto.

Queremos investigar, em cada reservatório, o comportamento do nível de água no decorrer do tempo.

É claro que o nível da água aumenta à medida que o tempo passa. Mas existem diferenças significativas no comportamento do nível da água em cada um dos reservatórios. Devido aos diferentes formatos, haverá um aumento mais rápido ou mais lento do nível de água, conforme o tipo de reservatório.

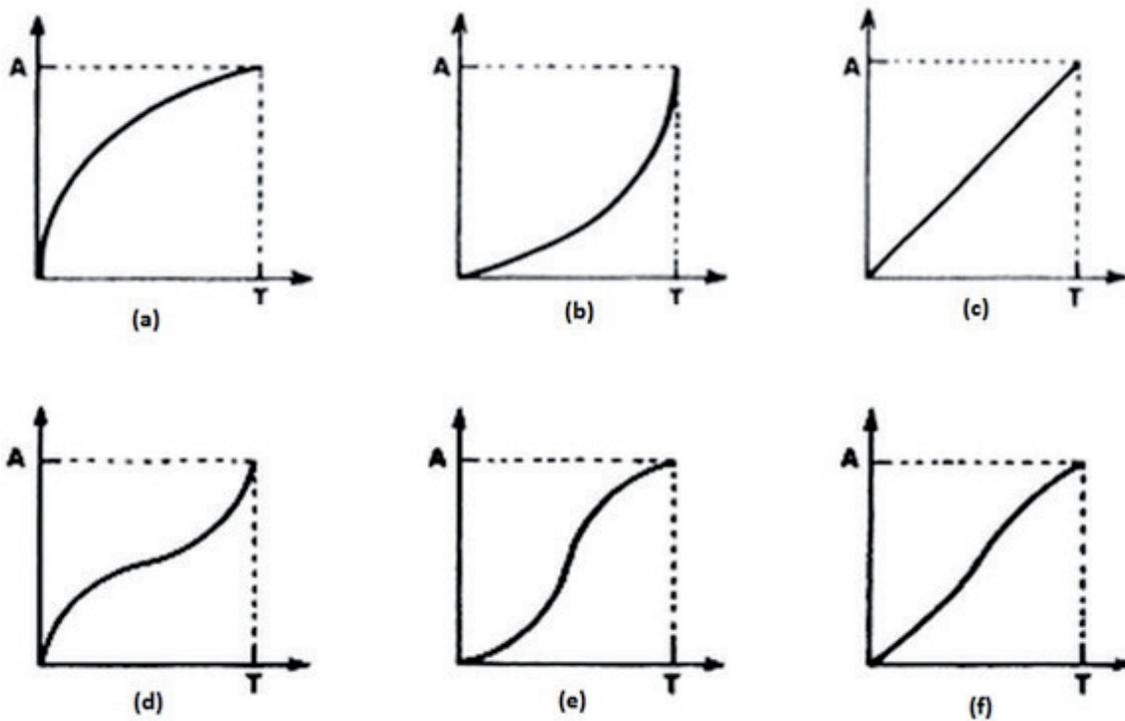
Antes de começarmos, analisem as afirmações a seguir. Todas elas estão corretas. Tente justificar e explicar cada uma delas com suas próprias palavras.

- Reservatório (1): no início do processo, o nível da água aumenta rapidamente e depois continua aumentando, mas não tão rapidamente;
- No reservatório (2), acontece exatamente o contrário. No início do processo, o nível da água aumenta lentamente e depois continua aumentando cada vez mais rapidamente;
- No reservatório (3), o nível da água aumenta de modo constante;

- d. No reservatório (4), o nível da água vai aumentando cada vez mais devagar, até chegar à metade do reservatório. Depois inverte o seu comportamento;
- e. Até a metade da altura, o comportamento do reservatório (5) é similar ao do reservatório (2). Depois, é similar ao do reservatório (1). No meio do reservatório, o nível da água está aumentando rapidamente.
- f. O comportamento do reservatório (6) é similar ao do reservatório (5). Porém, no meio do reservatório, o nível da água não aumenta de modo tão rápido.

Problema:

Considere os seguintes gráficos:



Em cada um dos gráficos, o eixo horizontal representa o tempo em minutos e o vertical representa o nível da água do reservatório em metros. Eles expressam o comportamento do nível da água em cada um dos reservatórios, conforme eles estão se enchendo de água. Sua tarefa é descobrir qual gráfico representa cada um dos reservatórios da Figura 1.

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Todo dia	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos irão trabalhar com dados não padronizados. Vão estabelecer uma relação entre conjuntos a partir das informações contidas na letra da música Cotidiano. Posteriormente, vão considerar um subconjunto desses dados que revela um padrão de repetição, associado ao significado da palavra cotidiano	Duplas	20 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas, acesse o site do compositor Chico Buarque (http://chicobuarque.com.br/construcao/mestre.asp?pg=cotidian_71.htm) e exiba a letra da música Cotidiano. Espere que todos leiam. Distribua a folha de atividades e oriente os alunos a usarem a letra da música, para resolver os problemas propostos.

Aspectos pedagógicos

Esta é uma interessante oportunidade para a aplicação de uma estratégia interdisciplinar: o trabalho do texto pelo professor de Língua Portuguesa irá facilitar, em muito, o desenvolvimento da atividade pelo professor de Matemática.

De início, os alunos poderão estranhar bastante a atividade. Estimule-os a estabelecer relações entre os elementos do texto e mostre que essa é uma atitude matemática. Antes que os alunos iniciem a resolução dos problemas propostos na folha de atividades, auxilie na compreensão do texto e identificação dos elementos que funcionam como marcadores temporais e as atitudes da esposa que são associadas a eles durante a letra da música.

Estimule os alunos a interpretarem a repetição da primeira estrofe no final da música como um elemento que, juntamente com os marcadores temporais (seis da manhã até meia-noite), introduzem uma ideia de periodicidade e repetição. Explore este aspecto também através do título da música.

Folha de Atividades – Cotidiano

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

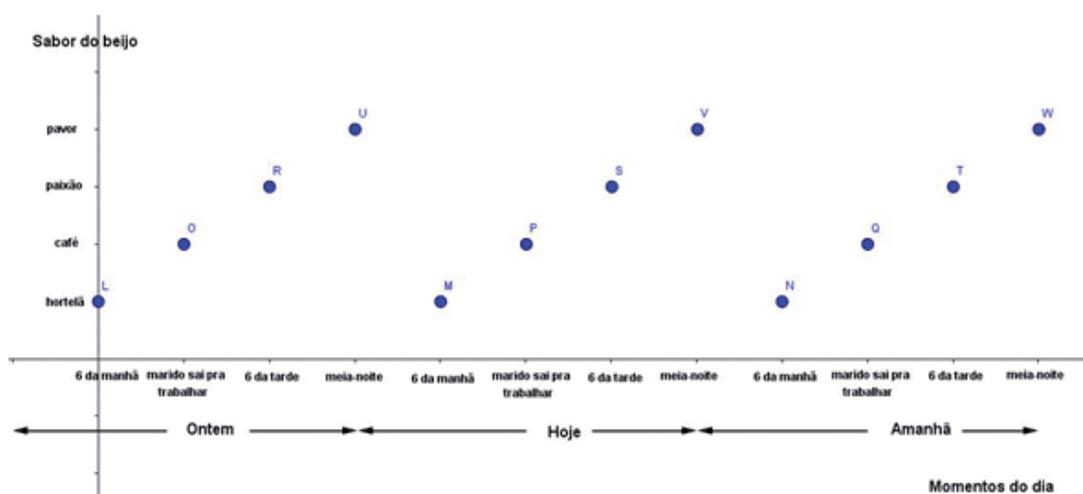
Problemas:

1. A primeira coluna apresenta momentos do dia que foram citados ao longo da letra da música Cotidiano. Consulte a letra da música e identifique as atitudes da esposa que podem ser associadas a esses momentos.

Momentos do dia	Atitudes da esposa
Seis da manhã	
Saída do marido para o trabalho	
Meio-dia	
Seis da tarde	
Meia-noite	

Todos os momentos do dia puderam ser associados a atitudes da esposa? Quando foi possível fazer a associação, a letra da música associava uma única atitude da esposa a cada momento do dia?

2. Identifique as duas informações (coordenadas) que podem ser identificadas nos pontos representados no gráfico a seguir. Você consegue identificar neles uma relação entre o momento do dia e o “sabor” do beijo da esposa?



3. Tente estabelecer uma relação entre o gráfico e a letra da música. Você identifica na música um processo repetitivo na vida diária do casal? O gráfico traduz essa ideia de repetição presente na música?

Seção 1 – Gráficos: sua construção

Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

7; 8 a 10

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Na balada	Computador com datashow e acesso à Internet, cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão coletar dados fornecidos ao longo de uma animação apresentada pelo professor. Posteriormente, eles devem utilizar esses dados para representar graficamente as informações coletadas	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades, que contém instruções, um mapa e uma tabela para os alunos anotarem os dados fornecidos por Fábio ao longo da animação.

Acesse o site http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Trajectoria/mat_ativ_trajectoria.swf. A cada tela, narre as ações de Fábio (conforme indicado adiante) e oriente os alunos a anotarem no mapa e na tabela os dados fornecidos pelo personagem Fábio ao longo da animação.

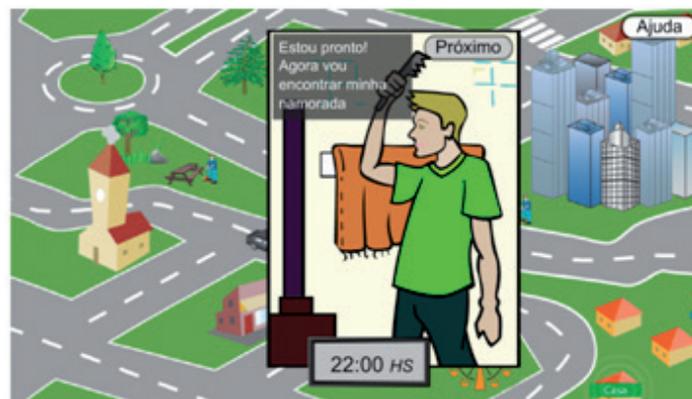
Fábio escolheu o CAMINHO A.



Está é a casa de Fábio.



Ele está pronto para sair de casa:



Fábio decidiu ir à boate:



Fábio chegou à boate:



Decidiu ir à Lanchonete:



Chegou à Lanchonete:



Foi pra casa da namorada.

Deixou a namorada em casa:



Foi pra casa.



Chegou a casa:



A noite de Fábio:



Antes que os alunos comecem a fazer o gráfico, preencha coletivamente no quadro os dados da tabela. Se necessário, exiba novamente a apresentação.

Aspectos pedagógicos

Os alunos podem ter dificuldade para construir o gráfico. Comece por questionar quais informações serão inseridas nos eixos. A seguir, pergunte sobre o que ficará descrito no gráfico ao final de sua construção: as curvas que Fábio faz no trajeto, as distâncias que ele percorre em metros ou os lugares em que ele permanece no decorrer da balada? Após essa discussão, construa com eles o sistema de coordenadas indicado no problema. Os alunos terão dificuldade em identificar os horários de 22h45min e 24h45min. Construa coletivamente o trecho do gráfico correspondente à saída de Fábio de sua casa até a saída da casa da namorada, para irem dançar na boate. Discuta e analise cada trecho: aquele em que há deslocamento e aquele em que a distância permanece constante. Instigue os alunos, perguntando, por exemplo: por que o gráfico fica constante? Mas eles não estão dançando? Lembre-os de que Fábio e a namorada estão dançando, sim - mas a boate não! Por isso a distância entre a boate e a casa de Fábio permanece a mesma!

Folha de Atividades - Na balada

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Vamos acompanhar Fábio em uma noite de sexta-feira. Fábio arrumou-se e foi buscar a namorada para irem dançar na boate. Assista à apresentação e utilize o mapa e a tabela a seguir para anotar os horários de Fábio durante sua balada.

Mapa



Tabela

Onde	Horário de chegada	Horário de saída
Casa de Fábio		
Casa da Namorada (antes da boate)	22:30h	23:30h
Boate		03:00h
Lanchonete		04:30h
Casa da Namorada		

Problemas:

1. Determine por quanto tempo Fábio e a namorada permaneceram na boate.
2. Sabendo as distâncias entre os lugares por onde Fábio passou e os horários de chegada e saída, que vocês anotaram, façam um gráfico que represente a trajetória de Fábio durante essa longa noite. No eixo vertical, representem a distância de Fábio até sua casa. No horizontal, representem as horas.

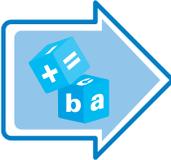
Entre	Distância
Casa de Fábio e a casa da Namorada	2 km
Casa da Namorada e Boate	1 km
Boate e Lanchonete	1,5 km
Lanchonete e casa da Namorada	2,5 km

Seção 1 – Gráficos: sua construção

Seção 2 – Construção de um gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

7; 8 a 10

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Peso das crianças	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar uma tabela que relaciona o peso com a idade de crianças. Vão também construir um gráfico, utilizando esses dados. É importante destacar que os dados não estão associados a uma expressão algébrica que possa ser facilmente deduzida	Turma disposta em duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Professor, você pode explorar mais a tabela, fazendo outras perguntas, como por exemplo, os meninos sempre pesam mais do que as meninas nas idades indicadas na tabela? Ou ainda: calcule a diferença de peso entre os dois gêneros na idade de 7 anos.

Explore com os alunos a passagem da representação em linguagem corrente - escrita ou oral - para os gráficos e vice-versa.

Os alunos terão dificuldade em efetuar a leitura de valores como, por exemplo, 10,39. É difícil para eles compreender a divisão da escala utilizada. Explore, no problema 5, a possibilidade de usar a tabela para inferir informação sobre dados que, inicialmente, não estão nela representados.

Folha de Atividades – Peso das crianças

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

É bastante comum que os pais preocupem-se em saber se o peso e a altura de seu filho estão adequados à sua idade. Para responder a essa pergunta, além de consultar uma tabela de pesos e alturas, o pediatra deve conhecer, levar em conta e analisar alguns aspectos relacionados à criança e sua família. Por exemplo, o peso e a altura dos pais, como foi o crescimento deles, dados da gestação, o peso e a altura do filho no nascimento, a alimentação do bebê etc.

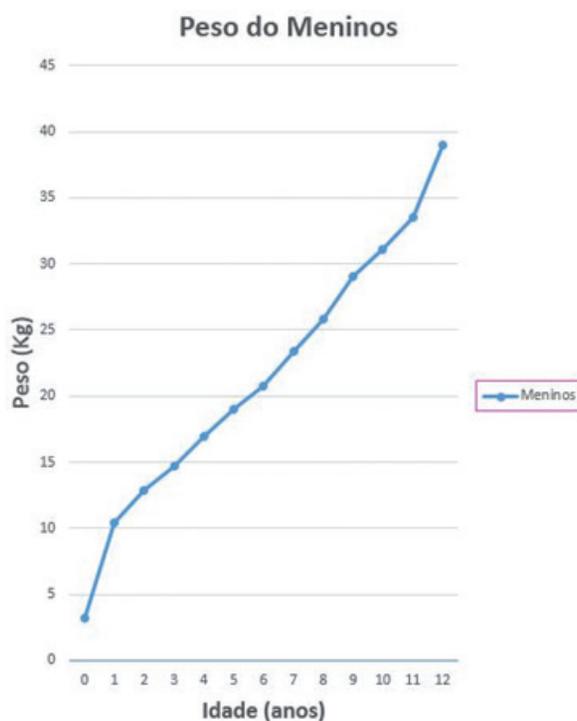
Ainda que esses dados devam ser também levados em consideração, o Ministério da Saúde fornece uma tabela que relaciona peso e idade das crianças por idade e por gênero (feminino ou masculino).

A consulta a essa tabela deve servir apenas como referência! Lembre-se cada criança é única e não cabe em uma tabela! Para cada par de idade e gênero (feminino ou masculino), a tabela apresenta o peso típico da criança. Este valor corresponde ao valor médio de peso, encontrado em crianças com essa idade.

Na tabela a seguir, estão listados os pesos médios de meninas e meninos de acordo com sua idade:

		IDADE EM ANOS												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PESO EM QUILOS	MENINOS	3,22	10,39	12,86	14,71	16,92	19,04	20,73	23,35	25,84	29,03	31,07	33,55	38,98
	MENINAS	3,22	9,95	12,20	14,75	16,65	18,51	21,02	23,13	23,94	28,57	30,51	33,96	40,05

O gráfico a seguir foi construído, usando os dados da tabela referentes aos pesos e idades de meninos.



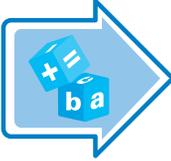
1. De acordo com a tabela, de quanto aumenta o peso de um menino dos 4 aos 5 anos?
2. Utilizando o gráfico, faça uma estimativa para o peso de um menino com 3 anos.
3. Verifique que entre que idades (no período de um ano) os meninos aumentam mais o peso.
4. Utilizando o gráfico, estime a idade de um menino cujo peso é 34,5 Kg.

Utilizando o mesmo plano cartesiano, utilize a tabela para construir o gráfico de peso e idade das meninas.

Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

11 a 14

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Consumo de energia	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar e comparar gráficos sobre o consumo anual de energia do carvão e de energia nuclear	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

A informação Mwh, que aparece no texto, deve ser explicada. A abreviatura M (mega = 1 000 000) é um prefixo do sistema internacional de unidades que indica que a unidade padrão foi multiplicada por um milhão. Já o watt-hora é uma unidade derivada do watt (plural: watts; símbolo: W), que é a unidade do Sistema Internacional de Unidades para potência. Em Física, potência é a grandeza que determina a quantidade de energia concedida por uma fonte a cada unidade de tempo. Logo o watt-hora é a quantidade de energia fornecida em uma hora.

Estimule os alunos a criar questionamentos a partir do gráfico; leve-os a perceber o poder da representação gráfica e a importância que ela tem na ideia de função.

Sempre podemos obter muitas informações a respeito de uma determinada função a partir de seu gráfico. Estas informações também podem ser obtidas a partir de uma expressão $y = f(x)$, nos casos em que é possível encontrá-la. Entretanto, mesmo quando temos a lei da função $y = f(x)$, é a sua representação gráfica que fornece uma visualização das suas propriedades, sobretudo as relativas ao crescimento e de decréscimo, valores mínimos e máximos atingidos.

Folha de Atividades – Consumo de energia

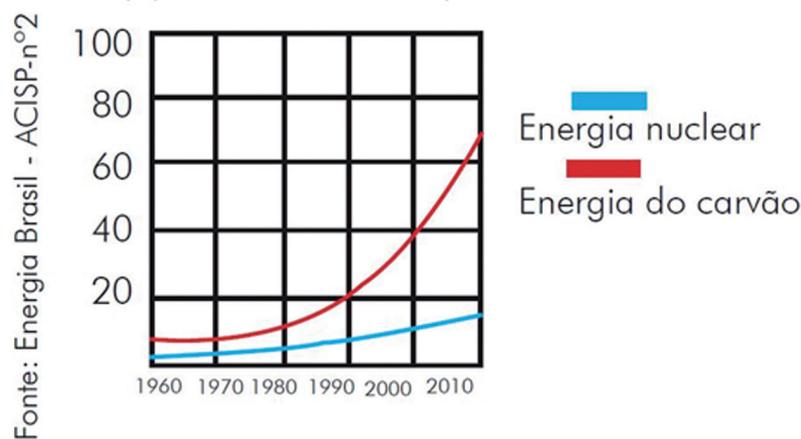
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Nos dias de hoje, o carvão natural é predominantemente usado para geração de energia elétrica por meio de usinas termelétricas. Ele também é utilizado para gerar calor (energia térmica). Neste caso, ele pode ser utilizado para secagem de produtos, cozimento de cerâmicas em fornos, fabricação de vidros e outros processos de produção.

A energia nuclear também é utilizada no Brasil para a geração de energia. Por vezes, em tempos de racionamento de energia elétrica, as duas unidades de Angra dos Reis funcionam a plena carga.

Dentre todas as formas de produção de energia elétrica, a usina nuclear é a que menos agride ao Meio Ambiente. No entanto, um acidente em uma usina nuclear pode provocar um grande impacto socioambiental. Este é um dos aspectos mais controversos de sua construção e operação.



Nos dois gráficos a seguir, apresentamos o consumo anual de energia nuclear (em azul) e o consumo anual da energia do carvão (em vermelho) até o ano de 2010 (unidade: 10 Mwh):

Podemos afirmar, de acordo com eles, que:

1. O consumo de energia do carvão em 1990 foi de cerca de 20 unidades?
2. O consumo de energia nuclear no ano de 2010 não chegou a 20 unidades?

- Somente após o ano 2000, o consumo de energia nuclear ultrapassou 40 unidades?
- O consumo de energia do carvão no ano 2010 foi maior que 60 unidades?
- O consumo de energia cresce com o passar dos anos? O da energia nuclear cresce mais rapidamente que o da energia do carvão?
- A partir de que ano, os gráficos acima fornecem informação sobre o consumo de energia do carvão e nuclear?
- Qual o intervalo de tempo que os gráficos representam o consumo anual de energia do carvão e nuclear no Brasil?

Seção 3 – Reconhecer uma função pelo seu gráfico cartesiano

Páginas no material do aluno

11 a 14

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Ida para a escola	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão analisar um mapa e pontos do plano cartesiano para determinar como cada criança foi para a escola e quanto tempo levou pra chegar lá	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. A escala indicada no texto é gráfica. É importante, para o bom aproveitamento da atividade, esclarecer o que é e como se usa a escala gráfica. O professor de Geografia também pode ajudar com esta explicação.

Aspectos pedagógicos

Ao trabalhar a escala gráfica, mostre que ela indica que a distância entre as casas de Joana e Paulo é de três quilômetros. Uma vez estabelecida esta relação, leve os alunos a perceber que seria possível calcular (em quilômetros) as distâncias entre as casas apresentadas na figura e a escola.

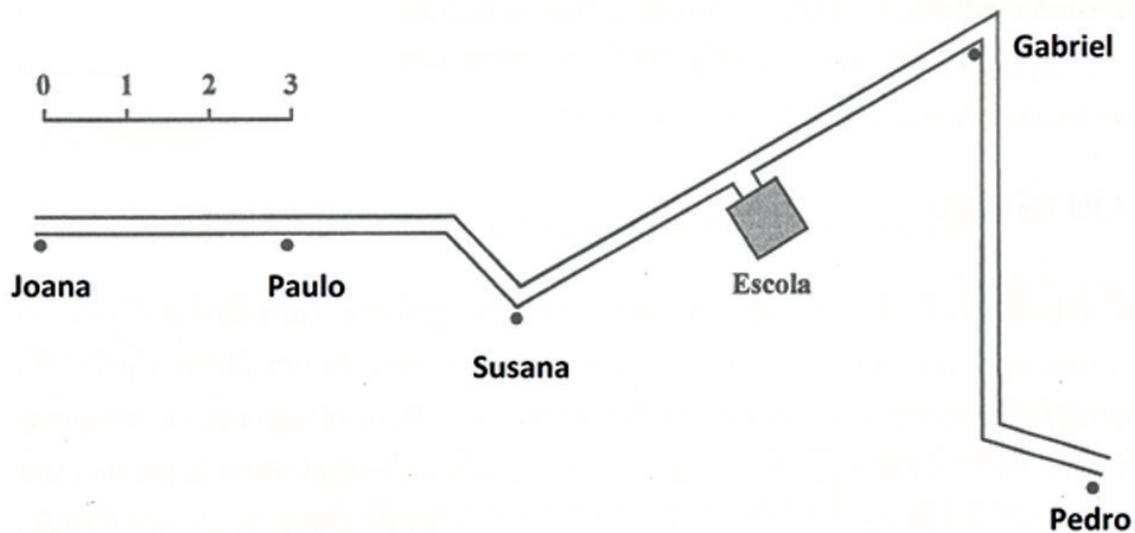
No entanto, para realização da atividade, isso não será necessário, pois todas as informações podem ser obtidas diretamente do gráfico e da observação da figura.

É interessante, de início, verificar as estratégias que serão utilizadas, bem como as dúvidas que surgirão. Também é importante lembrar aos alunos que cada ponto do gráfico guarda duas informações.

Folha de atividades - Ida para a escola

Nome da Escola: _____

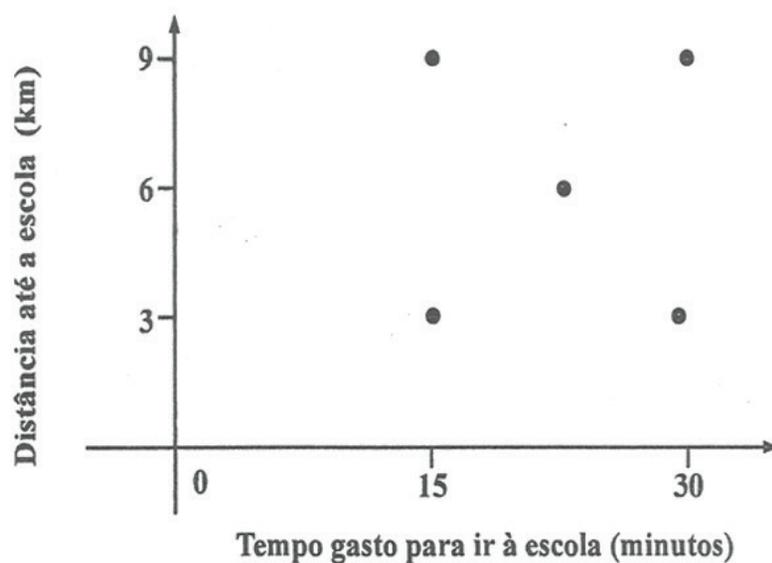
Nome dos Alunos: _____



Joana, Paulo, Susana, Gabriel e Pedro vão todos os dias para a escola, seguindo a mesma estrada. Pedro vai para escola no carro de seu pai, Joana de bicicleta e Susana, a pé. As outras duas crianças podem variar o meio de locomoção para ir à escola.

No plano cartesiano a seguir, o eixo horizontal é o eixo do tempo (em minutos) gasto para ir à escola e o eixo vertical representa a distância (em quilômetros) até a escola.

Cada um dos pontos marcados nesse plano representa a jornada de uma criança para a escola na segunda-feira passada.



Problemas:

1. Identifique cada ponto do gráfico com o nome da criança que ele representa.
2. Como Paulo e Gabriel foram pra escola nessa segunda-feira?
3. Quem mora mais longe: Pedro ou Gabriel? Por que eles levaram o mesmo tempo para chegar à escola?

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O caminho para a festa	Cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos vão acompanhar a ida de Priscila à festa de Camila. Eles vão associar informações dadas a partir de um mapa e de um gráfico, que registra a movimentação de Priscila. Haverá também uma atividade de construção de gráfico	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

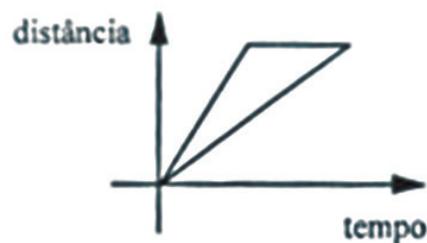
Aspectos pedagógicos

Estimule os alunos a responder à seguinte questão: por que o gráfico é uma linha contínua? Por eles confundirem o gráfico que representa o deslocamento em relação à casa de Priscila com o percurso, eles têm dificuldade de responder a essa pergunta. Neste caso, é necessário retomar que as grandezas envolvidas (deslocamento em metros e tempo em minutos) são medidas de forma contínua.

Relembre que cada ponto guarda duas informações. Porém, eles poderão ter dificuldades em compreender o que você quer dizer com a expressão cada ponto, pois eles não veem pontos e sim uma linha contínua. Os alunos tendem a identificar a linha contínua do gráfico como sendo o percurso. Ao compararem o percurso curvo e o gráfico formado por segmentos de reta, pensam que o gráfico é o percurso “esticado”.

O trecho do gráfico correspondente à volta de Priscila para casa (trecho do gráfico entre 22h45min e 23h00min) causa estranheza por ser decrescente. Explore no gráfico o fato da distância até a casa de Priscila estar diminuindo à medida que nos aproximamos de 23h00min. Essa diminuição significa que Priscila está chegando a casa.

Os alunos identificam a origem dos eixos com a casa de Priscila. Por isso, quando vão representar a volta de Priscila para casa, tendem a ligar o gráfico à origem, como ilustrado na figura seguinte.



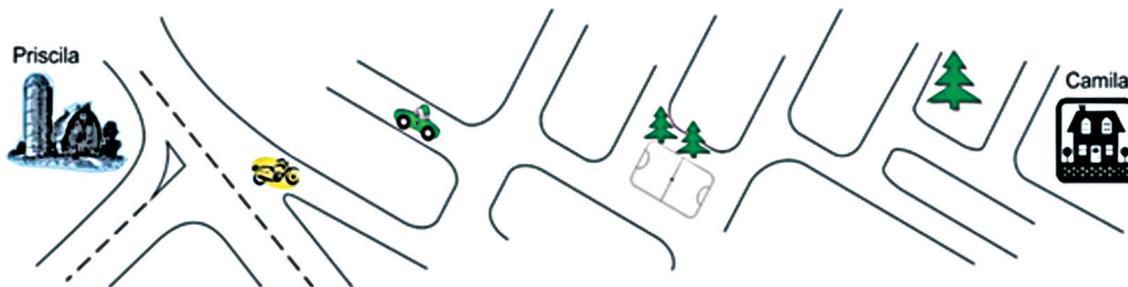
Os alunos podem ter dificuldade em identificar valores intermediários no eixo horizontal - por exemplo, 22h45min. Oriente-os a identificar a que intervalo de tempo correspondem às subdivisões indicadas no eixo horizontal. Observe que há uma subdivisão entre 22h30min e 23h00min sem indicação do horário correspondente. Como ela divide pela metade o intervalo que se inicia em 22h30min e termina em 23h00min, podemos deduzir que ele corresponde a 22h45min (15 minutos depois de 22h30min e 15 minutos antes de 23h00min)

Folha de atividades - O caminho para a festa

Nome da Escola: _____

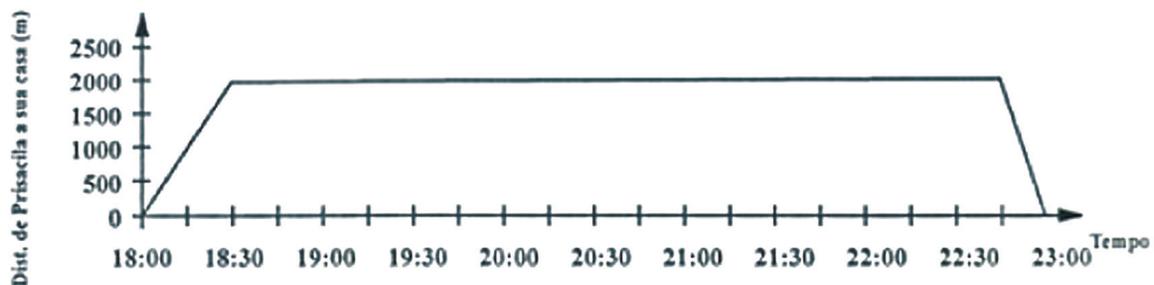
Nome dos Alunos: _____

Priscila sai de casa para ir à festa de Camila. Camila dá um mapa do caminho, para que Priscila possa chegar à sua casa. Priscila vai a pé e volta de ônibus.



Problemas:

1. Observe o gráfico e responda:



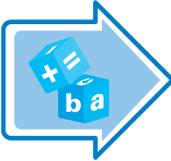
- A que horas Priscila saiu de casa?
- A que horas Priscila chegou de volta à sua casa?
- A que horas Priscila chegou à festa?
- Qual a distância entre a casa da Camila e a casa da Priscila?
- Quanto tempo Priscila levou para chegar à festa?

- f. Quanto tempo ela ficou na festa?
 - g. Quanto tempo Priscila levou para chegar a casa?
 - h. Por que no trecho entre 18h e 18h30min, o gráfico sobe?
 - i. Que grandeza é representada no eixo horizontal?
 - j. Que grandeza é representada no eixo vertical?
2. Um desafio: Suponha que Priscila já tenha andado 15 minutos em direção à festa, quando descobriu que esqueceu o presente da Camila. Teve, portanto, de voltar em casa e depois ir para a festa. Represente em um gráfico sua viagem, desde que saiu de sua casa até chegar à casa de Camila.

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Imposto de renda	vídeo A parte do leão, acessível no endereço http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1153 e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre um recém-formado que recebe um aumento salarial e quer saber o imposto que será descontado de seu novo salário. Através do vídeo e da leitura de um texto sobre a cobrança de imposto de renda, os alunos vão utilizar uma função constante por partes para determinar a alíquota de cálculo do imposto de renda devido	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo A parte do leão (disponível em <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1153>) para a turma (5 minutos). Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Depois da leitura, discuta com os alunos a interpretação da tabela. Os alunos terão dúvidas sobre o significado da palavra alíquota. Ilustre o cálculo do imposto de renda, utilizando outros valores para o salário. Interprete o gráfico juntamente com os alunos. Relacione o percentual de cada faixa da tabela com os trechos do gráfico em que o valor da alíquota é constante.

Folha de atividades - Imposto progressivo

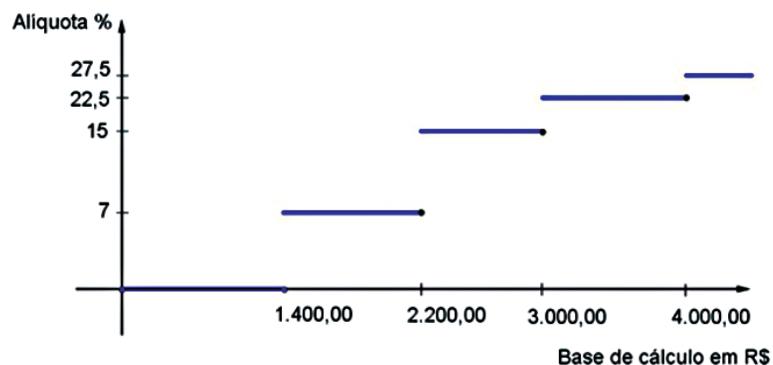
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Quem ganha mais paga mais. Essa frase sempre aparece no noticiário, quando se fala sobre o Imposto de Renda. Por causa dela, tal como o Fabrício no vídeo, muitas pessoas pensam que um aumento de salário pode não ser tão vantajoso. A linha de raciocínio delas é a seguinte: se quanto mais eu ganho, mais imposto eu pago; então, será que a fatia do leão não vai acabar diminuindo meu salário, isto é, vou ganhar mais e receber menos?

O imposto de renda no Brasil é progressivo. No imposto progressivo, o mais correto é falar: quem ganha mais paga percentualmente mais. Isto é, não paga apenas mais dinheiro, mas uma fatia maior de seu salário. O imposto progressivo é fixado por faixas salariais, como mostram a tabela e o gráfico a seguir:

Base de cálculo em R\$	Alíquota %
Até 1.400,00	Isento
De 1.400,01 a 2.200,00	7
De 2.200,01 a 3.000,00	15
De 3.000,01 a 4.000,00	22,5
Acima de 4.000,00	27,5



Para um desavisado, a tabela e o gráfico são, no mínimo, esquisitos. Parece que é melhor ter um salário de R\$ 1.400,00 do que um de R\$ 1.500,00, pois o primeiro vem inteirinho, sem nenhum imposto, e no segundo seria preciso pagar 7% de imposto, isto é, R\$ 105,00, restando apenas R\$ 1.395,00.

Agora, se assim fosse, quem gostaria de receber aumento salarial? Mas, se assim não é, como é que funciona esse Imposto de Renda Progressivo?

Na verdade, para calcular o imposto, devemos dividir o salário em frações. Por exemplo, vamos considerar um salário de R\$ 1.500,00. A tabela diz-nos que até R\$ 1.400,00 não há desconto. Vamos calcular o imposto apenas sobre o que passar de R\$ 1.400,00. Isto é vamos calcular o imposto sobre R\$ 100,00. Como um salário de R\$ 1.500,00 cai na faixa de 7% de desconto, vamos descontar 7% de R\$ 100,00. Isto é, R\$ 7,00. O empregado ficaria no final com

$$R\$ 1.500,00 - R\$ 7,00 = R\$ 1.493,00.$$

E agora, o que você acha? É melhor receber um aumento de salário ou não?

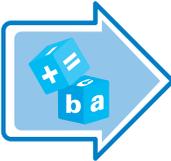
Problemas:

1. Compreendendo o exemplo dado acima, calcule o imposto que o Fabrício irá pagar se seu salário for igual a R\$ 1.600,00?
2. Se antes do aumento, Fabrício não pagava imposto de renda, o que você pode dizer sobre o valor de seu antigo salário?

Seção 4 – Interpretação de um gráfico

Páginas no material do aluno

15 a 21

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Desperdício de água	vídeo A mãe, disponível em http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1130 , e cópias da folha de atividades	Nesta atividade, os alunos assistirão a um vídeo sobre uma senhora que liga para o filho, pois sua conta de água do mês tinha dobrado, apesar do consumo não ter aumentado tanto. O filho esclarece que o valor cobrado por litro de água está distribuído em faixas de consumo de acordo com uma função descontínua. No problema proposto, vamos descobrir qual foi o valor da conta de água que deixou a mãe do rapaz tão indignada	Duplas	25 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo A mãe para a turma (5 minutos). Divida a turma em duplas e distribua a folha de atividades. Espere que todas as duplas leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientar as duplas a resolverem os problemas propostos na folha de atividades.

Aspectos pedagógicos

Professor, toda a cobrança em faixas de consumo é difícil de compreender! A ideia desse tipo de cobrança é fazer com que as pessoas que consomem mais água paguem mais caro por 1 m³ de água. Porém o valor mais caro é cobrado para a quantidade que excedeu a faixa imediatamente anterior. Para facilitar a compreensão dos alunos, utilize vários exemplos da primeira faixa e, em seguida, progrida para as faixas seguintes.

Explore com os alunos a relação entre os dois tipos de representação para os dados. Discuta com eles a ausência da primeira faixa na representação gráfica. Lembre-os de que na primeira faixa, o valor da conta é fixo e não é cobrado em função dos metros cúbicos de água consumidos. Por isso, não informamos o custo de um metro cúbico.

O gráfico não analisa o valor da conta em função do consumo. Ele ilustra a relação entre o custo do metro cúbico de água e a faixa de consumo a que o consumidor pertence. Explore no gráfico com os alunos alguns casos que podem gerar dúvida. A que faixa pertence um consumidor que gastou 10 metros cúbicos de água? E o que consumiu 10,1 metros cúbicos?

Folha de atividades – Desperdício de água

Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

O gasto com a conta de água para quem está na última faixa de consumo no estado de São Paulo é superior ao quádruplo do gasto de quem se encontra na primeira faixa de consumo, de acordo com a pesquisa realizada pelo Centro de Pesquisas e Análise da Informação do Sindicato da Habitação do Rio de Janeiro.

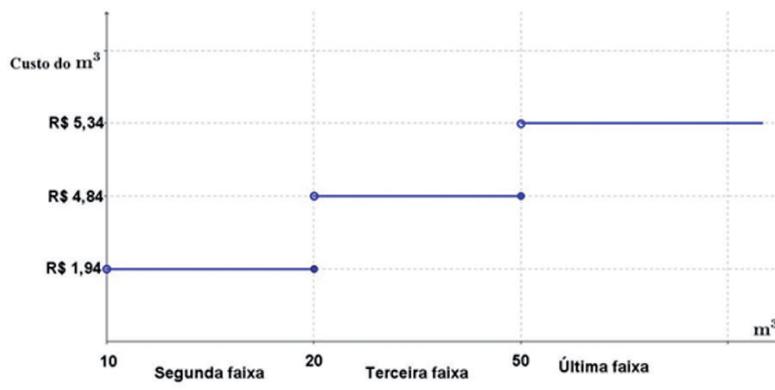
De acordo com o estudo, o consumidor que gasta até 10 metros cúbicos de água por mês (e está na primeira faixa de consumo) paga, em média, R\$ 1,306 por metro cúbico. Já aquele que consome mais de 50 metros cúbicos paga R\$ 5,610 por metro cúbico - uma diferença de 330%!

Problemas:

No vídeo, a mãe do rapaz afirma que sua conta de água praticamente dobrou de valor. Neste mês, a conta registrou o consumo de 21 metros cúbicos de água. Na conta do mês passado, o consumo registrado foi de 19 metros cúbicos de água.

1. Use os dados e o gráfico seguintes para calcular o valor de cada conta.

Primeira faixa de consumo:
Até $10 \text{ m}^3 \rightarrow \text{R\$ } 12,43$
Segunda faixa de consumo:
De 10 m^3 a $20 \text{ m}^3 \Rightarrow \text{R\$ } 1,94/\text{m}^3$
Terceira faixa de consumo:
De 20 m^3 a $50 \text{ m}^3 \Rightarrow \text{R\$ } 4,84/\text{m}^3$
Última faixa de consumo:
Acima de $50 \text{ m}^3 \Rightarrow \text{R\$ } 5,34/\text{m}^3$



2. A afirmação de que a conta dobrou foi exagerada?

Atividades de avaliação

Nesta seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula, destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, conforme explicitadas a seguir:

Seção Avaliação

Páginas no material do aluno

22 a 29

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questão de avaliação discursiva	Cópias da folha de atividades, régua	Os alunos serão chamados a registrar, num plano cartesiano, a trajetória feita por uma aeronave ao longo de um dia. Esta etapa pode também ser articulada à seção Veja ainda disponível na p. 22 do material do aluno	Trios	25 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, oriente os alunos na determinação da trajetória feita por uma aeronave durante um dia inteiro. Para isto, distribua uma cópia da folha de atividades. Antes de pedir aos alunos que façam a atividade, é importante fazer as discussões explicitadas na seção aspectos pedagógicos.

Aspectos pedagógicos

Para esta consolidação, pensamos em algo com uma visão um pouco mais prática sobre a construção de gráficos. Para isto, iremos disponibilizar informações que serão necessárias – e mesmo cruciais - para sua construção pelos alunos.

Seria interessante que, antes do início da atividade, houvesse uma breve discussão, no intuito de ambientar o aluno ao contexto da questão e aos motivos que levam as aeronaves a realizar tantos voos ao longo de um só dia. Discuta também sobre possíveis trajetórias, retilíneas, elípticas etc...

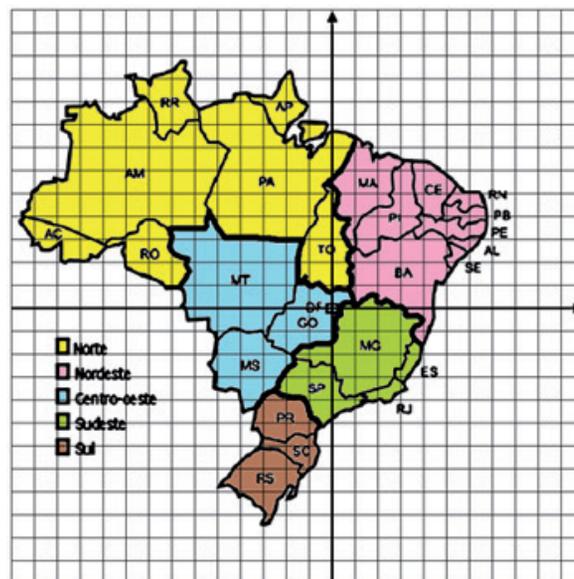
É possível que haja dificuldade com o uso do termo função par. Sua orientação é extremamente importante neste ponto, pois esta informação é crucial para a construção do gráfico. Afinal, as coordenadas oferecidas variam dentro dos 2º e 3º quadrantes e o termo função par auxiliará o aluno a “levar” o gráfico ao 1º e ao 4º quadrantes.

É possível que ainda haja dificuldades com a marcação dos pontos no plano cartesiano. É necessário observar para possíveis trocas na ordem das coordenadas. Por exemplo, $(-2, +1)$ é marcado em $(+1, -2)$.

Folha de atividades – Questão de avaliação discursiva

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____



Acima, temos um mapa de Brasil, inserido em um plano cartesiano.

Uma aeronave de uma grande empresa aérea brasileira é utilizada cerca de três a quatro vezes por dia, fazendo as mais diversas escalas. Certo dia, o piloto de uma dessas aeronaves resolveu colocar num plano cartesiano a trajetória que ele e a aeronave que pilotou fizeram ao longo do expediente. Para isto, colocou uma imagem do mapa político do Brasil sob um plano cartesiano, conforme pode ser visto na figura acima, e reuniu as seguintes informações que o auxiliaram na construção deste gráfico.

Vamos observar essas informações para que nós também consigamos construí-lo.

- A trajetória feita pela aeronave naquele dia é uma função.
- Esta função é par.
- O domínio desta função é o intervalo $[-3,5; +3,5]$
- A imagem desta função é o intervalo $[-2, +4]$
- A primeira viagem partiu do ponto $(-3,5; -2)$ e em trajetória retilínea, chegou ao ponto $(-3, +1)$.
- A segunda viagem teve uma trajetória crescente até o ponto $(-2, +4)$
- A terceira viagem teve uma trajetória decrescente até o ponto $(0, 0)$.

Com essas informações, responda às perguntas e faça o que se pede:

- a. O piloto desta aeronave comenta que a trajetória que realizou é uma função par. Você sabe dizer o que é uma função par? Que tipo de informação traz para a construção do gráfico?
- b. O que é uma trajetória retilínea? Escreva com suas palavras.
- c. Qual foi o estado brasileiro que o piloto iniciou seu dia de trabalho?
- d. Qual foi seu primeiro destino?
- e. Monte o gráfico de acordo com as informações dadas pelo piloto.
- f. Monte na tabela seguinte o itinerário completo, seguido pelo piloto, até o seu destino final.

Viagens	Estado A foi para o Estado B
Viagem 1	
Viagem 2	
Viagem 3	
Viagem 4	
Viagem 5	
...	

- g. Quantas viagens a aeronave fez neste dia?

Seção Avaliação

Páginas no material do aluno

22 a 29

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala	Cópias da folha de atividades	Sugerimos nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc	Individual	20 minutos

Aspectos operacionais

Distribua a folha de atividades. Espere que todos os alunos leiam o texto. Esclareça possíveis dúvidas de compreensão do texto antes de orientá-los a resolverem os problemas propostos na folha de atividades

Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas, abordando os distintos procedimentos que podem ter sido utilizados e os conceitos envolvidos. Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere as equivocadas, ressaltando onde reside o erro. Destaque, também, a partir das questões, a importância da representação gráfica na relação entre grandezas.

As questões objetivas de vestibulares, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Desta forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

Resposta das questões:

Questão 1 – Letra A

Questão 2 – Letra A

Folha de atividades – Questões de avaliação de larga escala

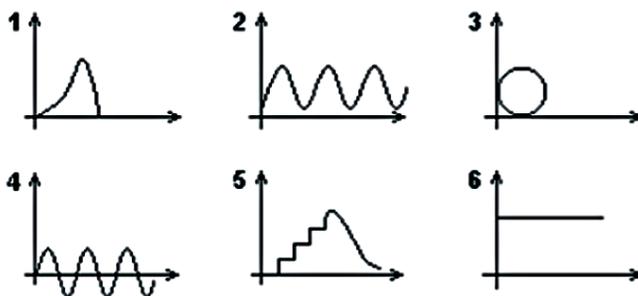
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____

Questão 1 (UFRRJ 2001)

O matemático Mathias levou seu filho a um parque de diversões. Enquanto o menino divertia-se nos brinquedos, Mathias passava o tempo, fazendo tentativas de representar graficamente os movimentos do seu filho. Tentando representar:

1. A altura de seu filho em função do tempo na roda gigante,
2. A velocidade de seu filho em função do tempo no escorrega,
3. A velocidade de seu filho em função do tempo na gangorra,
4. A distância de seu filho até o centro do carrossel, em função do tempo no carrossel. O matemático Mathias fez os seguintes gráficos:

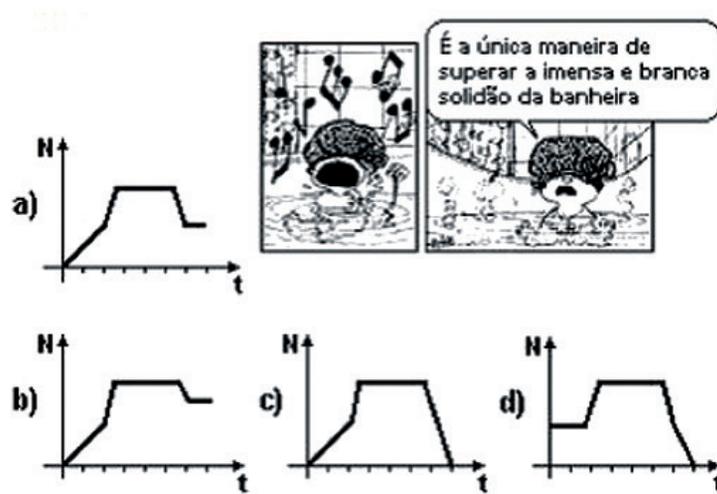


O conjunto que melhor representa as relações entre movimentos e gráficos é:

- A) { (I,2), (II, 1), (III, 4), (IV, 6) }
- B) { (I, 1), (II, 2), (III, 3), (IV, 4) }
- C) { (I, 3), (II, 5), (III, 2), (IV, 1) }
- D) { (I, 2), (II, 3), (III, 5), (IV, 6) }
- E) { (I, 3), (II, 4), (III, 5), (IV, 6) }

Questão 2 (UFRN - 2002)

O banho de Mafalda. Na hora do banho, Mafalda abriu a torneira da banheira de sua casa e ficou observando o nível da água subir. Deixou-a encher parcialmente para não desperdiçar água. Fechou a torneira, entrou, lavou-se e saiu sem esvaziar a banheira. O gráfico a seguir que mais se aproxima da representação do nível (N) da água na banheira em função do tempo (t) é:





Função Polinomial do 1º grau – Parte 1

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela dos Santos Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenadora) e Luciane de Paiva Moura Coutinho

Introdução

Caro professor, na Unidade 4 do material do aluno são apresentadas algumas situações que envolvem o conceito de função afim. Ao iniciar este módulo, é importante que você tenha uma visão ampla da proposta pedagógica da nossa equipe.

Os seis objetivos destacados no módulo do aluno são: reconhecer uma função afim; calcular um valor da função afim; encontrar o zero ou a raiz da função afim; reconhecer situações-problema que envolvam a função afim; modelar problemas do dia a dia através da função afim e resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais. A abordagem destes objetivos pode ser enriquecida com algumas das atividades propostas neste material. A equipe que produziu este material procurou, a todo o momento, elaborar propostas que pudessem efetivamente ajudá-lo a desenvolver seu trabalho pedagógico nas aulas de Matemática.

No material do aluno, é possível verificar que o conceito de função afim aparece nas mais diversas situações do nosso dia a dia, como na hora de encher o tanque do carro, de acordo com a distância até o seu destino, ou o valor pago para um buffet de acordo com o número de convidados de uma festa. Com as atividades aqui apresentadas, procuramos ampliar a possibilidade de resolver situações que envolvam os objetivos propostos.

Segundo os PCN de Matemática:

A proporcionalidade, por exemplo, que já vem sendo trabalhada nos ciclos anteriores, aparece na resolução de problemas multiplicativos, nos estudos de porcentagem, de semelhança de figuras, na matemática financeira, na análise de tabelas, gráficos e funções. [...]. O aluno poderá desenvolver essa noção a analisar a natureza da interdependência de duas grandezas em situações-problema em que elas sejam diretamente proporcionais, inversamente proporcionais ou não proporcionais (função afim ou quadrática). Essas situações são oportunas para que se expresse a variação por meio de uma sentença algébrica, representando-a no plano cartesiano. (BRASIL, 1998: 84-85).

Dessa forma, sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora, onde os alunos serão apresentados a um problema prático – procurar por alguém perdido em uma determinada região - que será modelado por uma função afim.

Ainda de acordo com os PCN:

No trabalho com a álgebra, é fundamental a compreensão de conceitos como o de variável e de função; a representação de fenômenos na forma algébrica e na forma gráfica; a formulação e a resolução de problemas por meio de equações (ao identificar parâmetros, incógnitas, variáveis) e o conhecimento da “sintaxe” (regras para resolução) de uma equação. Para apoiar a compreensão desses conceitos, pode-se lançar mão da construção e interpretação de planilhas, utilizando recursos tecnológicos como a calculadora e o computador. (BRASIL, 1998:84).

Por essa razão, em algumas de nossas atividades você poderá encontrar alguns desses recursos tecnológicos citados.

Na Seção 1, você pode optar pela atividade Alugando carros e resolvendo problemas, onde os alunos deverão responder a algumas perguntas a partir da utilização de um aplicativo que calcula e exibe os custos do aluguel de automóveis; ou, ainda, optar pela atividade Função afim no Excel, em que eles montarão no Excel uma planilha, baseada numa situação problema, cuja modelagem é feita por uma função afim.

Propomos na Seção 2 duas atividades ligadas à ideia de função afim. Na primeira, os alunos participarão de um jogo nos moldes do bingo, com aspectos que envolvem funções afins. Na segunda, serão chamados a resolver um problema com base numa reportagem sobre telefonia celular.

Para a Seção 3, apresentamos duas atividades: um jogo e uma atividade com ficha, que promove a integração da Matemática com a Física. Nos dois casos, procuramos trabalhar o tema raiz de uma função afim, que foi priorizado nesta seção. Entretanto, além deste tema, foi inevitável abordar também a construção de tabelas e gráficos, além da obtenção de uma lei de associação para funções afins.

Na Seção 4, enfatizamos as funções lineares e propomos uma atividade lúdica (a criação de uma peça de teatro) e uma atividade de resolução de problemas.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em três momentos. O primeiro dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram ao longo do processo de aprendizagem. O segundo consiste numa avaliação do estudante, com uma proposta de questão objetiva baseada em avaliações de larga escala, como o Enem. Finalmente, no terceiro momento, lançamos mão de uma questão dissertativa para priorizar questionamentos reflexivos em detrimento da reprodução de exercícios feitos anteriormente.

A descrição e o detalhamento das propostas são apresentados nos textos e tabelas seguintes.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	2	4	4

Título da unidade	Tema
Função Polinomial do 1º grau – Parte 1	Função Afim
Objetivos da unidade	
Reconhecer uma função afim;	
Calcular um valor da função afim;	
Encontrar o zero ou a raiz da função afim;	
Reconhecer situações problemas que envolvam função afim;	
Modelar problemas do dia a dia através da função afim;	
Resolver problemas que envolvam grandezas proporcionais.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	5
Seção 1 – Reconhecendo a função afim	7 a 11
Seção 2 – Modelando e encontrando os valores da função afim	12 a 17
Seção 3 – Zero ou raiz da função afim	17 a 19
Seção 4 – Função linear, um caso particular	20 a 22
Conclusão	22 a 24

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



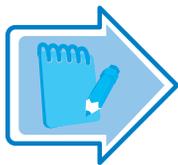
Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Procurando com a função	Computador com datashow	Os alunos serão apresentados a um problema prático: procurar por alguém perdido em um determinado tipo de terreno. Este problema será modelado por uma função afim.	Individualmente; duplas	30 minutos

Seção 1 – Reconhecendo a função afim

Páginas no material do aluno

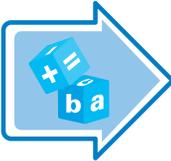
7 a 11

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Alugando carros e resolvendo problemas	Computadores com acesso à Internet	Os alunos deverão responder a algumas perguntas apresentadas por um aplicativo que calcula e exibe os custos do aluguel de automóveis em uma determinada locadora.	Individualmente, em dupla ou de acordo com a disponibilidade de computadores da escola.	30 minutos
	Função afim no Excel	Computadores com Excel ou outro programa de planilha eletrônica	Os alunos montarão no Excel uma planilha, baseada numa situação-problema cuja modelagem é uma função afim.	Duplas	30 minutos

Seção 2 - Modelando e encontrando os valores da função afim

Páginas no material do aluno

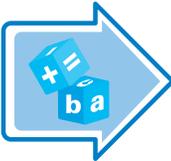
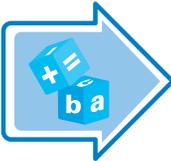
12 a 17

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo das funções	Cartolina, caneta hidrocor, régua, uma garrafa descartável para armazenar os números do bingo, círculos numerados de 1 a 50, cópias da folha de atividades	Os alunos participarão de um jogo nos moldes do bingo tradicional, mas com aspectos que envolvem funções afins.	Individual	30 minutos
	Pagando a conta	Quadro negro/lousa, lápis e papel	Alunos serão chamados a resolver uma situação-problema que envolve o cálculo do valor de uma conta telefônica.	Individual	30 minutos

Seção 3 - Zero ou raiz da função afim

Páginas no material do aluno

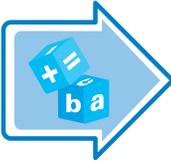
17 a 19

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Dominó das funções afins	Um conjunto de peças de dominó, como o que segue no pendrive, para cada grupo de alunos	Os alunos irão jogar um jogo baseado no dominó tradicional, em que as peças contêm informações sobre sete funções afins específicas.	Grupos de 2 a 4 alunos	30 minutos
	Integrando Matemática e Física	Uma cópia da folha de atividades para cada grupo	Os alunos responderão a questionamentos, baseados em três situações-problema.	A atividade pode ser realizada em grupos 3 alunos	30 minutos

Seção 4 – Função linear, um caso particular

Páginas no material do aluno

20 a 22

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Teatro das funções afins	Papel A4 e lápis	Os alunos terão a oportunidade de escrever e encenar uma pequena cena teatral, baseada em experiências cotidianas que envolvem grandezas cuja relação pode ser modelada por uma função linear.	Grupos de 4 alunos.	30 minutos



Modelando e solucionando	Cópias da folha de atividades	Os alunos irão discutir possíveis soluções e resolver problemas que envolvem funções afins lineares e não lineares.	Duplas	30 minutos
--------------------------	-------------------------------	---	--------	------------

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Incentivar o registro das aprendizagens por meio de algumas perguntas que não privilegiem exclusivamente a linguagem matemática.	Individual	40 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Procurando com a função	Computador com datashow	Os alunos serão apresentados a um problema prático: procurar por alguém perdido em um determinado tipo de terreno. Este problema será modelado por uma função afim.	Individualmente; duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, apresente a seguinte situação como motivação a seus alunos:

Quando se deseja encontrar alguém que esteja perdido em um determinado tipo de terreno, a sugestão é que se monte uma equipe e que os membros da equipe façam a busca, caminhando paralelamente uns aos outros na área investigada.

Acesse o site <http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/info-br.html>, desça a página até encontrar o tópico Alguém se perdeu na excursão? e mostre a imagem deste tópico para a turma.

A experiência mostra que a chance de encontrar o indivíduo perdido está relacionada com a distância d entre cada membro da equipe de busca. Esta teoria afirma que a probabilidade P (em %) de encontrar o indivíduo é dada pela função $P = 100 - \frac{1}{2}d$ onde d é a distância entre as pessoas que estão procurando quem está perdido, medida em pés (não esqueça de que 1 pé corresponde a 30,48 centímetros).

Após a apresentação da situação, proponha a seus alunos que calculem a probabilidade de encontrar uma pessoa nesse determinado tipo de terreno, caso a equipe de busca faça a varredura em paralelo a uma distância de 150 pés, ou seja, 45,72 metros.

Aspectos pedagógicos

Professor, primeiro observe com seus alunos que o modelo deve ser utilizado com restrições, uma vez que para $d = 200$ pés, a probabilidade de encontrar a pessoa é zero, ou seja, segundo o modelo, ela não será encontrada (peça para que os alunos façam o cálculo dessa probabilidade).

Esta é uma boa atividade para ser utilizada como introdução ao estudo de função afim, pois além de estimular a intuição e o espírito investigativo (fundamental nas ciências), pode despertar no aluno uma motivação para que ele faça suas próprias descobertas.

Além disso, já que o modelo não abrange todas as possíveis situações, que tal você estimular a turma para uma reflexão sobre as possíveis fragilidades dos modelos matemáticos e científicos? Motive seus alunos às seguintes reflexões: os modelos científicos são sempre os mesmos? A ciência sempre traz verdades absolutas? Devemos estar sempre atentos aos resultados de todos os modelos?

No momento da resolução do problema proposto, você pode aproveitar para relembrar operações com frações, tais como:

$$P = 100 - \frac{1}{2} \cdot 150$$

$$P = 100 - 75 = 25\%$$

Você também pode resgatar o conceito de porcentagem.

Seção 1 – Reconhecendo a função afim

Páginas no material do aluno

7 a 11

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Alugando carros e resolvendo problemas	Computadores com acesso à Internet	Os alunos deverão responder a algumas perguntas apresentadas por um aplicativo que calcula e exibe os custos do aluguel de automóveis em uma determinada locadora.	Individualmente, em dupla ou de acordo com a disponibilidade de computadores da escola.	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve a turma até o laboratório de informática de sua escola. Em seguida, peça para que os alunos acessem o *link* <http://www.uff.br/cdme/afim/afim-html/AP5.html>.

Leia com os alunos a situação proposta no *link*. Para o aluguel de um carro classe A (popular e econômico), a empresa cobra R\$ 40,00 de taxa fixa ($q = 40$) e R\$ 0,50 ($p = 0,5$) para cada quilômetro rodado. Peça que os alunos desloquem os botões na tela de modo a termos $q = 40$ e $p = 0,50$.

Sugira que o aluno escolha o valor de 10 km para Δs . Isto significa que o aplicativo irá calcular o valor a ser pago pelo cliente a cada 10 km.

Em seguida, peça para os alunos clicarem no botão Iniciar. O aplicativo irá elaborar uma tabela com valores, variando com a quilometragem rodada e baseada nos valores da locadora. Irá, também, apresentar uma série de perguntas. Ao final de cada pergunta, há um local para que o aluno dê sua resposta. Peça a todos que só confirmem as respostas no final de cada questionamento, clicando em Confirma sua resposta ou Visualizar resposta.

Aspectos pedagógicos

Professor, nada melhor do que começar uma unidade, já propondo à sua turma uma atividade que faça uso de recursos tecnológicos. Além de ser um estímulo aos alunos, esta é uma boa oportunidade de familiarizar e, muitas vezes, iniciar o contato de alguns alunos com o computador.

Esta atividade, além desse aspecto interativo, traz outra grande vantagem, que é o estudo de um aspecto da Matemática – a modelagem – para resolver problemas cotidianos.

Estimule os alunos a apresentarem suas diferentes estratégias de solução, compare as respostas dos alunos e tente solucionar as dificuldades encontradas na realização dos exercícios. Valorize inclusive o erro, como substituir as variáveis por valores diferentes dos propostos, errar cálculos (nos itens em que o aluno não deve usar o aplicativo) ou até mesmo usar o aplicativo de maneira equivocada etc.

Seção 1 – Reconhecendo a função afim

Páginas no material do aluno

7 a 11

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Função afim no Excel	Computadores com Excel ou outro programa de planilha eletrônica	Os alunos montarão no Excel uma planilha, baseada numa situação-problema cuja modelagem é uma função afim.	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, leve sua turma para o laboratório de informática. Peça para que os alunos abram o Excel e que salvem um documento em branco com um nome que acharem conveniente.

Apresente a seguinte situação a seus alunos:

Uma loja está dando uma porcentagem de desconto em todos os seus produtos. Carlos é vendedor dessa loja e deseja montar uma tabela no Excel para facilitar seu trabalho. Vamos ajudar Carlos nessa tarefa?

Em primeiro lugar, peça para os alunos escreverem na primeira linha as seguintes informações:

	A	B	C
1	Valor do Produto (R\$)	Desconto (%)	Valor a pagar (R\$)
2			

Questione seus alunos como seria calculado o valor a pagar, a partir das informações Valor do Produto e Desconto. É possível que alguns deles tenham dificuldades em responder a tal questionamento. Mostre, então, que o valor a pagar será o valor do produto menos o valor do desconto.

Podemos escrever o Valor a pagar, usando a fórmula

$$V(p) = p - p \cdot d/100$$

Peça para os alunos escrevem a fórmula “= a2 - a2*b2/100” na célula C2, como ilustramos na imagem a seguir.

	A	B	C
1	Valor do Produto (R\$)	Desconto (%)	Valor a pagar (R\$)
2			0
3			

Terminada esta inserção, a tabela de Carlos estará pronta. Para incluir mais produtos, basta inserir o valor de cada um na coluna Valor do produto e copiar a fórmula da célula C2 para baixo, na linha correspondente ao produto novo.

Aspectos pedagógicos

Professor, esta atividade permite uma iniciação ao programa Excel, que é uma excelente ferramenta para resolução de problemas do dia a dia.

Como estamos utilizando o conceito de porcentagem nesta atividade, talvez seja necessário que se faça uma breve revisão do assunto com a turma.

Caso considere que seus alunos encontrarão muitas dificuldades com o problema, proponha uma situação que você ache mais simples, tal como cálculo do salário de um vendedor que ganha comissão por produto vendido - ou outro exemplo que preferir. Você pode também sugerir valores de produtos e porcentagem de desconto para que a planilha feita pela turma mostre o valor a pagar pelo produto. Eis um exemplo:

Um produto que custe R\$ 300 e tenha um desconto de 20%, basta substituir na tabela:

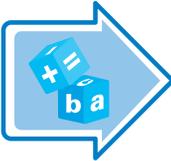
	A	B	C
1	Valor do Produto (R\$)	Desconto (%)	Valor a pagar (R\$)
2	300	20	240
3			

É importante que os alunos percebam a regra que determina o Valor a pagar e que esta regra é uma função afim.

Seção 2 - Modelando e encontrando os valores da função afim

Páginas no material do aluno

12 a 17

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo das funções	Cartolina, caneta hidrocor, régua, uma garrafa descartável para armazenar os números do bingo, círculos numerados de 1 a 50, cópias da folha de atividades	Os alunos participarão de um jogo nos moldes do bingo tradicional, mas com aspectos que envolvem funções afins.	Individual	30 minutos

Aspectos operacionais

Professor, comece a aula apresentando a atividade que será realizada. Como ela é baseada num jogo de bingo tradicional, os alunos poderão compreender melhor as regras do jogo.

Distribua as cartelas com as diferentes funções, que você deverá confeccionar a partir da tabela apresentada na folha de atividades. Em seguida, explique aos alunos que será sorteado um número do globo do bingo (que você, professor, pode improvisar com garrafa pet ou um saquinho plástico). Lembre aos alunos que esse número será o valor de X da função dada na cartela. Por exemplo:

Se o número sorteado for 38, o aluno que possui essa cartela deverá proceder da seguinte maneira:

$$x = 38$$

$$f(x) = x - 3$$

$$f(38) = 38 - 3 = 35$$

Como 35 está na cartela, o aluno deverá marcá-lo.

Se número sorteado for 5, o aluno teria:

$$x = 5$$

$$f(x) = x - 3$$

$$f(5) = 5 - 3 = 2$$

Como não há 2 na cartela, o aluno não deverá marcar nada.

Vencerá o jogo quem completar toda a cartela e gritar a palavra BINGO.

Aspectos pedagógicos

Antes do início do jogo, você pode fazer uma breve revisão do conceito de função afim para que os alunos sintam-se mais confiantes para participar.

Faça algumas perguntas do tipo: o aluno que ganhou a cartela cuja função afim é dada por $f(x) = 3x - 2$ pode encontrar valor zero? Por quê?

Caso eles não cheguem à resposta correta, explique que, para que isso aconteça, x precisaria ser igual $2/3$ e, no jogo, os valores de x são os naturais de 1 a 50.

De maneira geral, os alunos são muito receptivos ao uso de jogos como recurso didático. Aproprie-se disso para facilitar o processo de aprendizagem. Normalmente, nas aulas com jogos, a compreensão é facilitada, pois o processo se dá muitas vezes de maneira mais descontraída e prazerosa, proporcionando ao aluno mais autonomia e confiança diante do tema explorado e aproximando todo o grupo.

Folha de atividades - Bingo

Nome da escola: _____

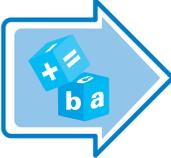
Nome do aluno: _____

$F(x) = X - 3$			
-1	14	21	35
3	15	35	36
5	17	46	37

Seção 2 - Modelando e encontrando os valores da função afim

Páginas no material do aluno

12 a 17

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Pagando a conta	Quadro negro/lousa, lápis e papel	Alunos serão chamados a resolver uma situação-problema que envolve o cálculo do valor de uma conta telefônica.	Individual	30 minutos

Aspectos operacionais

Proponha a seguinte situação para que os alunos resolvam:

Depois de realizar uma pesquisa, Sandra resolveu optar por um determinado plano de uma operadora que cobrava um valor fixo de R\$ 10,00 de assinatura e R\$ 0,75 por minuto falado, independente do horário. Se nesse mês Sandra falou 67 minutos, qual será o valor da conta de Sandra?

Deixe aproximadamente uns 15 minutos para a resolução. Em seguida, faça uma correção coletiva.

Aspectos pedagógicos

Professor, atente a turma a alguns aspectos durante a correção coletiva:

Primeiro, faça a modelagem da situação, caracterizando o valor constante (representado por b) como a assinatura e a taxa de variação (representado por a) como o valor cobrado por minuto.

$$f(m) = am + b$$

$$f(m) = 0,75m + 10$$

Propomos aqui a troca da letra x pela letra m (que representará os minutos utilizados) para que os alunos tenham facilidade de reconhecer uma função afim independente das letras utilizadas e não apenas baseando-se na repetição das letras mais usuais, tais como x , y etc.

Como Sandra falou 67 minutos e o valor cobrado por minuto é R\$ 0,75, aproveite para rever com seus alunos, ao longo da resolução, a multiplicação de números decimais. Então, teremos:

$$m = 67$$

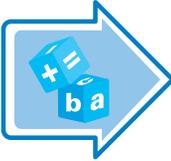
$$f(67) = 0,75 \cdot 67 + 10 = 60,25$$

Procure saber com a turma se houve erros nas resoluções individuais. Verifique também se, após a correção, os alunos que eventualmente erraram conseguiram entender o motivo de seus equívocos.

Seção 3 - Zero ou raiz da função afim

Páginas no material do aluno

17 a 19

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Dominó das funções afins	Um conjunto de peças de dominó, como o que segue no pendrive, para cada grupo de alunos	Os alunos irão jogar um jogo baseado no dominó tradicional, em que as peças contêm informações sobre sete funções afins específicas.	Grupos de 2 a 4 alunos	30 minutos

Aspectos operacionais

Nesta atividade, propomos um jogo de dominó cuja diferença para o dominó tradicional está no conteúdo das peças. No dominó tradicional, cada peça está dividida em duas partes e em cada parte estão representadas quantidades de zero a seis. Já no jogo que propomos, as peças continuam divididas em duas partes, porém em cada parte há um tipo de informação sobre uma das sete funções afins, trabalhadas no jogo.

As informações podem ser: a lei de formação, uma tabela com valores que satisfaçam esta lei, o gráfico, os coeficientes angular e linear, a raiz da função, pares de pontos que pertencem ao gráfico da função e os pontos onde este gráfico intercepta, respectivamente, os eixos x e y .

Para realizar esta atividade, professor, você pode pedir previamente aos alunos que decidam se vão jogar em dupla, em trio ou num grupo com quatro componentes. Peça também que tragam uma tesoura de casa. No desenvolvimento da atividade, irá entregar a cada grupo um conjunto de peças como as que seguem no pendrive e pedir para que recortem as 28 peças. Em seguida, deverão observá-las e sorteá-las, fazendo zerinho ou um ou par ou impar para decidir quem vai começar o jogo. Se necessário, procure lembrar as regras do jogo: cada participante deve inicialmente pegar sete peças e, na sua vez de jogar, procurar encaixar uma dessas peças nas peças que estiverem na mesa. No dominó tradicional, o critério para o encaixe é a igualdade entre os números das peças. No jogo que propomos é a correspondência entre as representações e propriedades da função afim. Quando o jogador não tiver uma peça apropriada para fazer o encaixe, deverá comprar peças e, quando não houver mais peças disponíveis para isso, deverá passar a vez. Ganha o jogo quem ficar sem peças mais rapidamente.

No jogo de bingo original, as peças que trazem números repetidos são chamadas de carrossel. Lembre-os de que os carrosséis, nesta nova versão, são as peças com informações sobre uma mesma função e, assim como no jogo original, devem ser posicionadas na vertical, enquanto as outras peças devem estar na horizontal.

No segundo momento da atividade, é importante que você reflita com os grupos sobre as estratégias que empregaram, enquanto jogavam. São questões que podem orientar esta reflexão: como podemos calcular o coeficiente angular de uma reta, quando conhecemos dois pontos pertencentes a ela? E o seu coeficiente linear? Como é possível verificarmos se um ponto pertence ou não ao gráfico de uma função? É possível, a partir da simples observação da lei de associação da função, identificar o ponto em que ela intercepta o eixo y ? Como? Qual a relação entre o coeficiente angular e a reta correspondente ao gráfico da função afim? Que cálculos podemos fazer para obter a raiz de uma função afim?

Aspectos pedagógicos

Professor, nunca se esqueça de que o jogo pode contribuir muito no processo de ensino e aprendizagem - desde que você e seus alunos consigam aproveitar bem as oportunidades que ele cria! Por isso, nossa sugestão é que você não abra mão das reflexões após o jogo. Além disso, se for necessário interromper o jogo para discutir os conceitos em questão, faça isso com a certeza de que está tomando uma decisão extremamente benéfica para o grupo.

Como já mencionamos em outras atividades, as representações têm muito valor na construção de um conceito, sejam elas feitas com desenhos, com linguagem matemática, gráficos, tabelas e mesmo com a própria língua materna. Nas peças, procuramos diversificar ao máximo a linguagem associada às funções afins. É importante que você leve seus alunos a concluir que, no estudo deste assunto, há várias maneiras de registrarmos a mesma informação. Sempre que possível, procure verificar a adequação da linguagem que estão utilizando. Há alguns vícios de linguagem que podem conduzir a erros conceituais futuros. Eles devem ser evitados. Um exemplo disso ocorre quando, por exemplo, diante do gráfico da função $y = x + 3$, um aluno comenta que *a reta "corta" o eixo y no 3*. Ora, se estamos nos referindo ao ponto de interseção do gráfico da função com o eixo y , precisamos informar duas coordenadas, pois um ponto no plano é definido assim.

Por fim, durante a atividade, esteja atento à possibilidade de alguns alunos, apressadamente, levantarem a hipótese de que pares de pontos diferentes geram retas diferentes. Nesse sentido, é fundamental que você crie condições para que eles percebam o quanto esta ideia é equivocada. Pares de pontos diferentes podem pertencer à mesma reta. Um par volta nossas atenções para um trecho da reta - digamos, o par $(0,0)$ e $(1,1)$ - enquanto outro par pode nos voltar para outro trecho da mesma reta - digamos, o par $(15, 15)$ e $(21, 21)$. Como a reta é infinita, quando prolongarmos os dois trechos indefinidamente, eles irão se conectar, gerando uma única reta.

Seção 3 - Zero ou raiz da função afim

Páginas no material do aluno

17 a 19

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Integrando Matemática e Física	Uma cópia da folha de atividades para cada grupo	Os alunos responderão a questionamentos, baseados em três situações-problema.	A atividade pode ser realizada em grupos de 3 alunos	30 minutos

Aspectos operacionais

Para realizar esta atividade, professor, você pode pedir aos alunos que se dividam em trios e entregar a cada trio uma cópia da folha de atividades, que segue no pen drive. Peça para que os alunos façam as duas primeiras questões e, quando chegarem à terceira, peça para que preencham a tabela, lembrando que, em cada situação, o tempo transcorrido de t é chamado de t e a posição da estrada em que o motorista encontra-se depois deste tempo é chamada de s .

Para finalizar, você pode convidar um representante de cada trio para ir à frente da turma expor a produção do grupo. Com base nas apresentações, você poderá aprofundar ainda mais as reflexões teóricas desta aula.

Aspectos pedagógicos

Nesta atividade, temos uma boa oportunidade de promover o encontro da Matemática com a Física, dando um passo importante no caminho da interdisciplinaridade. Entretanto, é preciso criar condições para que os alunos reconheçam os pontos de aproximação e os pontos que diferenciam estas duas ciências. Neste sentido, inicialmente, você pode questioná-los sobre o uso das letras s e t em vez do x e do y , muito frequentes nos livros didáticos. Eles precisam perceber que são livres para escolher as letras que quiserem para representar as variáveis de uma função, mas aspectos como a dependência entre as variáveis, a observação de regularidades na tabela, as possibilidades de construção de um gráfico e de obtenção de uma lei de associação entre as variáveis podem ser verificados independente das letras escolhidas.

É de suma importância também refletir com os alunos sobre os valores atribuídos à variável t . Quando estamos estudando funções que associam números reais a números reais, podemos atribuir quaisquer valores à variável livre,

inclusive valores negativos. Porém, nas três situações apresentadas, a variável livre t corresponde ao tempo e não faz sentido atribuímos valores negativos a ele. Isto explica também porque, na construção dos gráficos, não se deve prolongar indefinidamente o gráfico para que ele contenha pontos cujas abscissas sejam números negativos. Essas são algumas das diferenças entre a Física e a Matemática que mencionamos anteriormente.

Na observação de regularidades da tabela, você tem uma oportunidade de discutir com seus alunos, ainda que informalmente, o teorema de caracterização das funções afins. Como é possível, diante dos dados, identificar que eles serão modelados por uma função afim?

No livro *A Matemática do Ensino Médio*, volume 1, o professor Elon Lages Lima e os demais autores asseguram-nos que, numa função afim, sendo x e $f(x)$, respectivamente, as variáveis livre e dependente, “a acréscimos iguais de x correspondem acréscimos iguais de $f(x)$ ” (LIMA et al., 1998: 100). Assim, é aconselhável que você insista na observação dos “saltos” em cada coluna das tabelas.

Finalmente, os estudos destas situações da Física levam-nos a contextualizar a ideia de raiz de uma função. Para identificar os instantes em que cada condutor vai passar pelo início da estrada, os alunos terão de calcular a raiz de cada função que associa a posição s na estrada ao tempo transcorrido t . Afinal, precisam identificar para que valor de t a variável s assumirá o valor zero (lembre-se: o início da estrada é o km 0!). Atente apenas para o fato de que, na situação 3, a raiz da função é um número negativo e, portanto, o condutor não passará com seu carro pelo início da estrada.

Folha de atividades - Integrando Matemática e Física

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Situação 1: Um carro encontra-se no Km 200 de uma determinada rodovia e desloca-se com velocidade constante de 60 km/h, indo em direção ao início dela, ou seja, na direção do km 0. Ao mesmo tempo, o condutor verifica seu relógio e percebe que o mesmo marca 0 h.

Situação 2: Um carro encontra-se a 100 km do início de uma determinada rodovia e desloca-se com velocidade constante de 40 km/h, indo em direção a ela, ou seja, na direção do km 0. Ao mesmo tempo, o condutor verifica seu relógio e percebe que o mesmo marca 0 h.

Situação 3: Um carro encontra-se no km 70 de uma determinada rodovia e desloca-se com velocidade constante de 80 km/h, indo na direção em que a marcação da estrada aumenta. Ao mesmo tempo o condutor verifica seu relógio e percebe que o mesmo marca 0 h. Preencha a tabela e responda às questões seguintes.

t (h)	S (km)
0	
1	
2	
3	
4	
5	

- Escreva a lei que informa a posição s em função do tempo transcorrido t ;
- Construa o gráfico $s \times t$;
- Desenhe uma reta, representando a estrada e marque os dados da tabela;
- Se o condutor mantiver as condições do movimento, apresentadas no enunciado, ele vai passar pelo início da estrada? Em caso afirmativo, em quanto tempo isso acontece?

Seção 4 – Função linear, um caso particular

Páginas no material do aluno

20 a 22

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Teatro das funções afins	Papel A4 e lápis	Os alunos terão a oportunidade de escrever e encenar uma pequena cena teatral, baseada em experiências cotidianas que envolvem grandezas cuja relação pode ser modelada por uma função linear.	Grupos de 4 alunos.	30 minutos

Aspectos operacionais

Diariamente, vivemos, ainda que informalmente e sem nos darmos conta, situações em que estão envolvidos os principais conceitos associados às funções lineares. Quando lidamos com grandezas diretamente proporcionais, temos um bom exemplo disso. Se, para cada panela de arroz que fazemos, utilizamos dois copos de água, a lei que associa a quantidade de panelas de arroz que fazemos à quantidade de copos de água que utilizamos é uma função linear. Se vamos comprar blusas e cada blusa custa R\$25,00, a lei que associa o dinheiro gasto ao número de blusas compradas também é uma função linear. A ideia desta atividade é que seus alunos revejam suas experiências cotidianas e identifiquem aquelas em que existem grandezas cuja relação pode ser modelada por uma função linear. Em seguida, deverão escolher uma delas, montar uma pequena cena de teatro e fazer uma apresentação para a turma.

Para dar início, professor, você pode estabelecer uma conversa com a turma, chamando a atenção dos alunos para as grandezas diretamente proporcionais. Dê os exemplos do arroz e do custo das blusas que mencionamos anteriormente. Busque outros exemplos, como a relação entre a distância percorrida numa estrada e o tempo gasto, se o motorista mantiver a velocidade constante ou, ainda, a quantidade de salgadinhos e a quantidade de convidados numa festa, admitindo que cada convidado come em média 12 salgadinhos. Não hesite se, para cada par de grandezas diretamente proporcionais, você tiver de construir uma tabela e listar valores para que os alunos consigam perceber as regularidades da situação e enunciar a lei de associação entre as grandezas.

Quando a conversa já estiver esgotada, proponha, então, a elaboração da cena. Se possível, lembre aos alunos que, apesar de se tratar de uma cena curta, é preciso haver uma ambientação, personagens bem definidos com falas encadeadas que favoreçam o entendimento da situação, como em qualquer peça de teatro. Reserve um tempo, no final da aula ou no início da aula seguinte, para que cada grupo faça a sua apresentação e possa ser assistido pelo restante da turma. Depois das encenações, é aconselhável que você reflita com a turma sobre as situações apresentadas: Quais envolvem grandezas diretamente proporcionais? Qual é a constante de proporcionalidade?

Aspectos pedagógicos

Inicialmente, os alunos podem ficar inibidos ou até mesmo desconfiados. Mas, se você conseguir criar um ambiente de respeito e descontração em que todas as vivências e comentários deles sejam valorizados, aos poucos, eles irão se descontraindo. Permitir que os alunos relatem as experiências que tiveram assistindo ou apresentando peças de teatro, organizar eventos culturais na escola, levando-os a demonstrar seus talentos artísticos, procurar ouvir seus pontos de vista sobre questões sociais e sobre questões relacionadas ao conteúdo estudado – sempre com o cuidado de não constrangê-los, caso não utilizem a língua culta ou caso cometam erros conceituais – são exemplos de ações que podem promover um ambiente de respeito e descontração.

Nossa experiência tem mostrado que este tipo de atividade, além de promover a aprendizagem de conceitos matemáticos específicos, tem um papel importante na socialização dos alunos, o que, por sua vez, conduz à diminuição da evasão escolar. Alunos que encontram um ambiente acolhedor e têm seus conhecimentos prévios e vivências reconhecidos dificilmente abandonam a escola.

Temos aqui novamente outra oportunidade de trabalhar de forma interdisciplinar. A redação das falas da peça e a encenação favorecem uma parceria bastante frutífera com os professores de Língua Portuguesa e de Educação Artística. Pode não parecer, mas a redação das falas, no esforço de se fazer entender pela suposta plateia, faz com que, neste processo, os alunos organizem mentalmente suas próprias ideias, entre elas as ideias matemáticas em questão.

Pode acontecer de nem todas as situações terem o perfil desejado. Nestes casos, é aconselhável que você sinalize para os alunos os elementos ali envolvidos que impedem que a relação entre as grandezas possa ser modelada por uma função linear. É muito comum que os alunos tratem qualquer par de grandezas em que, quando uma aumenta (diminui), a outra aumenta (diminui) também, como grandezas diretamente proporcionais. No entanto sabemos que isso nem sempre corresponde a uma relação linear. Se, por exemplo, uma grandeza crescer em progressão aritmética enquanto a outra crescer em progressão geométrica, não teremos um par de grandezas diretamente proporcionais. Por isso, é importante enfatizar a constante de proporcionalidade – que, por sua vez, é o coeficiente angular da função linear que estabelece a relação entre as grandezas.

Seção 4 – Função linear, um caso particular

Páginas no material do aluno

20 a 22

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Modelando e solucionando	Cópias da folha de atividades	Os alunos irão discutir possíveis soluções e resolver problemas que envolvem funções afins lineares e não lineares.	Duplas	30 minutos

Aspectos operacionais

Esta é uma atividade de resolução de problemas. Para começar, professor, você pode entregar para cada dupla uma cópia da folha de atividades, que está disponível no pen drive. Em seguida, estabeleça um tempo para que as duplas resolvam os problemas. Por fim, faça uma grande roda com os alunos, para que os problemas sejam debatidos.

Enquanto os alunos estiverem tentando resolver os problemas, é importante que você circule pela sala de aula, percebendo as estratégias que eles empregam e esclarecendo as dúvidas que surgirem - mas atenção: não dê respostas ou apresente resoluções. Ouvindo-os, você terá condições de perceber o tipo de questionamento que pode ser esclarecedor. Em outras palavras, procure responder a cada pergunta com outra pergunta.

Aspectos pedagógicos

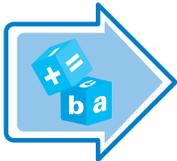
Analisando os problemas propostos na ficha, você perceberá que o primeiro apresenta uma função afim que não é linear e o segundo apresenta uma função linear. Acreditamos que, para que ocorra a construção de um conceito, é necessário identificar os elementos que o caracterizam e, além disso, fazer uma contraposição com outros conceitos. Desta forma, será bastante útil para este processo se, durante esta atividade, o aluno comparar funções afins e reconhecer que a função linear é um caso particular da função afim. Se for necessário, você pode oferecer novos exemplos além dos que estão na ficha.

Os problemas oferecem também a possibilidade de se discutir o domínio, a imagem e o gráfico de uma função afim. Perceba que, levando-se em consideração o contexto, o domínio das funções é, nos dois casos, o conjunto dos números naturais. Já os conjuntos imagem são, respectivamente, os naturais e os racionais. É importante que os alunos reconheçam que estes fatos os impedem de traçar uma reta, unindo os pontos que satisfazem à função e foram

marcados nos gráficos. Aproveitando os gráficos que os próprios alunos construirão, você ainda pode levá-los a reconhecer que, se a função afim não for linear, o ponto (0,0) não pertencerá à sua representação gráfica.

Por fim, aconselhamos que você esteja atento para desenvolver nos alunos o gosto e a iniciativa para resolver problemas. Não é de espantar que alguns alunos, frente aos problemas, cruzem os braços, aguardando pelo momento em que as soluções serão escritas no quadro. Esta postura passiva é fruto de um processo de ensino tradicional que, durante muito tempo, pregou a ideia de que o conhecimento deve ser transmitido do professor para o aluno. O professor era considerado o detentor do saber e o aluno, um mero receptor. Entretanto, lembre-se: isto pode mudar! Trabalhar frequentemente a resolução de problemas é um bom caminho para a mudança. Além dos problemas da folha de atividades, você pode propor outros ou fazer adequações nos que ali estão para torná-los acessíveis aos seus alunos. Valorize a diversidade de soluções que eles oferecerem, argumente para indicar possíveis erros que cometerem, ouça seus pontos de vista e, aos poucos, você poderá identificar o surgimento de novas posturas.

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades	Incentivar o registro das aprendizagens por meio de algumas perguntas que não privilegiem exclusivamente a linguagem matemática.	Individual	40 minutos

Aspectos operacionais

Sugerimos que você utilize o último tempo de aula desta unidade para a avaliação do desenvolvimento das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em três etapas, conforme explicitadas a seguir.

Etapa 1: Registros de aprendizagem

Caso você siga nossa estimativa de aulas para abordar o conteúdo, esperamos que no quarto dia seja possível realizar com seus alunos um momento de consolidação do que foi estudado. Você pode propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. A folha está disponível para a reprodução no pen drive. Após este momento, seria interessante que você e seus alunos pudessem avaliar esta aprendizagem.

Aspectos pedagógicos

Certifique-se de fazer com que os resultados deste momento de avaliação indiquem os pontos em que os alunos que ainda não conseguiram êxito no aprendizado. Parabenize e elogie o quanto for necessário, para que este momento de avaliação torne-se agradável.

Ao final de seus registros de avaliação, compartilhe as informações com os alunos. Indique exercícios e atividades para que as dúvidas e erros possam ser devidamente contornados.

Etapa 2: Questão objetiva

Sugerimos nesta etapa a escolha de questões objetivas que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. Se desejar, você pode buscar outras questões de acordo com o perfil da sua turma. A ideia é que além de avaliar o aprendizado, o aluno familiarize-se com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc. Apresentamos, na folha de atividades, uma sugestão de atividade objetiva para ser explorada em sala de aula.

Aspectos pedagógicos

Você pode intervir, sugerindo que os alunos inicialmente determinem o custo total C de produção e , a seguir, a receita total V na produção de n objetos. Alerta-os de que há um custo fixo de R\$ 4000,00 que não pode ser esquecido! Daí em diante, é só utilizar a lei do mercado: $L = V - C$. É interessante alertá-los novamente de que esta é mais uma situação real em que o assunto estudado mostra toda sua aplicabilidade.

Etapa 3: Questão dissertativa

Disponibilizamos, na folha de atividades, uma questão dissertativa que complementa o que foi proposto no material do aluno.

Aspectos pedagógicos

Você pode intervir, caso perceba algum problema no que diz respeito à notação, algo que certamente eles não estão acostumados. Rompa esta barreira, os cálculos são imediatos, porém interessantes, pois são informação de grande interesse em geral. Tente encorajá-los de modo a que cheguem às respostas desejadas. Ressalte a importância do assunto estudado, mostrando a abrangência do mesmo.

Folha de atividades - Avaliação - Etapa 1

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 4 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder às questões a seguir:

- 1) Qual foi o conteúdo matemático estudado nesta unidade?

- 2) A tabela de valores descreve uma função afim?

x	0	50	100	200	300
f(x)	5,50	45,50	85,50	165,50	245,50

Explique.

- 3) Qual é a forma geral de uma função afim?

- 4) A distância medida num mapa varia proporcionalmente com a real distância medida. Se 2 cm no mapa representam 30 Km, escreva a função que dá distância real a partir da distância medida no mapa.

- 5) Há várias situações no seu cotidiano em que o conceito de função afim está presente. Você poderia descrever uma?

Folha de atividades - Avaliação - Etapa 2

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

(UNIMINAS) De modo geral, a lei que rege as transações comerciais é dada por:

$$L = V - C$$

Em que

V = é o dinheiro arrecadado na venda dos produtos

C = é o custo total da produção dos produtos

L = é a função lucro total

Se L for positivo, diz-se que a empresa teve *lucro*; caso L seja negativo, diz-se que a empresa teve *prejuízo*.

(I) Para produzir um objeto, uma firma gasta R\$1,20 por unidade produzida. Além disso, há uma despesa fixa de R\$ 4000,00, independente da quantidade produzida. O preço de venda é de R\$2,00 por unidade. A função (afim) lucro desta empresa na produção de n objetos é expressa por:

(a) $L = 0,8 n - 4000$

(b) $L = 1,2 n + 4000$

(c) $L = 4000 - 0,8n$

(d) $L = 4000 - 1,2 n$

(e) $L = 2n - 4000$

(II) A quantidade de objetos vendidos, a partir da qual a empresa começa a ter lucro é:

(a) 4000

(b) 4500

(c) 5000

(d) 5500

(e) 6000

Folha de Atividade - Avaliação - Etapa 3

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

A zona-alvo para treinamentos é região limitada pela frequência máxima e mínima dos batimentos cardíacos que você deve manter para realizar exercícios físicos com segurança. Esta medida é usada por todo atleta ou por pacientes em recuperação de ataques do coração. A fórmula de Karvonen é usada comumente para determinar tal frequência, quando o indivíduo está em exercício. Essa fórmula leva em consideração tanto a idade do indivíduo quanto sua frequência cardíaca em repouso.

A fórmula de Karvonen utiliza os seguintes medidas:

(I) Frequência cardíaca máxima , calculada por

$$FC_{max} = 220 - I$$

em que I representa a idade do indivíduo.

(II) Frequência cardíaca de reserva, calculada por

$$FC_{res} = FC_{max} - FC_{rep}$$

em que FC_{rep} representa a frequência cardíaca em repouso, em batidas por minutos (bpm). Usando estas medidas, a zona-alvo para treinamentos é calculada por

(III) Fórmula de Karvonen

$$FC_{alvo} = p FC_{res} + FC_{rep},$$

em que p é o percentual do treinamento, que de acordo com o *objetivo do treinamento*, pode ser escolhido entre 50% e 85%. Normalmente, valores mais baixos de p correspondem a atividades para manutenção da saúde ou perda de peso, enquanto que valores mais altos correspondem a atividades para condicionamento físico. Valores de p maiores que 85% são utilizados por atletas com acompanhamento especializado.

Agora, imagine que Joana, uma mulher de 42 anos de idade, tem frequência cardíaca de repouso em torno de 80 bpm.

- Utilizando a fórmula (I), calcule a frequência cardíaca máxima desta mulher.
- Utilizando a fórmula (II), calcule a frequência cardíaca de reserva.
- Utilizando a fórmula (III) de Karvonen, escreva a função afim correspondente à zona alvo de treinamento.
- Se o objetivo de Joana for ganhar um excelente condicionamento físico, qual a frequência-alvo você sugere? E se for simplesmente perder peso, qual frequência- alvo você sugere?

Sua frequência de repouso pode ser medida, ficando 5 minutos em repouso. Feito isto, escreva a função afim que descreve sua própria frequência-alvo de treinamento. Se você quiser perder peso, em que frequência-cardíaca você irá malhar? E se quiser um condicionamento exuberante, qual a frequência-cardíaca alvo?

OBSERVAÇÃO IMPORTANTÍSSIMA: Não inicie uma atividade física, sem antes consultar um médico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BRASIL. Ministério da Educação. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1998.

LIMA, E. L. et al. **A Matemática do Ensino Médio.** Volume 1. Rio de Janeiro: SBM, 1998.



Função polinomial do 2º grau – Parte 1

Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves.

Introdução

Na unidade 16 do material do aluno, são apresentadas diversas situações e atividades que abordam funções do 2º grau, que também podemos chamar de funções quadráticas.

Para auxiliá-los, pesquisamos e elaboramos algumas atividades, e recursos que podem complementar a abordagem deste tema em suas aulas. Estas atividades e recursos serão descritos de forma mais detalhada nas tabelas e páginas seguintes.

Sugerimos que a primeira aula desta unidade inicie-se com uma atividade disparadora, cujos objetivos são iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Neste momento, espera-se que os alunos consigam consolidar os conhecimentos obtidos sobre funções, apreendam o conceito de função do 2º grau, determinando domínio, imagem e lei de formação, e também sejam capazes de utilizar funções do 2º grau na resolução de problemas.

Para dar sequência ao estudo desta unidade, também disponibilizamos alguns recursos complementares, associados a atividades descritas detalhadamente no material didático. Sugerimos a sua realização nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Recomendamos que você faça alterações e adaptações nos recursos e atividades apresentados sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro momento deve ser dedicado a uma revisão geral dos conceitos estudados durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em relação à aprendizagem em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente.

Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	2	5	6 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Função polinomial do 2º grau - Parte 1	Função Quadrática
Objetivos da unidade	
Consolidar conhecimentos obtidos no Ensino Fundamental II, como resolver equações do 2º grau;	
Conceituar função do 2º grau;	
Determinar a lei de formação de uma função do 2º grau e a imagem de elementos do domínio;	
Utilizar a função do 2º grau, para resolver problemas relacionados à Física.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	171 a 172
Seção 1 – Modelando um problema.	173
Seção 2 – Revido equações do 2º grau	173 a 177
Seção 3 – Fórmulas de função do 2º grau no cotidiano.	177 a 183
Veja ainda...	183
O que perguntam por aí?	187

Recursos e ideias para o Professor

Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



Atividades em grupo ou individuais

São atividades que são feitas com recursos simples disponíveis.



Ferramentas

Atividades que precisam de ferramentas disponíveis para os alunos.



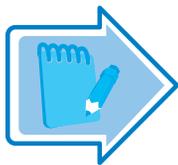
Applets

São programas que precisam ser instalados em computadores ou *smart-phones* disponíveis para os alunos.



Avaliação

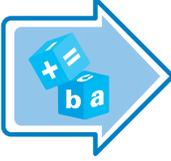
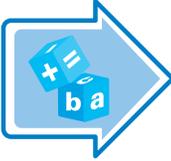
Questões ou propostas de avaliação conforme orientação.



Exercícios

Proposições de exercícios complementares

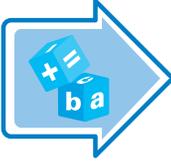
Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Construindo retângulos ¹ .	Cópias da folha de atividades, folha de papel quadriculado.	Esta atividade consiste em explorar ideias de relações entre áreas e perímetros de retângulos, para descrever funções quadráticas.	Duplas ou trios.	20 minutos
	Descendo uma ladeira	Cópias da folha de atividades	Esta atividade consiste em explorar a relação quadrática entre o tempo e a distância percorrida por uma bolinha que desce por uma rampa.	Duplas ou trios.	20 minutos

Seção 1 – Modelando um problema

Páginas no material do aluno

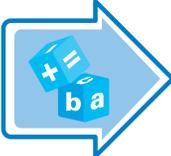
173

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Campeonato de futebol	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos utilizarão a modelagem matemática para descrever uma função quadrática que represente a situação apresentada.	Duplas ou trios.	20 minutos.

Seção 2 – Revendo equações do 2º grau

Páginas no material do aluno

173 a 177

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Caminho quadrático.	Cartolina, dado, pinos coloridos, cartões com perguntas sobre o tema. Os modelos para o tabuleiro e os cartões estão disponíveis no final desta atividade.	Jogo de tabuleiro sobre função quadrática, raízes, gráficos, vértices. Os alunos participarão desse jogo de dados, para explorar todos esses conceitos.	Em grupos, mas com um máximo de 6 grupos.	30 minutos
	Uma parábola para Júlia.	Vídeo Uma parábola para Júlia (acessível no documento mundo_da_matematica_07.avi na pasta AtividadeUmaParabolaParaJulia) e cópias da folha de atividades.	O aluno assistirá a um vídeo sobre parábolas e função de 2º grau. Em seguida, deverá identificar dados de tabelas com trajetórias de uma bola de basquete.	Duplas ou trios.	30 minutos
	Salto em distância	Cópias da folha de atividades.	Os alunos serão estimulados a perceber a relação dos gráficos com o salto em distância. Assim, poderão estabelecer relação também entre os zeros da função e o ponto máximo (vértice).	Duplas.	30 minutos
	Criação de aves.	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos construirão tabelas e trabalharão com as relações de máximos e mínimos de uma função quadrática.	Duplas.	20 minutos

Seção 3 – Fórmulas de função do 2º grau no cotidiano

Páginas no material do aluno

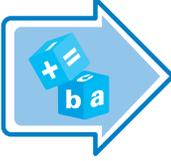
177 a 183

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Caminho quadrático.	Cartolina, dado, pinos coloridos, cartões com perguntas sobre o tema. Os modelos para o tabuleiro e os cartões estão disponíveis no final desta atividade.	Jogo de tabuleiro sobre função quadrática, raízes, gráficos, vértices. Os alunos participarão desse jogo de dados, para explorar todos esses conceitos.	Em grupos, mas com um máximo de 6 grupos.	30 minutos
	Uma parábola para Júlia.	Vídeo Uma parábola para Júlia (acessível no documento mundo_da_matemática_07.avi na pasta AtividadeUmaParabolaParaJulia) e cópias da folha de atividades.	O aluno assistirá a um vídeo sobre parábolas e função de 2º grau. Em seguida, deverá identificar dados de tabelas com trajetórias de uma bola de basquete.	Duplas ou trios.	30 minutos
	Salto em distância	Cópias da folha de atividades	Os alunos serão estimulados a perceber a relação dos gráficos com o salto em distância. Assim, poderão estabelecer relação também entre os zeros da função e o ponto máximo (vértice).	Duplas.	30 minutos
	Criação de aves.	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos construirão tabelas e trabalharão com as relações de máximos e mínimos de uma função quadrática.	Duplas.	20 minutos

Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens.	Folha de atividades.	O aluno será convidado a registrar as resoluções e respostas das tarefas, assim como as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Esta etapa pode estar articulada à seção Veja ainda, disponível na p. 80 do material do aluno.	A turma pode ser dividida em trios.	25 minutos
	Questões de avaliações de larga escala ou concursos.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá se familiarizar com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.	Individualmente	20 minutos

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Construindo retângulos ¹ .	Cópias da folha de atividades, folha de papel quadriculado.	Esta atividade consiste em explorar ideias de relações entre áreas e perímetros de retângulos, para descrever funções quadráticas.	Duplas ou trios.	20 minutos

Aspectos operacionais

Antes de começar, verifique se os alunos recordam-se dos significados de perímetro e área de polígonos. Caso não se recordem, faça uma breve revisão destes conceitos. Verifique também se os alunos estão familiarizados com a construção de gráficos de funções. Caso não estejam, apresente alguns gráficos simples para serem interpretados. Resolvidas as possíveis pendências, divida a turma em duplas ou em trios, distribua o material e faça a leitura do texto junto com a turma.

Aspectos pedagógicos

Ao efetuar a leitura do texto com os alunos, esclareça o significado e os objetivos de uma modelagem matemática. O aluno pode deixar de prosseguir na atividade porque não entendeu o que foi solicitado ou o que está sendo feito. Caso haja problemas na obtenção de expressões algébricas com o apoio de preenchimento de uma tabela, a sugestão é usar exemplos mais simples, como a expressão que representa o perímetro de um quadrado ou a expressão que representa o preço a ser pago por uma quantidade variável de cópias de um determinado documento.

Folha de atividades – Construindo retângulos

Nome da escola: _____

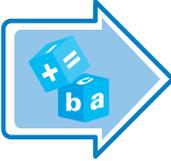
Nome do aluno: _____

1. Desenhe três retângulos diferentes na folha de papel quadriculado, todos com perímetro de 24 unidades. Calcule a área de cada um deles. Retângulos de mesmo perímetro possuem necessariamente a mesma área?

2. É possível construir um retângulo com perímetro de 24 unidades e área 27 unidades quadradas? Em caso positivo, desenhe-o e informe suas dimensões. De outro ponto de vista, chame a base do retângulo de x e, em linguagem matemática, escreva a altura em função da base e represente o cálculo da área deste retângulo, através de uma equação.
3. É possível construir um retângulo de perímetro 24 unidades e área 36 unidades quadradas? Em caso positivo, desenhe-o e informe suas dimensões.
4. É possível construir um retângulo de perímetro 24 unidades e área 40 unidades quadradas? Em caso positivo, desenhe-o e informe suas dimensões.
5. Preencha a tabela, sabendo que o perímetro do retângulo é 24 unidades. Usando os dados da última coluna, esboce um gráfico da função matemática que relaciona a medida da base do retângulo com a sua área.

Base	Altura	Base + Altura	Perímetro	Área	(base, área)
2	10	12	24	20	(2, 20)
4					
6					
8					
10					
X					

Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Descendo uma ladeira	Cópias da folha de atividades	Esta atividade consiste em explorar a relação quadrática entre o tempo e a distância percorrida por uma bolinha que desce por uma rampa.	Duplas ou trios.	20 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas ou em trios, distribua o texto e realize a leitura da atividade junto com os alunos.

Aspectos pedagógicos

Os alunos podem ter dificuldade em abstrair o experimento, por isso incentive-os a fazer um desenho que represente as informações do texto. Apresente para a turma o desenho que melhor representa o experimento. Os alunos também podem ter dificuldade em perceber que a relação entre s e t é dada por $s = t^2$. Para facilitar a compreensão, antes de estabelecer a relação algébrica, acrescente linhas à tabela e peça aos alunos que preencham a tabela com valores numéricos considerando que o padrão de comportamento mantém-se. Por exemplo, se acrescentarmos $t=6$ e $t=7$ segundos na tabela e reconhecermos o padrão de comportamento de s em função de t , podemos deduzir que os valores correspondentes de s são respectivamente 36 e 49.

t (em segundos)	s (em cm)	t^2
1	1	
2	4	
3	9	
4	16	
5	25	
6	36	
7	49	

Observe com os alunos que o fato de o quociente $\frac{s}{t^2}$ ser constante (e igual a 1) revela a relação de proporcionalidade direta entre s e t^2 e permite inferir a relação $s = t^2$.

Folha de atividades – Descendo a ladeira

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

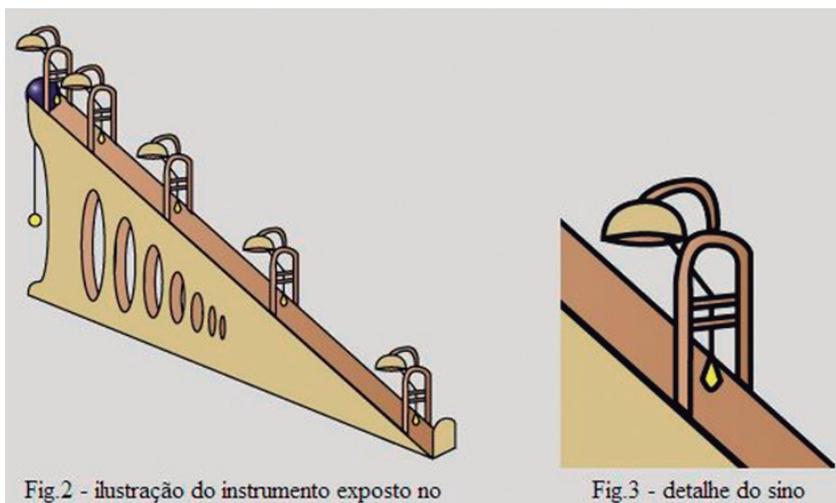


Na figura ao lado, vemos um carrinho no topo de uma descida de uma montanha russa.

A emoção aumenta, pois ele desce a ladeira cada vez mais rápido!

Fonte: <http://www.sxc.hu/browse.phtml?f=download&id=120521>

Há muito tempo, o italiano Galileu Galilei fez uma experiência para investigar a existência de uma relação entre a distância percorrida e o tempo de descida em uma rampa. Ele construiu uma rampa, colocou nela pequenos sinos e, em seguida, soltou uma bolinha do alto desta rampa.



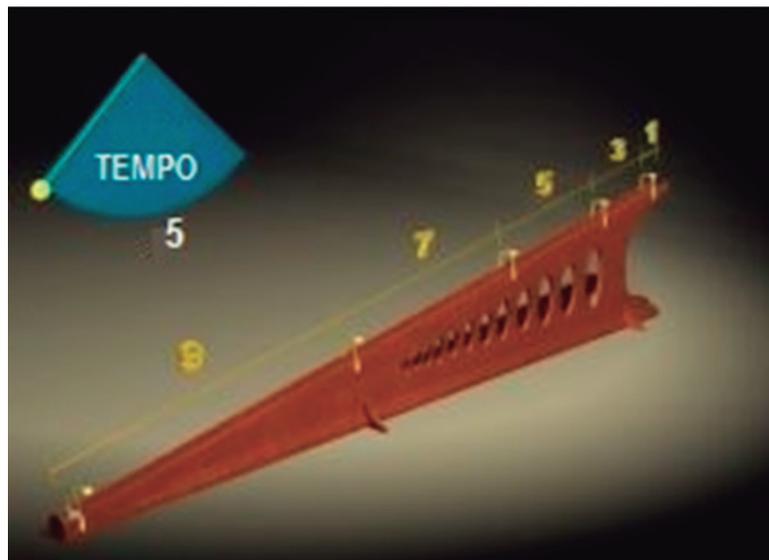
Após o primeiro segundo, a bolinha percorreu 1 cm na rampa e fez soar o primeiro sino.

Depois de mais um segundo, a bolinha fez o segundo sino soar. A distância entre o primeiro e o segundo sino era de 3 cm.

No terceiro segundo, a bolinha fez o terceiro sino soar. A distância entre o segundo e o terceiro sino era de 5 cm.

No quarto segundo, a bolinha fez o quarto sino soar. A distância entre o terceiro e o quarto sino era de 7 cm.

No quinto segundo, a bolinha fez o quinto sino soar. A distância entre o quarto e o quinto sino era de 9 cm. Veja na figura a seguir.



t (em segundos)	1	2	3	4	5
Deslocamento (em cm)	1	3	5	7	9
s= distância até o alto da rampa (em cm)	1	1+3=4	1+3+5=9	1+3+5+7=16	1+3+5+7+9=25

Problema

1. Queremos descobrir qual a relação entre a distância percorrida pela bolinha, contada a partir do alto da rampa, e o tempo. Preencha a tabela abaixo e veja se a encontra.

t (em segundos)	s (em cm)	t ²
1	1	
2	4	
3	9	
4	16	
5	25	

Seção 1 – Modelando um problema

Páginas no material do aluno

173

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Campeonato de futebol	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos utilizarão a modelagem matemática para descrever uma função quadrática que represente a situação apresentada.	Duplas ou trios.	20 minutos.

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas ou em trios e distribua o texto.

Aspectos pedagógicos

Professor, vale a pena explicar aos alunos que não têm muita familiaridade com campeonatos de futebol a ideia de jogos de ida e de volta. Destaque que, nestas situações, cada time jogará com o adversário duas vezes, geralmente em locais diferentes.

Também recomendamos que explicita que a ideia de um campeonato com dois está bem longe da realidade. Em geral, campeonatos com jogos de ida e volta contam com mais equipes. A utilização de uma quantidade pequena de times tem por objetivo facilitar o reconhecimento do padrão.

Reforce a informação de que cada time terá $(n - 1)$ jogos de ida, quando o campeonato contar com n times. Enfatize o porquê de a quantidade de jogos de ida dobrar. Há a necessidade de repeti-los com a troca do mando de campo, para que não haja times beneficiados e prejudicados.

Folha de atividades – Campeonato de Futebol

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Num campeonato de futebol, cada clube joga duas vezes com seu adversário: um jogo de ida e outro de volta.

Seguindo essa regra, responda:

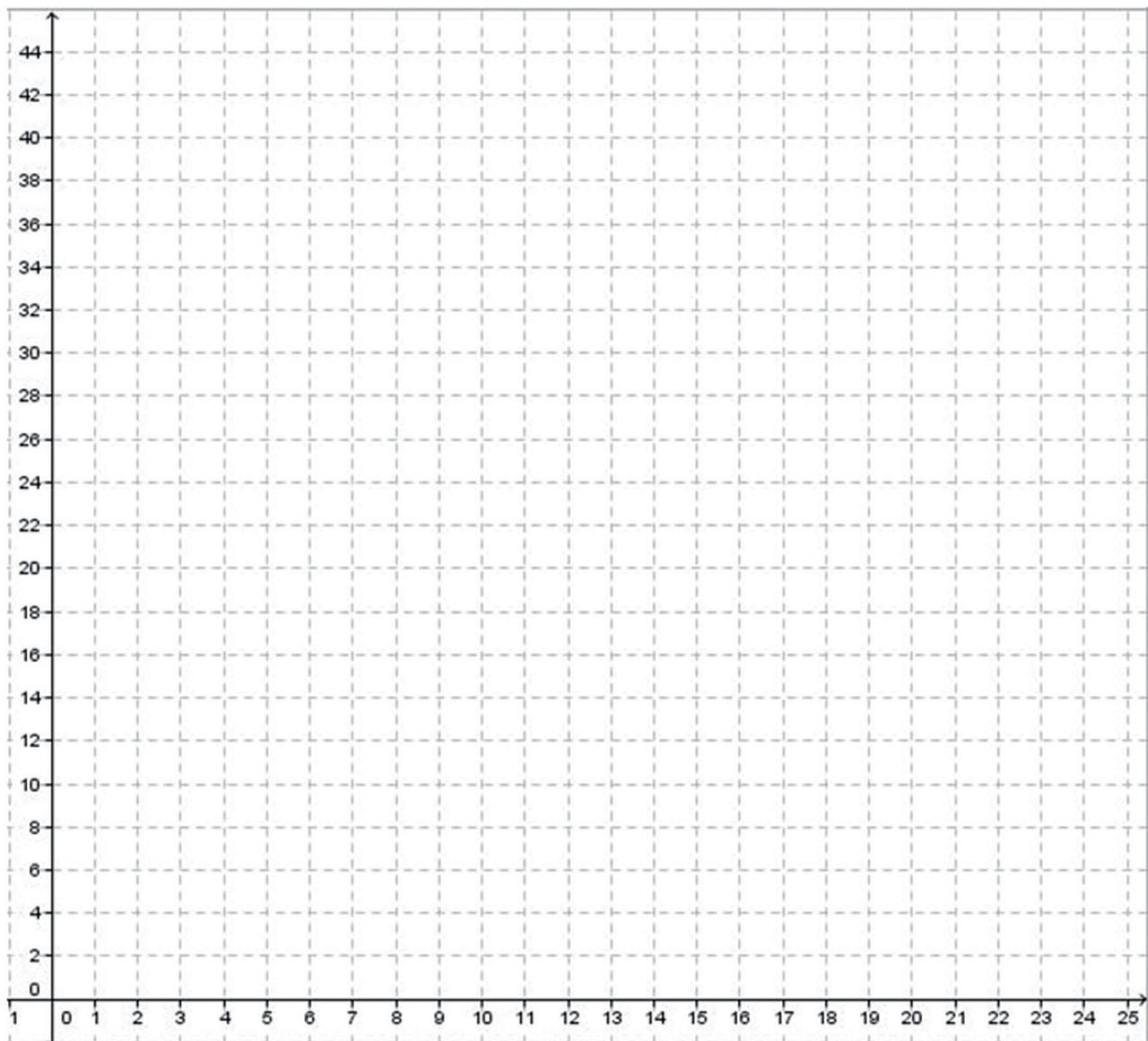
Questão 1: Se neste campeonato participam apenas 2 times, quantos jogos cada equipe fará? Qual o total de jogos disputados ao longo de todo o campeonato?

Questão 2: Se neste campeonato participam apenas 3 times, quantos jogos cada equipe fará? Qual o total de jogos disputados ao longo de todo o campeonato?

Questão 3: Se neste campeonato participam 14 times, quantos jogos cada equipe fará? Qual o total de jogos disputados ao longo de todo o campeonato?

Caso tenha dificuldades em responder à última questão, complete a tabela a seguir com a quantidade total de jogos deste campeonato.

Número de Times	Número de Jogos de Ida Disputados por cada Equipe	Número total de Jogos do Campeonato	(nº de times, nº total de partidas)
2	1	$2 \cdot 1 = 2$	(2, 2)
3	2	$3 \cdot 2 = 6$	(3, 6)
4			
5			
6			
7			
10			
14			
20			
N			



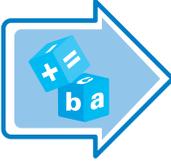
Seção 2 – Revendo equações do 2º grau e

Seção 3 – Fórmulas de função do 2º grau no cotidiano

Páginas no material do aluno

173 a 176 e

177 e 182

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Caminho quadrático.	Cartolina, dado, pinos coloridos, cartões com perguntas sobre o tema. Os modelos para o tabuleiro e os cartões estão disponíveis no final desta atividade.	Jogo de tabuleiro sobre função quadrática, raízes, gráficos, vértices. Os alunos participarão desse jogo de dados, para explorar todos esses conceitos.	Em grupos, mas com um máximo de 6 grupos.	30 minutos

Aspectos operacionais

Regras do Jogo

A turma está dividida em grupos e cada grupo torna-se responsável por um pino de uma determinada cor, que será movimentado pelas casas do tabuleiro. Ao lançarem o dado, deverão observar o número da face voltada para cima: este será o número de casas que o pino do grupo deve andar. Ganha o grupo que chegar primeiro ao fim do caminho.

Nas casas do tabuleiro, existem perguntas, tarefas e outras interações sobre função quadrática. Se o grupo acertar, ele avança 5 casas; se errar, volta 3. Mas também existem surpresas no tabuleiro, como passe a vez, ganhe um brinde, volte 6 casas etc.

Tabuleiro

O tabuleiro pode ser confeccionado em cartolinas e pilot, simplesmente reproduzido no quadro ou ainda projetado no datashow. Para o bom aproveitamento da atividade, é necessário que o professor faça uma pequena simulação junto com os alunos como aquelas que fazemos quando vamos jogar com quem não conhece o jogo.

Aspectos pedagógicos

Como uma atividade lúdica, deixe-os à vontade. Verifique as dificuldades de cada grupo. É um bom momento para perceber se há a necessidade de revisão das ideias contidas em cada cartão.

Aproveite para fazer uma avaliação informal: observe como cada grupo joga; pergunte ao grupo o significado da informação de cada cartão; se preferir incentive um aluno a explicar aos outros.

Folha com tabuleiro e cartões

TABULEIRO

INÍCIO	CARTÃO	ANDE 1 CASA	CARTÃO	VOLTE 1 CASA		
				VOLTE 2 CASAS	ANDE 4 CASAS	
	CARTÃO	CARTÃO	VENCEDORES!		ESCOLHA UMA EQUIPE QUE VAI FICAR UMA RODADA SEM JOGAR	SURPRESA
	PASSOU A VEZ					CARTÃO
	CARTÃO	CARTÃO	CARTÃO	PASSOU A VEZ	CARTÃO	CARTÃO

CARTÕES

Na função $f(x) = x^2 + 2x$, qual dos números abaixo é o zero da função?

- a) 2
- b) 0
- c) -1
- d) 4

Os números -3 e 2 são os zeros de qual função?

- a) $y = x^2 - 3x + 6$
- b) $y = x^2 + 5x$
- c) $y = x^2 + x - 6$
- d) $y = x^2 - 3x + 2$

A função $f(x) = -x^2 + 8x - 10$ possui valor máximo ou mínimo?

Quais as coordenadas do vértice da função $f(x) = x^2 - 10x + 20$?

A função $f(x) = -3x^2 + 5x - 1$ possui como gráfico uma parábola cuja concavidade é:

- a) para cima
- b) para baixo

O valor máximo da função $f(x) = -2x^2 - 8x + 3$ é:

Quais as raízes da função $f(x) = 2x^2 - 6x + 4$?

Os números 10 e 2 possuem a mesma imagem na função $f(x) = 2x^2 - 24x + 10$?

Qual a coordenada x do vértice da parábola referente à função $f(x) = -10x^2 + 20x + 1$?

Qual das funções abaixo tem ponto de máximo igual 4?

- a) $y = -x^2 + 4x + 3$
- b) $y = x^2 + 6x + 8$
- c) $y = -3x^2 - 2x$
- d) $y = x^2 - 1$

Seção 2 – Revendo equações do 2º grau e

Seção 3 – Fórmulas de função do 2º grau no cotidiano

Páginas no material do aluno

173 a 176 e

177 e 182

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Uma parábola para Júlia.	Vídeo Uma parábola para Júlia (acessível no documento mundo_da_matematica_07.avi na pasta AtividadeUmaParabolaParaJulia) e cópias da folha de atividades.	O aluno assistirá a um vídeo sobre parábolas e função de 2º grau. Em seguida, deverá identificar dados de tabelas com trajetórias de uma bola de basquete.	Duplas ou trios.	30 minutos

Aspectos operacionais

Exiba o vídeo Uma parábola para Júlia. Em seguida, divida a turma em duplas ou em trios e distribua o texto.

Aspectos pedagógicos

No vídeo exibido nesta atividade, Júlia vai aprender que a perda de calorías durante uma caminhada está relacionada com a velocidade que se imprime aos passos. A ideia é que o aluno aprenda, juntamente com Rafael e Júlia, o que é uma parábola e como a função de 2º grau pode ser útil para auxiliar na resolução de alguns problemas.

Depois da exibição do vídeo, explore coletivamente com os alunos cada uma das figuras, traduzindo em palavras o comportamento da bola em cada caso - se sobe rápido, se sobe devagar, a altura máxima que alcança etc. Repita o procedimento para as tabelas.

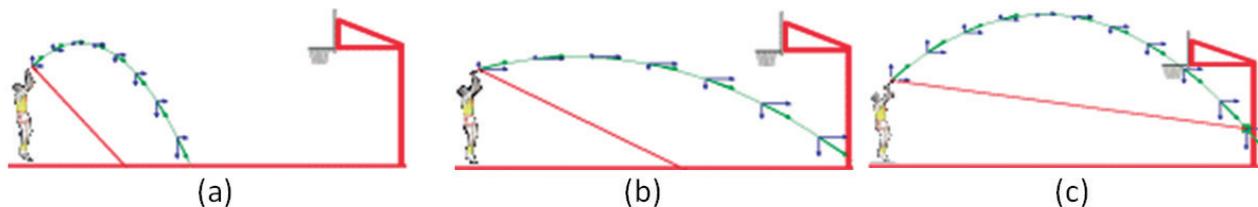
Durante este procedimento, estabeleça uma conexão com o momento do vídeo em que Rafael analisa a tabela de dados e identifica o ponto de maior gasto energético.

Folha de atividades – Uma parábola para Júlia

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Após sofrer uma falta em uma partida de basquete, o juiz autorizou o jogador a cobrar três lances livres. Nas figuras abaixo, vemos a trajetória da bola na cobrança de cada um dos lances livres.



Problemas

1. Em qual das figuras o jogador fez pontos para seu time?
2. Nas figuras acima, o aro da cesta dista 3 m do chão e o jogador tem 2 metros de altura. Nas tabelas abaixo, estão representadas a altura (em metros) da bola lançada em função do tempo (em segundos):

Tabela 1

Tempo (em segundos)	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Altura (em metros)	2	2,2	2,3	2,2	1,7	1,3	0

Tabela 2

Tempo (em segundos)	1	1,5	2	2,5	3	3,5
Altura (em metros)	2	3	3,1	3	2	0

Tabela 3

Tempo (em segundos)	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
Altura (em metros)	2	2,6	3	3,25	3,3	3,25	3

Associe os arremessos representados nas Figuras (a), (b) e (c) com as correspondentes tabelas.

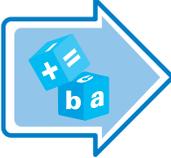
Seção 2 – Revendo equações do 2º grau e

Seção 3 – Fórmulas de função do 2º grau no cotidiano

Páginas no material do aluno

173 a 176 e

177 e 182

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Salto em distância	Cópias da folha de atividades.	Os alunos serão estimulados a perceber a relação dos gráficos com o salto em distância. Assim, poderão estabelecer relação também entre os zeros da função e o ponto máximo (vértice).	Duplas.	30 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas ou em trios e distribua o texto. Acompanhe a leitura do texto com os alunos e tire as dúvidas que surgirem.

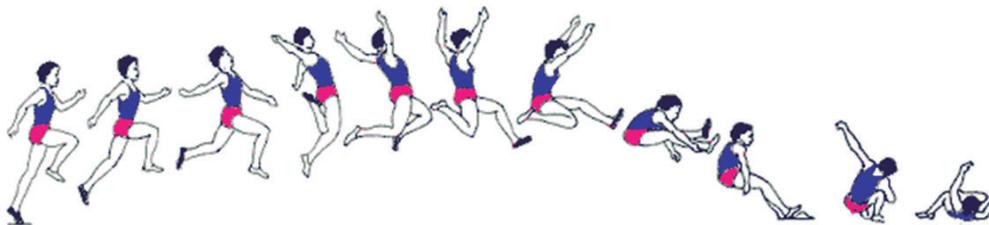
Aspectos pedagógicos

Caso os alunos encontrem dificuldade em comparar as distâncias horizontais dos saltos, eles podem utilizar réguas ou transferir as medidas do salto para um mesmo papel, para facilitar a comparação. É importante enfatizar a diferença entre salto em altura e salto em distância, uma vez que estamos investigando o aluno que saltou a maior distância.

Folha de atividades – Valor máximo de uma função quadrática

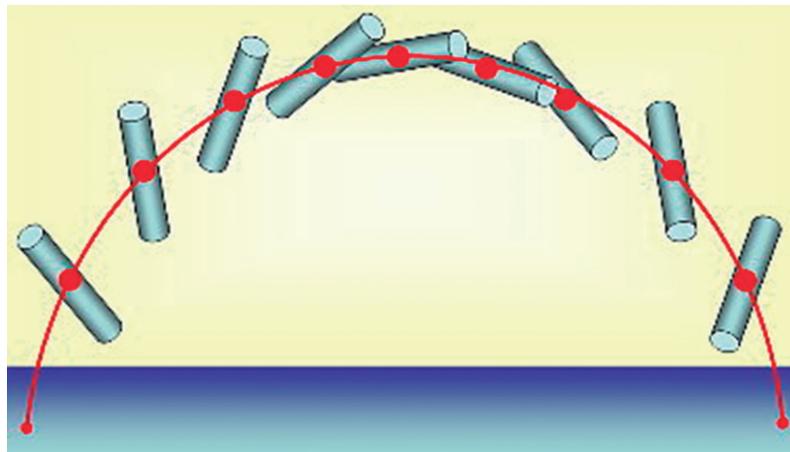
Nome da Escola: _____

Nome dos Alunos: _____



Em uma prova de salto em distância, cada atleta tem direito a seis tentativas para atingir sua melhor marca – ou seja, para saltar o mais longe possível. No entanto, nem todas as tentativas são válidas: caso o atleta, no início do salto, toque a tábua que delimita a área de corrida, a tentativa não será considerada.

A figura abaixo ilustra como é possível identificar uma parábola no movimento do salto.

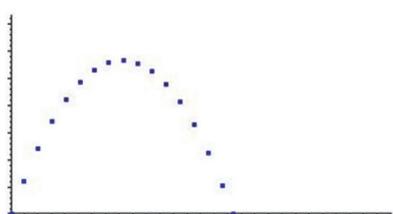


Um bom salto depende de vários fatores, como a velocidade da corrida, a impulsão, a posição do corpo etc. Mas o mais importante é saltar a maior distância possível. Se o saltador, ao cair, colocar as mãos para trás para e tocar o chão, a distância será medida até o local em que as mãos tocaram o chão.

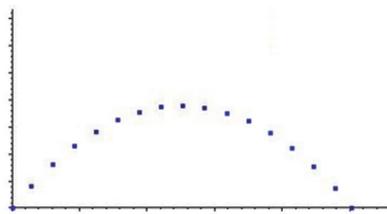
Já no salto em altura, o objetivo é saltar sobre uma barra horizontal, situada a uma determinada altura do chão sem derrubá-la. Como muitos dos saltos são feitos de lado ou de costas, do outro lado da barra existe um colchão, para que o atleta possa cair em segurança. O atleta determina a altura inicial da barra e tem três chances para realizar o salto. Vence o atleta que conseguir saltar mais alto sem derrubar a haste horizontal.

Problema

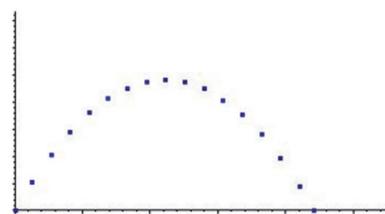
1. Na aula de Educação Física, Ana, André e Helena disputaram no salto em distância. As três parábolas abaixo representam os saltos de cada um deles. Determine o vencedor da prova.



Salto de Ana



Salto de André



Salto de Helena

2. Determine, agora, o vencedor se a prova fosse de salto em altura e todos os atletas tivessem conseguido fazer o salto sem derrubar a barra.

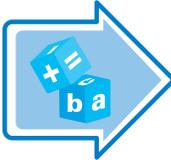
Seção 2 – Revendo equações do 2º grau e

Seção 3 – Fórmulas de função do 2º grau no cotidiano

Páginas no material do aluno

173 a 176 e

177 e 182

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criação de aves.	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos construirão tabelas e trabalharão com as relações de máximos e mínimos de uma função quadrática.	Duplas.	20 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. Antes de pedir que os alunos façam a atividade, faça uma leitura do texto em voz alta, para esclarecer as possíveis dúvidas.

Aspectos pedagógicos

Professor, possivelmente os alunos terão dificuldade em compreender a situação exposta pelo fato de o problema parecer artificial: por que razão deveriam se preocupar com uma expressão matemática para cuidar de pássaros? Este é momento oportuno para reforçar a importância da ideia de padrão, fazendo uma analogia com as compras mensais de casa, que servem para alimentar todos. Isso pode ajudar a mostrar que, sem perceber, eles utilizam a ideia de padrão.

Ao efetuar a leitura do texto com os alunos, esclareça o significado de receita e custo. O aluno pode deixar de prosseguir na atividade, porque não entendeu o que está sendo solicitado.

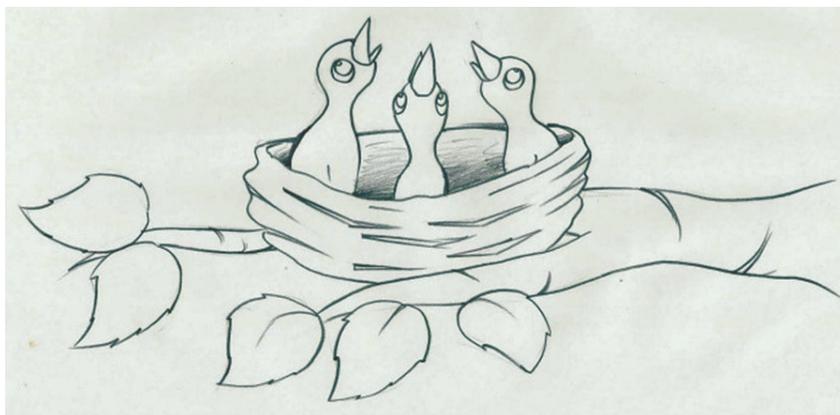
Os alunos podem ter dificuldade em compreender a origem da expressão que representa o valor V , arrecadado com a venda. Informe que foi determinada no enunciado a partir de uma modelagem matemática.

Folha de atividades – Criação de aves

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Considere as seguintes funções relativas à quantidade de pássaros de uma ninhada de n pássaros.



O custo mensal C para a manutenção de n pássaros, em reais, é dado pela expressão:

$$C = 5 + 10n$$

O valor mensal V , em reais, arrecadado com a venda de n pássaros é dado pela expressão:

$$V = -5n^2 + 100n - 320 \quad (\text{para } 4 \leq n \leq 16)$$

Responda às perguntas a seguir, de acordo com o texto lido.

Questão 1: Em sua opinião ou experiência pessoal, quais seriam os gastos necessários para a criação de passarinhos?

Questão 2: De acordo com o problema, a venda dos passarinhos gera uma receita mensal. Essa receita depende do número de passarinhos vendidos e , segundo o problema, é chamada de V . Preencha a tabela a seguir com os valores arrecadados mensalmente com a venda de n passarinhos. Importante: a venda de passarinhos é uma prática que precisa ser autorizada pelos órgãos competentes, como o IBAMA.

Número de Passarinhos	Valor Arrecadado com a venda $V = -5n^2 + 100n - 320$
4	
5	
6	
7	
8	

9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Questão 3: Escreva a função que representa o Lucro (Receita – Custo) com a venda dos passarinhos.

Questão 4: Qual o domínio desta função? Qual a imagem desta função?

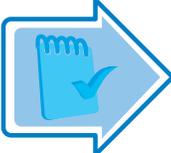
Questão 5: Quantos passarinhos devem ser vendidos para que o lucro seja o maior possível? Se quiser, construa uma tabela.

Número de Passarinhos	Lucro com a venda dos passarinhos L =
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	

Nesta seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula, destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, detalhadas a seguir:

Seção Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens.	Folha de atividades.	O aluno será convidado a registrar as resoluções e respostas das tarefas, assim como as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Esta etapa pode estar articulada à seção Veja ainda, disponível na p. 80 do material do aluno.	A turma pode ser dividida em trios.	25 minutos

Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas e distribua o texto. Antes de pedir que os alunos façam a atividade, faça uma leitura do texto em voz alta, para esclarecer as possíveis dúvidas.

Aspectos pedagógicos

Na tarefa 1, é aconselhável que lembre os procedimentos para a determinação da lei de formação e das raízes da função. Mais do que solucionar o problema, o aluno deve ser estimulado a refletir sobre a natureza do problema, relacionando as grandezas a partir de uma função quadrática.

Na tarefa 2, é interessante destacar para o aluno que o comportamento parabólico tem grande relação com funções do 2º grau. Além do que foi apresentado no texto, lanternas de carros e lupas são bons exemplos de objetos com formato parabólico.

Solução comentada das questões:

Tarefa 1

a) Os valores que tornam o lucro nulo são os zeros da função. De acordo com o gráfico, $x = 100$ é um dos zeros da função e $x = 300$ é o máximo da função. Dessa maneira, pela simetria parabólica, o outro zero da função é $x = 500$. Logo, a venda de 100 e 500 peças torna o lucro nulo.

b) Lucro negativo, ou seja, prejuízo, é obtido na venda de até 99 peças e de mais de 500 peças.

c) A lei de formação da função é $L(x) = -x^2/50 + 12x - 1000$, a partir das informações dos zeros da função e do par ordenado $(0, -1000)$. Assim, $350 = -x^2/50 + 12x - 1000$.

Resolvendo essa equação do 2º grau, temos:

$$17500 = -x^2 + 600x - 50000$$

$$x^2 - 600x + 67500 = 0$$

$$x^2 - 2 \cdot 300x + 90000 - 22500 = 0$$

$$(x - 300)^2 = 22500$$

$$(x - 300)^2 = (150)^2 \text{ ou } (x - 300)^2 = (-150)^2$$

$$x - 300 = 150 \text{ ou } x - 300 = -150$$

$$x = 450 \text{ ou } x = 150$$

Tarefa 2

1) O formato da antena e o gráfico da função do 2º grau são descritos por uma parábola.

Para receberem os sinais, as antenas necessitam captá-los em uma área relativamente grande, concentrando-os em um único ponto, para que sejam amplificados. Portanto, a superfície da antena deve direcionar todos os sinais para um único ponto, após a reflexão. Esse procedimento é equivalente à construção de uma parábola.

2) Quando um objeto é lançado obliquamente, desprezando-se o atrito do ar, o objeto desloca-se verticalmente acelerado pela ação da gravidade e, horizontalmente, desloca-se, seguindo velocidade constante. Por esse motivo, o móvel desloca-se, seguindo uma parábola.

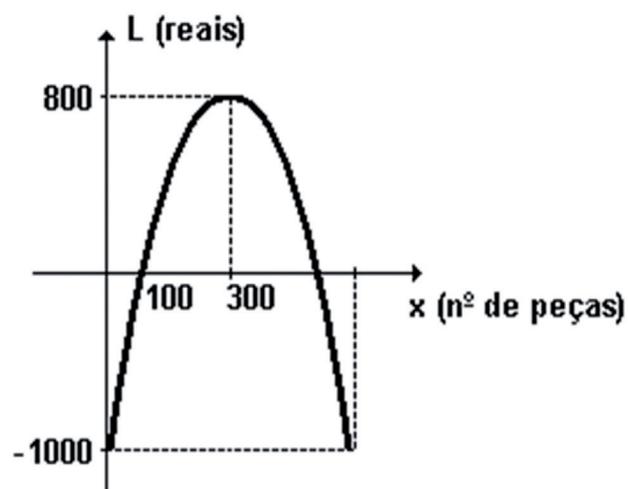
Folha de atividades – Avaliação parte 1 – Registro de aprendizagens

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Tarefa 1

A parábola abaixo representa o lucro mensal L (em reais), obtido em função do número de peças vendidas de certo produto.



Determine:

- o número de peças que torna o lucro nulo;
- o(s) valor(es) de x que torna(m) o lucro negativo;
- o número de peças que devem ser vendidas para que o lucro seja de R\$ 350,00.

Tarefa 2

- Qual a relação que uma Antena Parabólica tem com uma função do 2º grau?
- A trajetória de um objeto, lançado obliquamente, é uma parábola. O que isso quer dizer?



Tarefa 3

Destaque os principais pontos do conteúdo estudado nesta unidade, relacionando-os com as aplicações verificadas.

Seção Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concursos.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá se familiarizar com questões cobradas em avaliações de larga escala, como Enem, vestibulares, concursos etc.	Individualmente	20 minutos

Aspectos operacionais

Distribua o texto. Antes de pedir que os alunos façam a atividade, faça uma leitura do texto em voz alta, para esclarecer as possíveis dúvidas.

Aspectos pedagógicos

Para compor o instrumento avaliativo, sugerimos, nesta etapa, a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida na unidade que acabamos de trabalhar.

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas. Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere sobre as equivocadas, ressaltando onde reside o erro.

As questões objetivas de vestibulares, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Dessa forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

Soluções comentadas

Questão 1

$V = (1,50 - x/100) \cdot (10000 + 100x)$. Que é o valor por litro com desconto, multiplicado pela quantidade de litros vendidos.

$$V = (150 - x) \cdot (100 + x)$$

$$V = 15000 + 50x - x^2$$

Alternativa D

Questão 2

Resposta: $y = x^2 - 2x - 8$. Verificando que o par ordenado $(0, -8)$ corresponde à expressão, pode-se concluir que apenas as expressões da linha de baixo podem ser a resposta. Após isso, basta verificar a qual das expressões o par ordenado $(4, 0)$ corresponde.

Folha de atividades – Avaliação parte 2 – Questões de avaliações larga escala ou concursos

Nome da escola: _____

Nome do aluno: _____

Questão 1

(Enem 2009) Um posto de combustível vende 10.000 litros de álcool por dia a R\$ 1,50 cada litro. Seu proprietário percebeu que, para cada centavo de desconto que concedia por litro, eram vendidos 100 litros a mais por dia. Por exemplo, no dia em que o preço do álcool foi R\$ 1,48, foram vendidos 10.200 litros.

Considerando x o valor, em centavos, do desconto dado no preço de cada litro, e V o valor, em R\$, arrecadado por dia com a venda do álcool, então a expressão que relaciona V e x é

A) $V=10.000+50x-x^2$.

B) $V=10.000+50x+x^2$.

C) $V=15.000-50x-x^2$.

D) $V=15.000+50x-x^2$.

E) $V=15.000-50x+x^2$.

Questão 2

(CAP-UFRJ – Admissão para o 2º ano do EM em 2010)

A tabela abaixo indica pares ordenados (x,y) da função dada por $y=f(x)$

X	-4	-3	-1	0	1	4	9	8	10
Y	16	7	-5	-8	-9	0	16	40	72

Dentre as expressões a seguir, identifique, registrando-a no caderno de respostas, aquela que corresponde à função f .

$y = -4x$

$y = -x^2 - 4x - 20$

$y = -9x - 20$

$y = x^2 - 9x - 8$

$y = -8 - 4x$

