

nova  
**eja**  
EDUCAÇÃO  
PARA JOVENS  
E ADULTOS

# MATEMÁTICA

e suas **TECNOLOGIAS**

Professor

Volume 2 • Módulo 1 • Matemática

GOVERNO DO ESTADO DO RIO DE JANEIRO

Governador  
**Sergio Cabral**

Vice-Governador  
**Luiz Fernando de Souza Pezão**

SECRETARIA DE ESTADO DE EDUCAÇÃO

Secretário de Educação  
**Wilson Risolia**

Chefe de Gabinete  
**Sérgio Mendes**

Secretário Executivo  
**Amaury Perlingeiro**

Subsecretaria de Gestão do Ensino  
**Antônio José Vieira De Paiva Neto**

Superintendência pedagógica  
**Claudia Raybolt**

Coordenadora de Educação de Jovens e adulto  
**Rosana M.N. Mendes**

SECRETARIA DE ESTADO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA

Secretário de Estado  
**Gustavo Reis Ferreira**

FUNDAÇÃO CECIERJ

Presidente  
**Carlos Eduardo Bielschowsky**

PRODUÇÃO DO MATERIAL NOVA EJA (CECIERJ)

Diretoria Adjunta de Extensão  
**Elizabeth Ramalho Soares Bastos**

Coordenadora de Formação Continuada  
**Carmen Granja da Silva**

Diretoria Adjunta de Material Didático  
**Cristine Costa Barreto**

Coordenadores de Matemática  
**Agnaldo Esquinalha**  
**Filipe Iorio**  
**Gisela Pinto**  
**Wallace Vallory Nunes**

Elaboração  
**André Luiz Martins Pereira**  
**Cleber Dias da Costa Neto**  
**Érika Silos de Castro (coordenação)**  
**Gabriela Barbosa**

**Heitor Barbosa Lima de Oliveira (Coordenação)**  
**Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenação)**  
**Luciana Felix da Costa Santos**  
**Luciane de Paiva Moura Coutinho**  
**Patrícia Nunes da Silva**  
**Renata Cardoso Pires de Abreu**  
**Telma Alves**

**Heitor Barbosa Lima de Oliveira**  
**Josemeri Araujo Silva Rocha**  
**Luciana Felix da Costa Santos**  
**Luciane de Paiva Moura Coutinho**  
**Patrícia Nunes da Silva**  
**Renata Cardoso P. de Abreu**  
**Telma Alves**

Revisão de Língua Portuguesa  
**José Meyohas**

Coordenação de  
Desenvolvimento Instrucional  
**Flávia Busnardo**  
**Paulo Vasques de Miranda**

Desenvolvimento Instrucional  
**Juliana Bezerra da Silva**

Coordenação de Produção  
**Fábio Rapello Alencar**

Projeto Gráfico e Capa  
**Andreia Villar**

Imagem da Capa e da Abertura das Unidades  
<http://www.sxc.hu/photo/475767>

Diagramação  
**Alexandre d' Oliveira**  
**Alessandra Nogueira**  
**André Guimarães**  
**Andreia Villar**  
**Bianca Lima**  
**Bruno Cruz**  
**Carlos Eduardo Vaz**  
**Juliana Fernandes**

Ilustração  
**Bianca Giacomelli**  
**Clara Gomes**  
**Fernando Romeiro**  
**Jefferson Caçador**  
**Sami Souza**

Produção Gráfica  
**Verônica Paranhos**

# Sumário

**Unidade 6 • Proporcionalidade e semelhança de polígonos** **5**

---

**Unidade 7 • Cálculo de Área** **35**

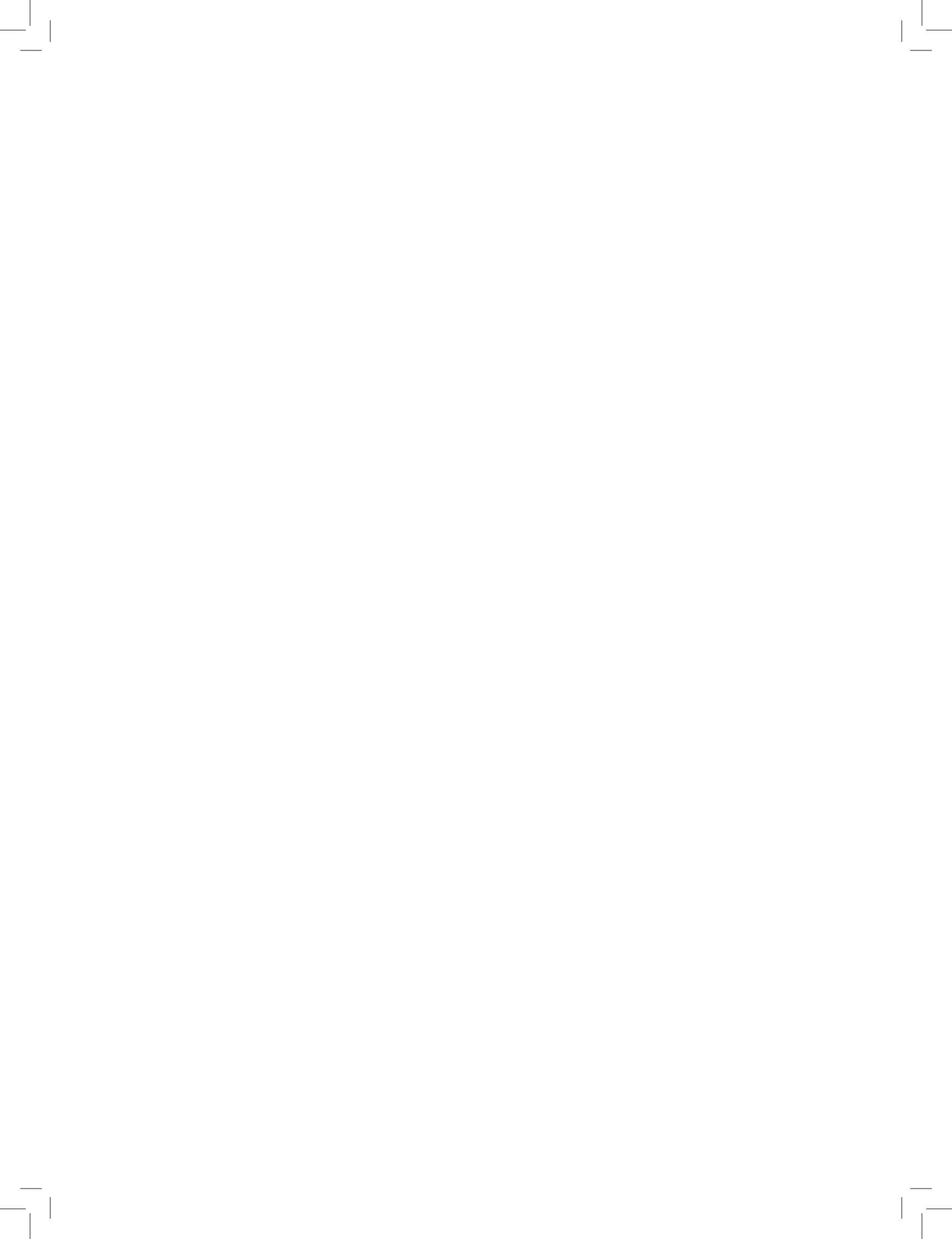
---

**Expansão 01 • Números naturais** **57**

---

**Expansão 02 • Circunferência e polígonos regulares** **83**

---



# Proporcionalidade e semelhança de polígonos

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenação), Luciane de Paiva Moura Coutinho.

## Introdução

A unidade 6 do material do aluno começa com uma conversa sobre uma receita simples de preparação de um refresco de fruta a partir de um suco concentrado. Dá-se, então, a introdução ao assunto proporcionalidade e semelhança de polígonos.

Com o intuito de ampliar as possibilidades de exploração do tema em suas aulas, preparamos para você, professor, um material complementar. A idéia é enriquecer a abordagem dos objetivos do módulo do aluno, que são os seguintes:

- Identificar uma proporção;
- Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
- Resolver problemas que envolvam aplicações do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras;

A nossa sugestão é que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, para isso, trazemos duas propostas. Em Número de Ouro os alunos deverão verificar se o número de ouro está presente ou não nas figuras sugeridas com auxílio de algumas ferramentas oferecidas por um software. Já em Bife na Chapa, os alunos ouvirão um áudio onde um jovem utiliza a Matemática para garantir o emprego de auxiliar de cozinha.

Para as aulas seguintes, trazemos algumas sugestões de atividades referentes às seções do material do aluno. Para a Seção 1, que fala sobre Razões e Proporções, apresentamos a atividade A Matemática das plantas de casas e mapas, onde os alunos farão uma atividade envolvendo as escalas de plantas de casas e mapas.

Já para a Seção 3, temos a atividade A construção, em que os alunos assistirão a uma animação on line e, em seguida, serão convidados a resolver problemas utilizando proporcionalidade e regra de três. Temos também a atividade Exercícios on Line, em que os alunos deverão resolver problemas propostos on line utilizando regra de três simples.

Para a Seção 4, trazemos várias atividades. Em Medindo sem se molhar, os alunos utilizarão os conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas. Em Uma aplicação do Teorema de Thales, os alunos poderão se familiarizar com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Thales. Na atividade Quebra-cabeça de Pitágoras, os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça, ao passo que na atividade Deduzindo as relações métricas num triângulo retângulo, poderão vivenciar uma problematização das relações métricas de um triângulo retângulo.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. O segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento das atividades que sugerimos estão nas tabelas e nos textos a seguir.

## Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	1	1	6	4 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Proporcionalidade e semelhança de polígonos	Proporcionalidade e semelhança de polígonos
Objetivos da unidade	
Identificar uma proporção	
Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais	
Resolver problemas que envolvam aplicações do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	237 e 238
Seção 1 – Razões e proporções	239 a 242
Seção 2 – Ajustando as unidades de medida ao contexto: múltiplos submúltiplos	242 a 243
Seção 3 – Razão entre as medidas de duas grandezas	244 a 250
Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria - Teorema de Tales e triângulos semelhantes	251 a 261
Resumo	262
Veja ainda	262
O que perguntam por aí?	271

# Recursos e ideias para o Professor

## Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



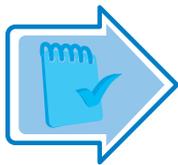
### Folha de atividades

Atividades que requerem a reprodução e distribuição de folhas de atividades disponíveis neste material para que possam ser aplicadas conforme planejadas.



### Ferramentas

Atividade que requer o uso de algum recurso tecnológico em sala ou laboratório, como o computador ou material concreto, para sua execução



### Avaliação

Sugestão de um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas..

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Número de Ouro	Computadores com acesso à internet	Os alunos deverão verificar se o número de ouro está presente nas figuras sugeridas com auxílio de algumas ferramentas oferecidas pelo software disponível em <a href="http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-paintings-br.html">http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-paintings-br.html</a> .	As atividades podem ser realizadas em duplas ou conforme a disponibilidade de computadores do laboratório de informática.	40 minutos
	Bife na Chapa	Computador com som e acesso à internet	Alunos ouvirão um áudio disponível em: <a href="http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302">http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302</a> , onde um jovem utiliza Matemática para garantir o emprego de auxiliar de cozinha	Grupos de 3 ou 4 alunos.	40 minutos

## Seção 1 – Razões e proporções

Páginas no material do aluno

**239 a 242**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Matemática das plantas de casas e mapas.	Computador com acesso à internet.	Os alunos farão uma atividade envolvendo as escalas de plantas de casas e mapas.	Duplas	40 minutos

### Seção 3 – Razão entre as medidas de duas grandezas

Páginas no material do aluno

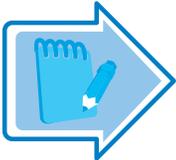
244 a 250

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A construção	Computador com acesso à internet	Os alunos assistirão a uma animação disponível em <a href="http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm">http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm</a> . Ao longo da animação, serão convidados a resolver problemas utilizando proporcionalidade e regra de três.	Duplas	40 minutos

### Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria - Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios on line	Computador com acesso à internet	Os alunos deverão resolver problemas propostos on line utilizando regra de três simples. Os exercícios estão disponíveis em <a href="http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php">http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php</a>	Duplas	40 minutos
	Medindo sem se molhar	Cópias da folha de atividades, régua, esquadros	Atividade onde os alunos utilizarão os conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas	Duplas.	40 minutos
	Uma aplicação do Teorema de Tales	Folhas de papel A4	A atividade propõe familiarizar os alunos com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Tales	Duplas	40 minutos



Quebra-cabeça de Pitágoras	Uma ficha com o tabuleiro e uma ficha com peças para serem recortadas como as que seguem no DVD para cada dupla.	Atividade em que os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça	Duplas	40 minutos
----------------------------	--	--	--------	------------



Deduzindo as relações métricas num triângulo retângulo	Duas fichas como as que seguem no DVD para cada dupla	Atividade que propõe uma problematização das relações métricas de um triângulo retângulo	Duplas	40 minutos
--	---	--	--------	------------

### Avaliação - Momento de Reflexão

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas / dissertativas, a serem escolhidas pelo professor	Individual	40 minutos

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Número de Ouro	Computadores com acesso à internet	Os alunos deverão verificar se o número de ouro está presente nas figuras sugeridas com auxílio de algumas ferramentas oferecidas pelo software disponível em <a href="http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-paintings-br.html">http://www.uff.br/cdme/rza/rza-html/rza-paintings-br.html</a> .	As atividades podem ser realizadas em duplas ou conforme a disponibilidade de computadores do laboratório de informática.	40 minutos

### Aspectos operacionais

Como a atividade sugere que cada dupla investigue pelo menos duas figuras, seria bastante interessante que todas as figuras fossem investigadas.

Esta atividade, além de trabalhar a razão áurea, confirmando algumas verdades e desmistificando algumas lendas a respeito do número de ouro, apresenta uma boa oportunidade para que o aluno amplie um pouco mais seu horizonte cultural. Ele poderá conhecer ou aprofundar seus conhecimentos a respeito das obras Mona Lisa e San Gerolamo de Leonardo da Vinci, da ilustração O Homem Vitruviano, também de Leonardo da Vinci, da obra La Parade de Cirque do pintor Georges Pierre e da ilustração Der Mensch das Mass aller Dinge, presente no livro Bauordnungslehre de Ernest Neufert. Você pode realizar um trabalho interdisciplinar e pedir para os professores de artes e/ou história falarem um pouco a respeito dessas obras para a turma.

Caso a turma ainda não esteja familiarizada a respeito do que é a razão áurea, acesse, no software, o link "Clique aqui para acessar a página principal". Lá os alunos encontrarão todo o material necessário para entender e tirar qualquer dúvida a respeito da razão áurea. Caso ache mais interessante, faça uma breve revisão a respeito do tema.

### Aspectos pedagógicos

Como a atividade sugere que cada grupo investigue pelo menos duas figuras, seria bastante interessante que todas as figuras fossem investigadas.

Esta atividade trabalha a razão áurea, confirmando algumas verdades e desmistificando algumas lendas a respeito do número de ouro. Além disso, ela apresenta uma boa oportunidade para que o aluno amplie um pouco mais seu horizonte cultural, conhecendo ou aprofundando seus conhecimentos a respeito das obras Mona Lisa e San Gerolamo de Leonardo da Vinci, da ilustração O Homem Vitruviano, também de Leonardo da Vinci, da obra La Parade de Cirque do pintor Georges Pierre e da ilustração Der Mensch das Mass aller Dinge, presente no livro Bauordnungslehre de Ernest Neufert. Você pode realizar um trabalho interdisciplinar e pedir para o professor de artes e/ou história falarem um pouco a respeito dessas obras para a turma.

Caso a turma ainda não esteja familiarizada a respeito do que é a razão áurea acesse em "Clique aqui para acessar a página principal". Lá os alunos encontrarão todo material necessário para entender e tirar qualquer dúvida a respeito da razão áurea. Caso ache mais interessante, faça uma breve revisão a respeito do tema.

Se não for possível utilizar o laboratório de informática de sua escola, leve para a sala de aula um notebook com internet e Datashow. Permita que alguns alunos manipulem o software e discuta com a turma as possíveis soluções do problema.

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bife na Chapa	Computador com som e acesso à internet	Alunos ouvirão um áudio disponível em: <a href="http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302">http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302</a> , onde um jovem utiliza Matemática para garantir o emprego de auxiliar de cozinha	Grupos de 3 ou 4 alunos.	40 minutos

## Aspectos operacionais:

Professor, acesse o áudio do primeiro módulo, disponível em <http://m3.ime.unicamp.br/recursos/1302> e reproduza-o para a turma. Em seguida, peça para que se dividam em grupos de 3 ou 4 alunos.

Na primeira parte do áudio, o problema "Qual o tempo mínimo necessário para assar três bifés em uma chapa com capacidade máxima de dois bifés, sendo que cada metade de um bife demora 5 minutos para assar?" é proposto e resolvido.

No final do áudio, um novo problema é sugerido: "Quanto tempo seria necessário para assar 36 bifés em uma chapa com capacidade máxima de 8 bifés, sendo que cada metade de um bife demora 5 minutos para assar?"

Estabeleça um tempo (sugestão de 20 minutos) para que, em grupos, os alunos tentem solucionar o problema. Ao final desse tempo, peça que cada grupo mostre sua solução e qual foi o resultado obtido para toda a turma. Reproduza, em seguida, o segundo módulo do áudio, em que a solução é apresentada.

## Aspectos pedagógicos:

Essa atividade é interessante porque utiliza os conceitos de proporcionalidade e regra de três de maneira intuitiva, sendo uma ótima oportunidade para a introdução dos assuntos que serão trabalhados nas seções posteriores.

Antes que os alunos comecem a resolver o problema proposto no primeiro módulo do áudio, certifique-se de que os alunos compreenderam o problema inicial - "Qual o tempo mínimo necessário para assar três bifés em uma chapa com capacidade máxima de dois bifés, sendo que cada metade de um bife demora 5 minutos para assar?" - e sua solução: como 3 bifés possuem 6 metades e a chapa assa 2 metades por vez, a chapa será utilizada 3 vezes ( $6/2$ ). Logo, como cada uso corresponde a 5 minutos,  $3 \times 5 = 15$  minutos.

No final do segundo módulo do áudio, você pode montar um esquema para facilitar a compreensão dos alunos que não tenham chegado ao resultado do problema proposto explicando que, como a chapa do segundo problema equivale a 4 chapas do primeiro problema (que assam dois bifés por vez), podemos concluir que a chapa assa  $3 \times 4 = 12$  bifés em 15 minutos. Como são 36 bifés e  $36/12 = 3$  serão gastos  $15 \times 3 = 45$  minutos.

### Seção 1 – Razões e proporções

Páginas no material do aluno

239 a 242

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A Matemática das plantas de casas e mapas.	Computador com acesso à internet.	Os alunos farão uma atividade envolvendo escala de plantas de casas e mapas.	Duplas	40 minutos

## Aspectos operacionais

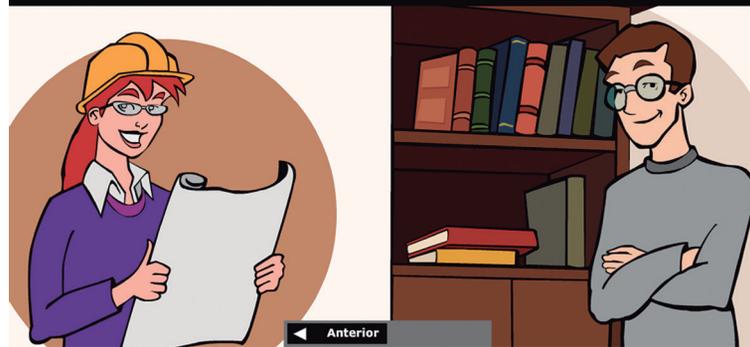
Professor, leve os alunos até o laboratório de informática da escola e peça que se dividam em duplas. Peça a cada dupla que ocupe um computador e acesse [http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Escala/mat\\_escalas.swf](http://sites.unifra.br/Portals/17/Matematica/Escala/mat_escalas.swf).

A atividade é toda auto-explicativa. Primeiramente, o aluno deverá escolher um dos personagens: o pai do avatar Luca, que apresenta a atividade, ou a arquiteta.

Essa atividade será realizada em duas etapas. Primeiramente, peça para que os alunos escolham o pai de Luca. Em um segundo momento, a arquiteta.

## A matemática das plantas de casas e mapas.

Clique sobre um dos personagens para iniciar a atividade.



Ao escolher o pai de Luca, o aluno será conduzido a uma conversa entre ele e o filho a respeito de um mapa da cidade, que foi colocado na praça. Nesta atividade, Luca deverá entender o significado da escala desenhada no mapa.

Ajude Luca a responder em qual escala o mapa foi desenhado. Para isso, assinale a alternativa correta:

O mapa foi feito na escala em que:

- a 1 cm no mapa corresponde a 1000 m ou 1 km na realidade.
- b 1 cm no mapa corresponde a 2 km na realidade.
- c 1 cm no mapa corresponde a 3 km na realidade.



Ao escolher a arquiteta, Luca trava um diálogo com ela a respeito da obra que está sendo realizada em sua casa. Ao longo do diálogo, ela diz a escala em que foi feita a planta da casa e explica a Luca o significado de escala. Em seguida, o aluno deve medir com a régua azul (disponível no canto superior direito da página) o desenho feito pela arquiteta.

Quantos centímetros de comprimento tem a planta que a arquiteta projetou?

cm OK

**Luca:** Quantos centímetros de comprimento teria o desenho da casa que você projetou?

**Arquiteta:** Usando a régua, encontre o comprimento correspondente na planta que estou projetando.



Caso o aluno não faça a medição corretamente, no final da atividade, a arquiteta diz o valor do comprimento da planta da casa. Com base na escala dada no início da atividade (1:100), peça para os alunos descobrirem o real comprimento da casa.

## Aspectos pedagógicos

Professor, na primeira atividade proposta, com a escolha do pai de Luca, espera-se que o aluno entenda que a indicação  significa que neste mapa cada 1 cm corresponde a 1000 m ou 1 km na realidade, como mostra a opção a. É importante deixar claro que essa relação foi desenvolvida neste mapa e que outros mapas podem ser desenhados em outras escalas.

Já na atividade proposta com a escolha da arquiteta, após verificar que a planta mede 9 cm, o aluno poderá utilizar o raciocínio de proporcionalidade para descobrir o comprimento real da casa. Como a cada 1 cm temos 100 cm na realidade, se temos 9 cm, então  $9 \times 100 = 900$  cm, ou 9 m na realidade.

Após essas duas atividades, você pode levar outras duas propostas para a turma:

1ª proposta: Pegar um mapa do seu bairro, da sua cidade, do seu Estado ou até mesmo do país e verificar sua extensão real.

Peça para que os alunos coloquem a reprodução do mapa em uma folha em branco, realize as contas necessárias e coloque o resultado em destaque. Esse trabalho pode ser exposto na sala de aula ou até mesmo no colégio.

2ª proposta: Peça para que os alunos desenhem uma planta da sala de aula ou de qualquer outro lugar interessante, respeitando as dimensões originais e uma escala estabelecida por eles. Essa atividade pode ser feita em grupo. Esse trabalho também pode ser exposto na sala de aula ou até mesmo no colégio.

Na seção 2, você pode retornar a esse problema e pedir que os alunos o resolvam utilizando a estrutura formal da regra de três (já que o raciocínio utilizado é o mesmo).

Auxilie os alunos que encontrarem maiores dificuldades, montando o seguinte esquema:

	Planta	Casa
Escala utilizada (em centímetros)	1	100
Comprimento (em centímetros)	9	x

Então, como a regra de três é diretamente proporcional:

$$\frac{1}{9} = \frac{100}{x}$$

$$1/9 = 100/x$$

$$1 \cdot x = 9 \cdot 100$$

$$x = 900 \text{ cm ou } 9 \text{ m}$$

### Seção 3 – Razão entre as medidas de duas grandezas

Páginas no material do aluno

244 a 250

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	A construção	Computador com acesso à internet	Os alunos assistirão a uma animação disponível em <a href="http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm">http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm</a> . Ao longo da animação, serão convidados a resolver problemas utilizando proporcionalidade e regra de três.	Duplas	40 minutos

### Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos até o laboratório de informática da escola e peça que se dividam em duplas. Peça a cada dupla que ocupe um computador e acesse a animação disponível em [http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim\\_qui\\_aconstrucao.htm](http://www.labvirtq.fe.usp.br/simulacoes/quimica/sim_qui_aconstrucao.htm).

Nessa animação, dois estudantes começam discutindo a respeito da lei de proporções, definida em química. Para entender melhor esta problemática, acabam imaginando uma situação onde um casal quer construir mais um cômodo para o neném que vai chegar. A nova situação envolve a comprar da quantidade de material necessária para a construção do novo quarto tendo como parâmetro o que foi utilizado na construção de outro cômodo. Depois da apresentação das medidas do outro cômodo construído e do quarto de bebê, os alunos são convidados a completar uma tabela.

Complete a tabela com as quantidades de material que serão gastos para fazer as paredes de 3 m e depois confirme sua resposta. Use até 3 casa decimais.

Tijolos (unidades)	Areia (m <sup>3</sup> )	Cimento (Sacos)	Parede
240	1,5	3	1 parede de 12m
			1 parede de 3m
			2 paredes de 3m

CALCULADORA ajuda LabVirt

Ao completar a tabela, o aluno tem o auxílio de uma calculadora e de um ícone ajuda, onde um raciocínio similar é apresentado. Ao completar a tabela, o aluno deve clicar no símbolo “Verificar”, abaixo da tabela. Se os números estiverem corretos, a atividade continua. Caso contrário, o simulador pede para tentar outra vez.

Depois de preencher corretamente a primeira tabela, o aluno deve completar uma nova tabela.

Complete a tabela com as quantidades de material que serão gastos para fazer as paredes de 4 m e depois confirme sua resposta. Use até 3 casa decimais.

Tijolos (unidades)	Areia (m <sup>3</sup> )	Cimento (Sacos)	Parede
240	1,5	3	1 parede de 12m
			1 parede de 4m
			2 paredes de 4m

CALCULADORA 

Por fim, o aluno deve completar uma terceira tabela, para encontrar o total de material que será gasto.

Complete a tabela com as quantidades de material que serão gastos para fazer as paredes de 4 m e de 3 m e depois confirme sua resposta. Use até 3 casa decimais.

Tijolos (unidades)	Areia (m <sup>3</sup> )	Cimento (Sacos)	Parede
120	0,75	1,5	2 parede de 3 m
160	1	2	2 parede de 4 m
			2 paredes de 3m + 2 paredes de 4m

CALCULADORA 

Em seguida, problemas relacionados à química são apresentados

Resolva o exercício. Use até 2 casas decimais.

$4\text{Fe} + 3\text{O}_2 = 2\text{Fe}_2\text{O}_3$		
224 g	96 g	320 g
36 g	X g	Y g
X =	Y =	

CALCULADORA ajuda 

## Aspectos pedagógicos

Professor, essa atividade é bastante rica, pois apresenta, de uma só vez, duas situações em que a proporcionalidade e a regra de três podem ser utilizadas para resolver situações cotidianas. Primeiramente, é apresentado um problema de química pouco usual. Depois, para construir o raciocínio, o autor utiliza um problema cotidiano, que envolve a quantidade de material necessário para a realização de uma obra, utilizando um parâmetro – no caso, uma construção já realizada anteriormente.

### Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria - Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios on Line	Computador com acesso à internet	Os alunos deverão resolver problemas propostos on line utilizando regra de três simples. Os exercícios estão disponíveis em <a href="http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php">http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php</a>	Duplas	40 minutos

## Aspectos operacionais

Professor, leve ao alunos até o laboratório de informática da escola e peça que se dividam em duplas. Peça a cada dupla que ocupe um computador e acesse o link [http://www.estudamos.com.br/regra\\_de\\_tres/index.php](http://www.estudamos.com.br/regra_de_tres/index.php).

Na página, eles encontrarão, primeiramente, um problema resolvido utilizando regra de três. Em seguida, serão propostos alguns outros. Basta o aluno clicar no problema para que ele seja apresentado. Toda a estrutura da regra de três já aparece esquematizada. O aluno deve completar cada espaço com os números correspondentes. O programa mostrará uma indicação de certo ou errado assim que os problemas forem respondidos.

## Aspectos pedagógicos

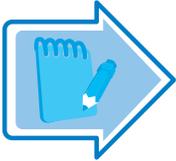
São quinze os problemas propostos. Caso sinta que a turma não conseguirá realizá-los em um tempo de aula, você pode propor menos problemas ou dar continuidade à resolução em aulas posteriores.

Essa atividade tem alguns aspectos interessantes. Primeiramente, ela estimula o aluno a realizar – e, conseqüentemente, praticar - o tema que está sendo estudado de maneira dinâmica, uma vez que é on line. Além disso, o fato de o problema apresentar a construção da resposta de maneira estruturada ajuda o aluno a internalizar e compreender o passo a passo necessário para a realização do cálculo utilizando regra de três simples.

## Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

**251 a 261**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Medindo sem se molhar	Cópias da folha de atividades, réguas, esquadros	Atividade onde os alunos utilizarão os conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas	Duplas.	40 minutos

### Aspectos operacionais

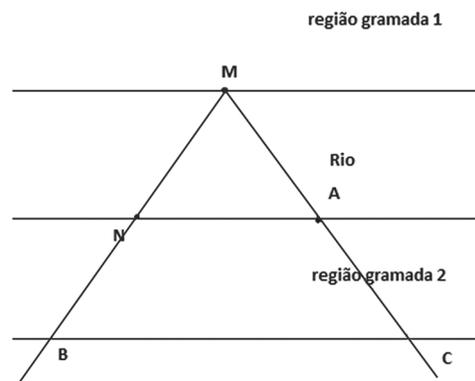
Professor, esta é uma atividade simples em que os alunos utilizarão seus conhecimentos de semelhança de triângulos para resolver um problema que envolve medidas indiretas. A ideia é medir a distância entre dois pontos situados nas margens opostas de um rio sem precisar atravessá-lo.

Para começar, você pode refletir com a sua turma sobre a obtenção de medidas indiretas, ou seja: como é possível medir uma distância que, muitas vezes, não podemos percorrer? Como se obtém a altura de um morro ou de um prédio muito alto? E a distância entre duas ilhas observadas quando nos sentamos na areia da praia? E a largura de um rio?

Nossa sugestão é que você reflita sobre este assunto, mas procure não dar respostas definitivas. Ao contrário, quando as dúvidas e questionamentos dos alunos começarem a surgir, entregue uma ficha como a que segue em anexo para cada dupla e marque um tempo para que eles resolvam a situação ali proposta. Perceba que a atividade requer a utilização de régua e par de esquadros. Se for preciso, peça previamente aos alunos que tragam estes materiais. Ao final, reserve um tempo para que eles exponham suas soluções.

## Aspectos pedagógicos

Professor, esta é uma boa oportunidade para mostrarmos as aplicações da Matemática a outras áreas como a Cartografia, as várias Engenharias e mesmo a Arquitetura. Isso nos leva ainda a refletir de uma forma mais ampla sobre a importância de estudarmos Geometria. Os conceitos e propriedades da Geometria nos permitem, muitas vezes, obter medidas indiretas. Estamos propondo um problema que envolve semelhança de triângulos, mas você pode comentar com seus alunos que, além da semelhança, a trigonometria pode ajudar muito nestes casos. Seguindo os passos propostos na ficha, eles devem chegar a desenhos semelhantes ao que segue:



Observando este desenho, é importante que eles reconheçam que os triângulos MNA e MBC são semelhantes. Além disso, se chamarmos de  $x$  a medida do segmento MN, o segmento MB poderá ser expresso por  $x + 30$  e poderemos escrever:

$$\frac{x}{x + 30} = \frac{25}{40}$$

E concluir que a distância entre os pontos M e N é  $x = 50$  m. Em resumo, foi possível descobrir tal distância sem precisar se molhar.

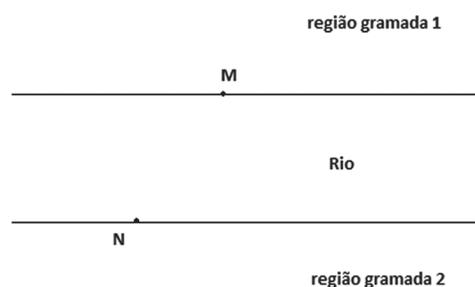
## Folha de atividades

Nome da escola: \_\_\_\_\_

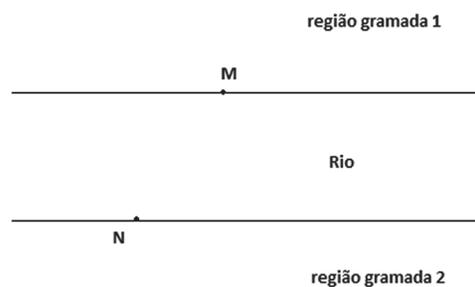
Nome: \_\_\_\_\_

É possível descobrir a distância entre dois pontos situados nas margens opostas de um rio sem precisar entrar na água? Para responder esta questão, siga os passos a seguir.

1. Observe o desenho a seguir. Trata-se da figura de um rio cujas margens são paralelas. Pretendemos descobrir a distância entre os pontos MN. Atenção: Não adianta medir com a régua. Temos apenas um esboço da situação!



2. Você concorda que não é necessário atravessar o rio para marcar um ponto A qualquer que está na mesma margem que o ponto N? Se concordar, faça isso.
3. Agora trace uma reta paralela à margem NA que passe por qualquer ponto da região gramada 2.
4. Por fim, marque sobre a paralela à margem que você acabou de traçar, os pontos B e C que ficam alinhados, respectivamente, com os pares de pontos M e N e N e A.



Você concorda que os segmentos NB, NA e BC podem ser medidos facilmente, sem que seja necessário entrar na água? Suponha que você já obteve estas medidas e que elas são  $NB = 30$  m,  $NA = 25$  m e  $BC = 40$  m. Agora, aplicando seus conhecimentos de semelhança de triângulos, calcule a distância entre os pontos M e N.

## Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Uma aplicação do Teorema de Tales	Folhas de papel A4	A atividade propõe familiarizar os alunos com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Tales	Duplas	40 minutos

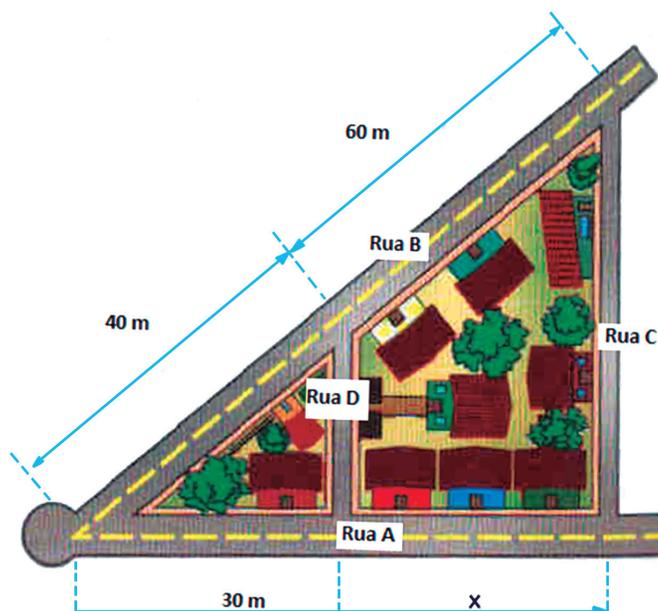
### Aspectos operacionais

Professor, nossa ideia nesta atividade é familiarizar os alunos com os principais conceitos relacionados ao Teorema de Tales e explorar coletivamente uma situação problema cuja solução envolve tais conceitos. Primeiramente, você pode entregar uma folha de papel A4 para cada dupla e pedir aos alunos que façam uma planta do bairro ou, pelo menos, do quarteirão onde a escola se situa. Em seguida, peça que apresentem as plantas produzidas. Certamente nestas apresentações, os alunos empregarão expressões como “paralela”, “transversal” e “perpendicular”, entre outras.

Dando sequência, você pode ainda colocar um desenho semelhante ao que segue no quadro e pedir aos alunos que identifiquem as ruas que são paralelas e as ruas que são transversais a estas paralelas.



E, acrescentando as medidas que apresentamos a seguir, pedir aos alunos que calculem a distância x.



## Aspectos pedagógicos

Professor, quando usamos o espaço real para introduzir conceitos geométricos, precisamos tomar alguns cuidados. O principal deles é deixar sempre claro para os alunos que os elementos da realidade se assemelham aos conceitos geométricos, mas não são cópias fiéis deles. Por exemplo, no caso da situação que propomos nesta atividade, as ruas paralelas se assemelham a retas paralelas, mas, na verdade, sequer são retas, dado que elas têm um início e um fim enquanto as retas são infinitas. Contudo, é importantíssimo construir um vocabulário adequado para o trato de situações que envolvem o Teorema de Thales e partir da realidade pode ajudar bastante o seu trabalho, professor. Se, durante as apresentações, seus alunos não empregarem as expressões “paralelas” e “transversais”, é aconselhável que você introduza estes termos com base nos desenhos que surgirem.

Observe ainda que o desenho que sugerimos foge ao modelo clássico de desenho utilizado na apresentação do Teorema de Thales pela maioria dos livros didáticos. No nosso desenho, as retas paralelas são verticais. Aproveite para refletir com seus alunos sobre esta possibilidade. Se você não fizer isso, alguns poderão construir a ideia equivocada de que as paralelas devem ser sempre horizontais para que o Teorema possa ser empregado.

Por fim, aplicando o Teorema de Thales, você pode escrever com o auxílio dos alunos a proporção:

$$\frac{40}{60} = \frac{30}{x}$$

E concluir com a turma que  $x = 45$  m.

## Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

Páginas no material do aluno

251 a 261

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Quebra-cabeça de Pitágoras	Uma ficha com o tabuleiro e uma ficha com peças para serem recortadas como as que seguem no DVD.	Atividade em que os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça	Duplas	40 minutos

### Aspectos operacionais

Professor, nesta atividade os alunos terão a oportunidade de deduzir o Teorema de Pitágoras a partir da montagem de um quebra-cabeça.

Para começar, peça que os alunos se dividam em duplas, entregue uma ficha de cada tipo (modelos em anexo) para cada dupla e peça que recortem as peças da ficha 2. Em seguida, faça uma análise do tabuleiro apresentado na ficha 1. É importante que eles identifiquem um triângulo retângulo e três quadrados distintos e reconheçam que  $a^2$ ,  $b^2$  e  $c^2$  são termos que expressam, respectivamente, as áreas dos quadrados grande, médio e pequeno. As regras do jogo são:

Regra 1: O jogo é formado por duas rodadas. Ganha o jogo a dupla que cumprir as duas rodadas no menor tempo.

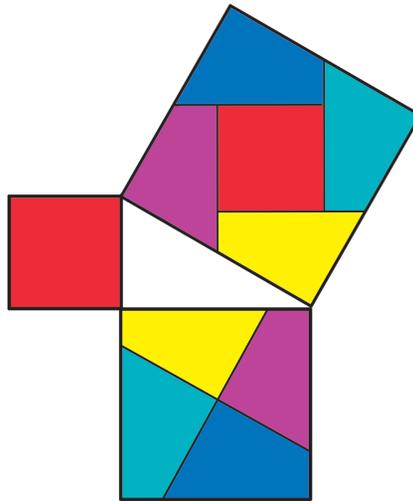
Regra 2: A primeira rodada consiste em cobrir os quadrados pequeno e médio do tabuleiro usando todas as peças sem, contudo, sobrepô-las.

Regra 3: A segunda rodada consiste em cobrir o quadrado grande do tabuleiro também usando todas as peças sem sobrepô-las.

Perceba que você pode modificar a regra 1 e tratar cada rodada como um jogo separado. O importante é que, ao final das duas rodadas, você questione seus alunos, levando-os a concluir que a área do quadrado grande é igual à soma das áreas dos quadrados pequeno e médio.

## Aspectos pedagógicos

Professor, a figura a seguir mostra a arrumação das peças na primeira e na segunda rodada.



Note que estamos usando um argumento relacionado a áreas para mostrar um enunciado que estabelece uma relação entre medidas lineares (a medida da hipotenusa e as medidas dos catetos). Isto pode não ser tão trivial para os alunos. Por isso, insistimos na importância de você destacar durante o jogo que o quadrado da hipotenusa nada mais é do que a área do quadrado cujo lado é a hipotenusa. Do mesmo modo, os quadrados dos catetos nada mais são do que as áreas dos quadrados cujos lados são os catetos.

### Seção 4 – Proporcionalidade e Geometria- Teorema de Tales e triângulos semelhantes

*Páginas no material do aluno*

**251 a 261**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Deduzindo as relações métricas num triângulo retângulo	Duas fichas como as que seguem no DVD para cada dupla	Atividade que propõe uma problematização das relações métricas de um triângulo retângulo	Duplas	40 minutos

## Aspectos operacionais

Para começar, você pode entregar a ficha 1 (em anexo) para cada dupla e questionar sobre quantos triângulos podem ser observados na figura. Além disso, você também pode pedir aos alunos que identifiquem os ângulos de cada triângulo, as letras que indicam as medidas dos lados, a altura relativa à hipotenusa e as projeções dos catetos sobre a hipotenusa do triângulo maior. Acreditamos que, neste momento, alguns alunos tenham dificuldades para reconhecer que os ângulos CAH e BAH medem, respectivamente,  $\beta$  e  $\alpha$ . Por isso, aconselhamos que você entregue a ficha 2, que apresenta os três triângulos da ficha 1 desenhados separadamente, e peça que recortem as figuras que encontraram, manipulando-as e sobrepondo-as. Para finalizar, você pode desenhar tabelas como as que seguem e preenchê-las com o auxílio da turma.

Tabela do triângulo ABC

Lado oposto ao ângulo $\alpha$	
Lado oposto ao ângulo $\beta$	
Lado oposto ao ângulo de $90^\circ$	

Tabela do triângulo AHB

Lado oposto ao ângulo $\alpha$	
Lado oposto ao ângulo $\beta$	
Lado oposto ao ângulo de $90^\circ$	

Tabela do triângulo AHC

Lado oposto ao ângulo $\alpha$	
Lado oposto ao ângulo $\beta$	
Lado oposto ao ângulo de $90^\circ$	

Com base nestas tabelas, você pode, usando a semelhança entre os pares de triângulos ABC e AHB, ABC e AHC e AHB e AHC deduzir com a turma as relações métricas de um triângulo retângulo.

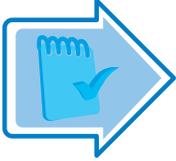
## Aspectos pedagógicos

Professor, apesar da aparência, esta é uma atividade de resolução de problemas. Não estamos propondo uma clássica lista de problemas para que os alunos resolvam, mas acreditamos que os questionamentos que você poderá propor enquanto os seus alunos manipulam as peças recortadas servirão para problematizar as relações métricas de um triângulo retângulo.

Desde o início da atividade é aconselhável que você esteja atento às respostas da turma, pois alguns questionamentos, cujas respostas nos parecem óbvias, podem não ser óbvios para nossos alunos. Por exemplo, na análise da figura da ficha 1, alguns alunos podem considerar que há apenas dois triângulos, o AHB e o AHC, desconsiderando o triângulo ABC. Também não é elementar reconhecer que os ângulos CAH e BAH medem, respectivamente,  $\beta$  e  $\alpha$  - e é nesse sentido que destacamos a importância de os alunos recortarem e manipularem as figuras da ficha 2. A manipulação associada à ideia de que, no triângulo ABC,  $\beta + \alpha = 90^\circ$  pode contribuir para a compreensão dos alunos. Perceba

ainda que as tabelas nos ajudam a reconhecer não só que os triângulos são semelhantes, mas também a identificar os ângulos homólogos. Vale sempre lembrar que, se dois triângulos são semelhantes, os lados de um são proporcionais aos lados homólogos do outro. Os ângulos congruentes são chamados ângulos correspondentes. Os lados opostos aos ângulos correspondentes, por sua vez, são chamados lados homólogos. Em síntese, da semelhança dos triângulos AHC e ABC, você pode deduzir que  $bc = ah$  e que  $b^2 = am$ ; da semelhança dos triângulos AHB e ABC, você pode deduzir que  $c^2 = an$ ; e, da semelhança dos triângulos AHB e AHC, você pode deduzir que  $h^2 = mn$ .

## Avaliação - Momento de Reflexão

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas / dissertativas, a serem escolhidas pelo professor	Individual	40 minutos

## Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir

### Etapa 1: Registro de aprendizagem (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades, disponível para reprodução no DVD, as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões, que podem complementar as que você normalmente usa para avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas. Para facilitar, listamos, novamente, os objetivos de aprendizagem desta unidade:

- Identificar uma proporção;
- Resolver problemas que envolvam grandezas diretamente e inversamente proporcionais;
- Resolver problemas que envolvam aplicações do Teorema de Tales e do Teorema de Pitágoras;

Para ajudá-lo nos seus registros, sugerimos as questões a seguir, disponíveis na folha de atividades:

**Questão 1:** Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

**Questão 2:** Há alguma situação do cotidiano que você julgue importante e que envolve os conhecimentos aqui apresentados?

**Questão 3:** O quadro a seguir refere-se ao preço da gasolina e à distância percorrida com um litro do combustível. Complete-o adequadamente, respeitando a proporcionalidade:

Quantidade (litros)	Preço (reais)	Distância (Km)
1	?	12
?	9	36
4	?	?

**Questão 4:** Sabe-se que a medida real de 108 m é representada num mapa por 1 cm.

Pode-se dizer que a escala é :

- (A)  $\frac{1}{108}$    (B)  $\frac{1}{1080}$    (C)  $\frac{1}{10800}$    (D)  $\frac{1}{108000}$    (E)  $\frac{1}{1080000}$

**Questão 5:** Atualmente, João está com 12 anos de idade, enquanto Maria tem 10 anos idade. Daqui a 8 anos, qual será a razão entre as idades de João e Maria?

- (A)  $\frac{3}{2}$    (B)  $\frac{1}{3}$    (C)  $\frac{10}{9}$    (D)  $\frac{5}{6}$    (E)  $\frac{7}{8}$

Sugerimos também que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, que deverão ser entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões apresentadas.

## Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão objetiva e de uma discursiva que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade.

### Sugestões de questões objetivas para a avaliação:

#### Questão 1:

Uma torneira "A" enche um tanque de 150 litros em 1 hora. A torneira "B" tem a mesma capacidade da "A". Qual o tempo necessário para as duas torneiras encherem um tanque de 300 litros?

- (A) 1 hora    (B) 2 horas    (C) 30 minutos    (D) 40 minutos    (E) 50 minutos

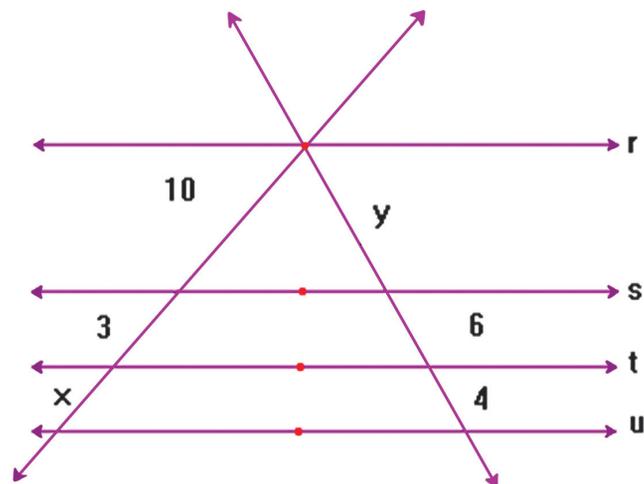
#### Questão 2:

A razão entre o comprimento e a largura de uma piscina é de  $\frac{2}{5}$ . Sabendo-se que a diferença entre o comprimento e a largura é 9 m, o valor da largura é:

- (A) 10 m    (B) 8 m    (C) 6 m    (D) 4 m    (E) 2m

#### Questão 3:

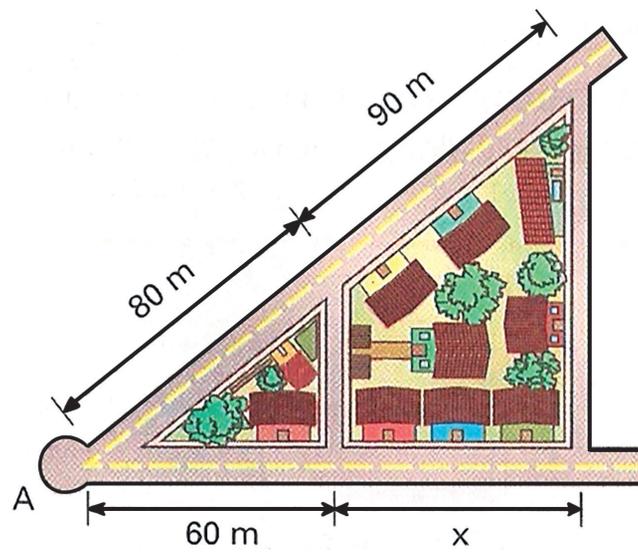
Os valores de  $x$  e  $y$  na figura a seguir são respectivamente:



- (A)  $\frac{3}{2}$  e 10    (B) 3 e 20    (C)  $\frac{3}{2}$  e 20    (D) 3 e 10    (E)  $\frac{3}{2}$  e 15

#### Questão 4:

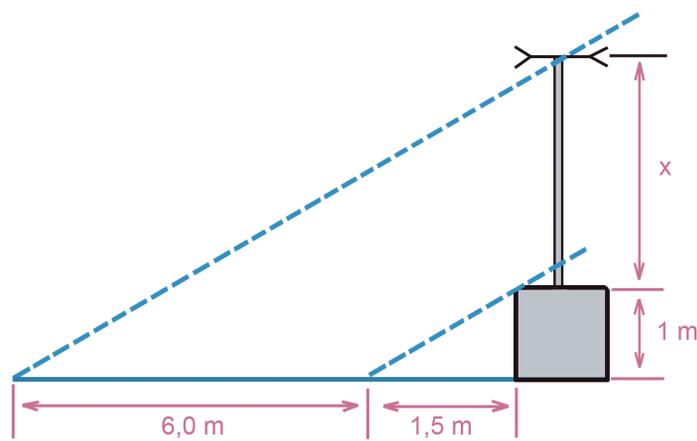
A figura a seguir nos mostra duas avenidas que partem de um mesmo ponto A e cortam duas ruas paralelas. Na primeira avenida, os quarteirões determinados pelas ruas paralelas tem 80 m e 90 m de comprimento, respectivamente. Na segunda avenida, um dos quarteirões determinados mede 60 m. Qual o comprimento aproximado do outro quarteirão?



- (A) 75 m      (B) 73 m      (C) 70 m      (D) 68 m      (E) 65 m

**Questão 5:**

Uma antena de TV é colocada sobre um bloco de concreto. Esse bloco tem 1 m de altura. Em certo instante, a antena projeta uma sombra de 6 m, enquanto o bloco projeta uma sombra de 1,5 m. Nessas condições, qual é a altura da antena?



- (A) 1 m      (B) 2 m      (C) 3 m      (D) 4 m      (E) 5 m

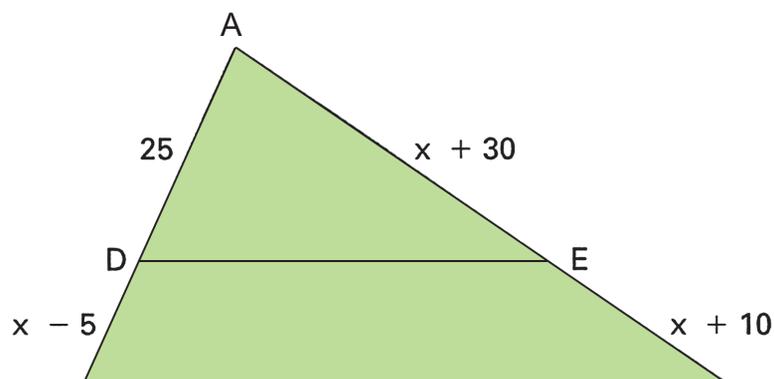
## Respostas das questões objetivas sugeridas.

1. (A)    2. (C)    3. (C)    4. (D)    5. (D)

## Sugestões de questões discursivas para a avaliação:

### Questão 1:

No triângulo ABC da figura, sabe-se que  $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ . Calcule as medidas dos lados  $\overline{AB}$  e  $\overline{AC}$  do triângulo.



### Questão 2:

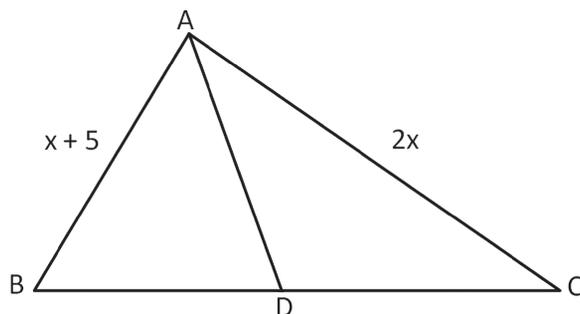
A grandeza P é diretamente proporcional a Q, enquanto Q é inversamente proporcional a R. A partir de um exemplo, julgue a afirmação: "P é inversamente proporcional a R".

### Questão 3:

O quadrado Q1 tem lado a, enquanto o quadrado Q2 tem lado 2a. Determine a razão entre as áreas de Q1 e Q2.

### Questão 4:

Se  $\overline{AD}$  é bissetriz de  $\hat{A}$ . Sendo  $BD = 8$  e  $CD = 9$ , determine o valor de x.



**Questão 5:**

Uma empresa tem 750 funcionários e comprou marmitas individuais congeladas suficientes para o almoço deles durante 25 dias. Se essa empresa tivesse mais 500 empregados, a quantidade de marmitas já adquiridas seria suficiente para quantos dias?

**Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas:****Questão 1:**

De acordo com o teorema de Tales, tem-se  $\frac{25}{x-5} = \frac{x+30}{x+10}$  donde resulta que  $x=20$ .

**Questão 2:**

(a) P diretamente proporcional a Q :  $P = a Q$

(b) Q inversamente proporcional a R:  $Q = b/r$

De (a) e (b), resulta que  $P = ab/R$  de modo que P é inversamente proporcional a R. Você pode usar o exemplo das grandezas preço, quantidade de combustível e distância.

**Questão 3:**

O quadrado Q1 possui área  $a^2$ , enquanto o quadrado Q2 possui área  $4a^2$ . A razão entre as áreas é  $1/4$ .

**Questão 4:**

De acordo com o teorema da bissetriz interna, temos:

$$\frac{x+5}{8} = \frac{2x}{9}$$

donde resulta que  $x = 45/7$

**Questão 5:**

Trata-se de uma regra de três inversa: quanto mais funcionários, menos dias durará a comida. Se d é o número de dias e h o número de funcionários, então vale que:

$$d = k \frac{1}{h}$$

A informação do problema dá que  $d = 25$  e  $h = 750$ , donde  $k = 25 \times 750$ . Daí, se o número de homens é aumentado de 500, temos:

$$d = (25 \times 750) \frac{1}{(750 + 500)} = 15 \text{ dias}$$

## Folha de atividades

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Leia atentamente as questões abaixo e tente responde-las.

**Questão 1:** Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

---

---

---

**Questão 2:** Há alguma situação do cotidiano que você julgue importante e envolve os conhecimentos aqui apresentados?

---

---

---

**Questão 3:** O quadro a seguir refere-se à gasolina. Complete-o adequadamente, respeitando a proporcionalidade:

Quantidade (litros)	Preço (reais)	Distância (Km)
1	?	12
?	9	36
4	?	?

**Questão 4:** Sabe-se que a medida real de 108 m é representada num mapa por 1 cm.

Pode-se dizer que a escala é :

- (A)  $\frac{1}{108}$     (B)  $\frac{1}{1080}$     (C)  $\frac{1}{10800}$     (D)  $\frac{1}{108000}$     (E)  $\frac{1}{1080000}$

**Questão 5:** Atualmente, João está com 12 anos de idade, enquanto Maria tem 10 anos idade. Daqui a 8 anos, qual será a razão entre as idades de João e Maria?

- (A)  $\frac{3}{2}$     (B)  $\frac{1}{3}$     (C)  $\frac{10}{9}$     (D)  $\frac{5}{6}$     (E)  $\frac{7}{8}$

# Cálculo de Área

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela dos Santos Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenadora) e Luciane de Paiva Moura Coutinho

## Introdução

Na unidade 7 do material do aluno são apresentadas algumas situações que envolvem o cálculo de área de polígonos irregulares e também o cálculo da área de um círculo.

Ao iniciar este módulo é importante que você tenha uma visão ampla da proposta apresentada. O mundo em que vivemos é feito de formas geométricas – elas estão nas casas, nos espaços urbanos, nas obras de engenharia, nas artes, na disposição escolhida para os móveis, em pequenas reformas que organizamos em nossos lares. Muitas vezes essas formas geométricas aparecem como polígonos irregulares, como os apresentados no material do aluno.

As atividades aqui descritas procuram ampliar a possibilidade de resolver situações que envolvem os objetivos propostos, utilizando outros métodos de resolução (por exemplo, a decomposição de polígonos em polígonos menores, a utilização de malhas para o cálculo de áreas, etc).

Com este material, você poderá enriquecer a sua aula, usando algumas das atividades propostas a seguir. Elas foram preparadas com carinho e muita dedicação, pensando em você, nos seus interesses, nas suas necessidades e nas suas dúvidas e facilidades. A ideia central que conduziu a produção da equipe foi, a todo o momento, produzir e apresentar propostas que de fato ajudem você a melhor desenvolver seu trabalho pedagógico nas aulas de matemática. É importante que você esteja à vontade para alterar e adaptar estas atividades sempre que isso se fizer necessário.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora. Apresentaremos duas opções de atividade. A primeira irá tratar da área de polígonos irregulares, e a segunda, da área do círculo.

Na atividade disparadora Mapeando o ambiente escolar, os alunos terão a oportunidade de desenhar novamente uma planta baixa de algum ambiente na escola e calcular a medida de sua área. No entanto, o ambiente escolhido dessa vez não pode ter a forma de um polígono regular. A atividade Área do círculo pode ser realizada em grupo, promovendo uma dinâmica entre

os alunos. Nesse momento é esperado que eles percebam que a área do polígono formado pelos recortes de um círculo pode ser calculada pela aproximação da área de um polígono regular já conhecido.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, apresentamos a atividade Área por triangulação, onde o aluno poderá calcular a área de polígonos irregulares usando este método e comparar com o valor encontrado usando o método da malha quadriculada.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão geral do estudo realizado, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. E o segundo deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos em detrimento da reprodução de exercícios feitos anteriormente.

A descrição e o detalhamento das atividades que sugerimos estão nas tabelas e textos a seguir.

## Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	1	7	3 aulas

Título da unidade	Tema
Cálculo de área	Áreas de figuras planas
Objetivos da unidade	
Aplicar o conceito de área de uma figura plana	
Relacionar os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado	
Aplicar os princípios relacionados à equivalência de áreas de figuras planas	
Calcular as áreas das principais figuras planas	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	281 – 282
Seção 1 – Conceito de área de uma superfície	283 – 286
Seção 2 – O metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos	287 – 288
Seção 3 – O tangram	289 – 296
Seção 4 – Área das principais figuras planas	297 – 314
O que perguntam por aí?	315 – 317

# Recursos e ideias para o Professor

## Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



### Folha de atividades

Atividades que requerem a reprodução e distribuição de folhas de atividades disponíveis neste material para que possam ser aplicadas conforme planejadas.



### Ferramentas

Atividade que requer o uso de algum recurso tecnológico em sala ou laboratório, como o computador ou material concreto, para sua execução

## Atividades Iniciais

### Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Mapeando o ambiente escolar	Papel pardo ou papel 40 kg, régua.	O método da triangulação para cálculo de área de polígonos irregulares será utilizado para calcular a área de uma planta baixa de um ambiente da escola.	Grupos de 4 alunos.	30 minutos

### Aspectos operacionais

Nesta atividade propomos o desenho da planta baixa de algum ambiente da escola e o uso do método da triangulação para obter sua área.

A atividade prevê que você e seus alunos conheçam antecipadamente o ambiente escolar. Se for preciso, leve a turma para um passeio pela escola. Note, ainda, que, para que ela faça sentido, é necessário estimular os alunos a optarem pelo desenho da planta baixa de cômodos da escola que possam ser modelados por polígonos irregulares.

Para realizar esta atividade, você irá distribuir uma folha de papel pardo ou 40 kg para cada grupo de alunos. No desenvolvimento da atividade, irá pedir que escolham um cômodo da escola, desenhem sua planta baixa e, em seguida, tentem calcular sua área.

O ato de desenhar a planta de um ambiente começa propondo uma reflexão sobre a relação entre o que será desenhado e o que existe na realidade. Assim, solicita a definição de uma escala e, por fim, a utilização de uma régua.

É importante que você esteja atento à maneira como os alunos desenharam, isto é, como utilizam a régua, e como definem a escala. Vale lembrar que, embora a régua graduada em centímetros seja uma ferramenta comum na escola, mesmo os alunos de níveis de ensino mais elevados podem apresentar dificuldades para usá-la. Um equívoco frequente é considerá-la a partir da indicação do número 1, desprezando-se o centímetro que se antepõe a ela.

No segundo momento da atividade, você irá questioná-los sobre as possibilidades de emprego das fórmulas que eles conhecem para o cálculo de áreas de polígonos regulares para a obtenção da área desejada. E, uma vez constatado que estas fórmulas não podem ser empregadas, peça a eles sugestões sobre o que deve ser feito para calcular

a área desejada. Depois de deixar com que reflitam e discutam por um tempo, você pode apresentar a triangulação como uma alternativa.

## Aspectos pedagógicos

Professor, durante a execução da atividade, é aconselhável que você lembre com seus alunos a fórmula da área do triângulo e também o conceito de altura de um triângulo. Mostre que um triângulo possui três alturas. Dê exemplos de que, independentemente do lado que se tome como base, a área do triângulo não se altera. Uma vez que a planta desenhada esteja dividida em triângulos, os alunos precisarão lançar mão destas ideias para o cálculo da área.

Pode ser útil que os alunos registrem todas as medidas que precisarem obter para o cálculo da área de cada triângulo. A verbalização das medidas obtidas pode não ser suficiente para que eles selecionem adequadamente aquelas que vão ser empregadas em cada cálculo. Enquanto estiverem realizando as medições, peça que preencham uma tabela como a que segue. Isso certamente irá ajudá-los na organização das ideias.

	Base	Altura	Área
Triângulo I			
Triângulo II			
(...)			

Durante a atividade, esteja atento aos cálculos que os alunos efetuam. Muitos alunos ainda apresentam dificuldades na realização de cálculos. Como este não é o foco da aula, sugerimos que você incentive o uso de calculadoras.

É desejável ainda que, ao final dessa atividade, você procure comparar os resultados dos diferentes grupos. No caso de haver um cômodo notadamente maior do que o outro, essa diferença se refletiu nas áreas calculadas? Os grupos que escolheram desenhar a planta baixa de um mesmo cômodo chegaram ao mesmo resultado? Quais as causas das possíveis diferenças?

Completando as discussões iniciadas nesta atividade, não deixe de realizar aquelas que estão presentes no material do aluno.

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Área do Círculo	folha A4, tesoura e cola	A atividade trabalha a área de polígonos irregulares, formados a partir de recortes de um círculo, e compara suas áreas.	4 grupos	30 minutos

### Aspectos operacionais

Para essa atividade, cada grupo receberá um dos quatro círculos de raio  $R$  do arquivo Área do círculo, disponibilizado no pen drive. Peça aos alunos que, com o auxílio de uma tesoura, recortem o círculo dado, os setores circulares e os reagrupem como nas figuras do arquivo. Em seguida, eles deverão colar essa montagem em uma folha A4 em branco. Pergunta-se:

- A figura construída pelo grupo é um polígono regular?
- A que polígono regular a figura se assemelha?
- Quais são as dimensões da figura (altura e comprimento)?
- Como podemos calcular a medida da área da figura que você formou (lembre-se que ela se assemelha a um polígono regular já conhecido)? Qual é a fórmula?
- Qual é a relação entre a medida das áreas da figura construída e do círculo inicial?
- Então, qual é a medida da área do círculo?
- Compare as figuras construídas pelos outros grupos e suas respectivas respostas.

### Aspectos pedagógicos

O primeiro aspecto a ser discutido com a turma é sobre a figura construída ser um polígono irregular, mas cuja área se assemelha à de um polígono regular já conhecido deles, que é o paralelogramo. Uma breve revisão sobre área de polígonos regulares pode ajudá-los a responder com mais facilidade os itens (a) e (b).

No item (c) é preciso reconhecer que a altura do paralelogramo corresponde ao raio da circunferência e que sua base é a metade do comprimento da circunferência. Como eram 4, 8, 16 e 32 setores no total, a base é formada por 2, 4, 8 e 16 setores, tendo como comprimento  $\frac{1}{2}(2\pi r) = \pi r$ . Lembre-se que estamos trabalhando com aproximações. Dessa forma, eles poderão obter a medida da área do polígono irregular fazendo a multiplicação da base pela altura, chegando a fórmula  $A = \pi R^2$ .

É importante que os alunos percebam que a área do polígono irregular e do círculo possuem a mesma medida, já que o polígono foi construído a partir dos recortes desse círculo. Dessa forma, a área do círculo também será dada pela fórmula  $A = \pi R^2$ .

Professor, mesmo que a turma esteja dividida em grupos, é importante que haja interação entre os alunos. Peça que eles comparem as figuras construídas a partir dos recortes do círculo e verifiquem que a medida da área dessa figura é a mesma em todos os grupos.

## Seção 1 – Conceito de área de uma superfície

Páginas no material do aluno

**283 a 286**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
 	Malha quadriculada x Triangulação	Cópias da folha de atividades, régua.	A atividade propõe o cálculo de área de polígonos irregulares por meio da utilização da malha quadriculada e por meio da triangulação.	Duplas.	30 minutos

## Aspectos operacionais

Nesta atividade propomos o cálculo de área de polígonos irregulares por meio da utilização da malha quadriculada e por meio da triangulação. A ênfase está na comparação entre os valores obtidos nos dois processos.

A atividade prevê a utilização de polígonos irregulares desenhados sobre a malha quadriculada e sobre o papel sem malha ao fundo.

Para realizar esta atividade, você, professor, irá distribuir para os alunos as folhas de atividades com os respectivos desenhos. No desenvolvimento da atividade, irá pedir para que calculem a área dos polígonos, primeiramente, contando as unidades quadradas e, em seguida, voltando-se para as mesmas figuras feitas fora da malha, empregando o método da triangulação.

As questões propostas para cada método começam favorecendo dois tipos de reflexão. A primeira se refere ao tipo de aproximação que se pretende obter, pois, dependendo das escolhas que façam (contar apenas os quadrados que estão dentro do polígono ou contar também com aqueles que têm partes dentro e partes fora), os alunos podem chegar a um valor inferior ou superior à área desejada. A segunda se refere à unidade de medida que deve ser empregada na medição das linhas dos triângulos obtidos na triangulação. Note que, para que possamos estabe-

lecer comparações entre os valores encontrados nos dois métodos, é necessário que eles estejam com as mesmas unidades de medida. Assim, as linhas dos triângulos que os alunos utilizarão no cálculo da área devem ser medidas utilizando-se como unidade o lado do quadrado da malha. Por isso, junto com a folha de atividades, segue uma régua graduada nesta unidade para que os alunos possam recortá-la e usá-la nas medições.

No segundo momento da atividade, você, professor, irá refletir com os grupos sobre espaços conhecidos por eles e que podem ser modelados por polígonos irregulares. Em que tipo de circunstâncias seria necessário calcular a área destes espaços? Qual método é o mais adequado para a obtenção da área? Qual é o mais trabalhoso? Com que método obtemos medidas mais precisas? Em que situações do dia a dia necessitamos de medidas precisas? Em que situações podemos abrir mão da precisão e trabalhar com estimativas?

---

## Aspectos pedagógicos

Professor, durante a execução da atividade, é aconselhável que você sinalize para os seus alunos que, com ambos os métodos, a intenção é a mesma: o cálculo da área do polígono irregular que se encontra desenhado tanto na malha quadriculada quanto na parte lisa do papel. Isto é importante porque pesquisas em Educação Matemática têm mostrado que alguns alunos não “conservam” a noção de área. Pensam, por exemplo, que, se mudarmos a posição do polígono, sua área irá se alterar. Se eles constroem esta falsa ideia quando ocorre uma simples mudança de posição, podem muito bem seguir no mesmo caminho equivocado quando propomos métodos diferentes para o cálculo da área, você não acha?

É importante que os alunos registrem, além das respostas, os dados coletados em cada etapa de cada método e ainda organizem seus cálculos no caderno. Você pode investir na diversificação das representações pelos alunos. Quanto mais representações eles associarem a um conceito, mais eles avançarão no seu processo de construção. A verbalização e os desenhos são apenas duas formas de representarmos as ideias associadas ao cálculo da área de polígonos irregulares. A linguagem matemática, escrita no caderno ou no quadro, é mais uma representação poderosa que, quando bem compreendida, torna-se uma aliada do processo de construção de conceitos matemáticos. Convidar seus alunos para irem ao quadro registrar seus cálculos e depois explicarem seus raciocínios para a turma é uma boa estratégia, e que integra diferentes tipos de representação.

Durante a atividade, esteja atento à possibilidade de alguns alunos ainda não terem construído efetivamente o conceito de área. Você pode aproveitar a contagem dos quadradinhos da malha para resgatar este conceito. Afinal, se ele não estiver bem consolidado, o restante da aula pode ficar sem sentido.

Utilize a segunda parte da aula para promover a interação entre os alunos e, uma vez mais, mostrar-lhes aplicações do que está sendo estudado. Relembre situações de calçamento de assoalho com pisos, cobertura de paredes com azulejos ou papel de parede, colocação de forros em tetos, entre outras tarefas que requerem o cálculo de áreas. Você pode ressaltar que, em todos estes casos, podem-se usar estimativas. Entretanto, se a estimativa for inferior à área onde se pretende trabalhar, pode ocorrer falta de materiais para a conclusão do serviço.

Ao final desta atividade, você ainda poderá descobrir que alguns alunos trabalham no ramo da construção civil ou qualquer outro que os leve a calcular ou estimar áreas. Permita-os que exponham seus métodos. Tente identificar, se existirem, pontos de aproximação entre estes métodos e os que foram apresentados na atividade. Assim, os alunos serão levados a perceber que a Matemática faz parte de suas vidas e que eles dominam, mesmo sem perceber, uma gama considerável de conhecimentos matemáticos.

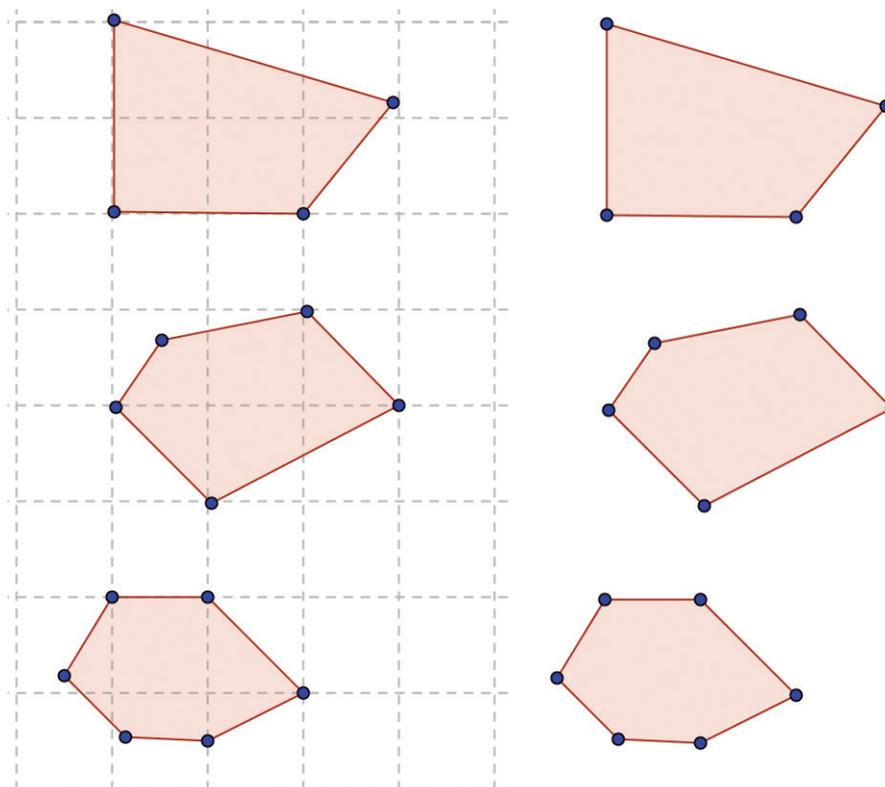
## Folha de atividades - Áreas por Triangulação

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

Agora, responda às seguintes questões:

Calcule a área dos polígonos irregulares apresentados abaixo, e em seguida, preencha a tabela. Nos polígonos à esquerda você deverá utilizar a malha quadriculada, onde cada quadradinho representa 1 (uma) unidade de área. Para os polígonos da direita, você deverá utilizar o método da triangulação.



Polígono irregular	Área utilizando a malha quadriculada	Área empregando o método da triangulação
Quadrilátero		
Pentágono		
Hexágono		

As áreas obtidas são iguais?

## Seção 1 – Conceito de área de uma superfície

Páginas no material do aluno

283 a 286

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
 	Calculando o preço de venda dos terrenos	Folha de atividades com figuras planas irregulares desenhadas sobre a malha quadriculada e sobre o papel sem malha ao fundo, régua.	A atividade propõe o cálculo do preço de venda de dois terrenos que estão representados por polígonos irregulares.	Duplas	30 minutos

### Aspectos operacionais

Nesta atividade propomos o cálculo do preço de venda de dois terrenos que estão representados por polígonos irregulares. São conhecidos o valor do metro quadrado e a escala com que as representações foram construídas. A ênfase está na obtenção da área pelo método da triangulação para, em seguida, efetuar a multiplicação do valor da área por R\$ 480,00, que é o preço de venda do metro quadrado de cada terreno.

Para realizar esta atividade, você irá distribuir entre os alunos, as folhas de atividades com os respectivos desenhos. No desenvolvimento, irá questioná-los sobre as informações que são relevantes para resolução do problema e a resposta esperada é a área de cada polígono, que os fará empregar o método da triangulação.

### Aspectos pedagógicos

Assim como nas outras atividades voltadas para a triangulação, nesta atividade os alunos deverão medir os lados de cada polígono e a altura de cada triângulo construído na triangulação. Mais uma vez recomendamos que você preste atenção ao modo como os alunos manipulam a régua e como utilizam as informações relativas à escala de construção dos polígonos. Além disso, continuamos sugerindo que você compare os resultados das duplas e discuta com os alunos as causas das possíveis diferenças.

Insistimos novamente para que você não deixe de mostrar as aplicações deste conhecimento no dia a dia. Uma maneira de fazer isso, que ainda não mencionamos anteriormente, é pedir aos alunos que pesquisem na internet plantas de terrenos ou mesmo de bairros. Diante deste material, que pode estar impresso ou na tela do computador, você terá oportunidade de refletir com eles sobre o polígono mais adequado para representar estes elementos e o uso da triangulação no cálculo de suas áreas.

## Folha de atividades - Calculando o preço de venda dos terrenos

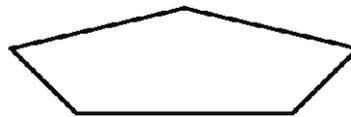
Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

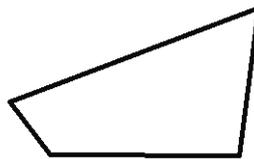
1) As figuras a seguir são plantas de terrenos que serão vendidos brevemente na região metropolitana do Rio de Janeiro. Se cada metro quadrado custará R\$480,00, qual será o valor de cada terreno?

Observação: Os desenhos foram construídos na escala 1: 1000, isto é, cada centímetro corresponde a 10m.

Terreno A



Terreno B



2) Complete a tabela a seguir:

	Área total do terreno	Valor da Venda
Terreno A		
Terreno B		

## Seção 4 – Área das principais figuras planas

Páginas no material do aluno

297 a 314

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Planificação do cilindro e a Área do Círculo	Embalagens em formato cilíndrico, folhas de papel A4, réguas graduadas em centímetros.	A atividade propõe o cálculo da área de uma figura obtida por meio da planificação do cilindro.	Grupos de 4 alunos.	25 minutos

### Aspectos operacionais

Nesta atividade propomos o cálculo da área da figura obtida por meio da planificação do cilindro. A ênfase está na utilização da fórmula da área do retângulo, estudada anteriormente, para obtenção da área lateral do cilindro e na utilização da fórmula da área do círculo, estudada nesta aula, para obtenção das áreas de suas bases.

A atividade prevê a manipulação de objetos cilíndricos, a planificação e o desenho do cilindro e de sua planificação.

Para realizar esta atividade, você pode pedir, previamente, aos alunos que tragam de suas casas embalagens de produtos que tenham consumido, objetos e outros pertences cujas formas se assemelham a um cilindro. No desenvolvimento da atividade, você irá pedir para que imaginem e depois desenhem no papel A4 o que imaginaram para a planificação destes elementos. Finalizando, sob o pretexto de fazerem um molde para a confecção de novas embalagens com o mesmo formato das que planificaram, devem calcular as áreas das planificações, para saber a quantidade de papel a ser gasta.

No segundo momento da atividade, você, professor, irá refletir com os grupos sobre as circunstâncias do dia a dia, do comércio e da prestação de serviços em geral em que é preciso planificar objetos e calcular as áreas destas planificações. Além disso, você pode solicitar que eles tragam exemplos de situações em que terão que calcular novamente área de círculos. Observe que, assim como nas atividades para a seção 1, propomos aqui uma reflexão sobre os contextos em que os conceitos estudados podem ser aplicados. É por meio destas reflexões que os alunos conseguirão perceber as utilidades daquilo que aprendem na escola. No caso da área dos círculos, há praças e jardins cujas formas se assemelham a círculos, há serviços como colocação de grama e pintura cujos valores são dados em função da área trabalhada, entre outras coisas.

## Aspectos pedagógicos

Professor, durante a execução da atividade, é aconselhável que você sinalize, sempre que possível, que o cilindro é uma figura tridimensional e sua planificação é uma figura bidimensional. Isto porque, se não tiverem esta distinção bem clara, os alunos podem acabar confundindo os conceitos de volume e área.

As questões propostas para cada etapa da atividade (manipulação, planificação e cálculo da área da planificação) favorecem dois tipos de reflexão. A primeira se refere às figuras que surgirão na planificação e aos procedimentos envolvidos neste processo. Em alguns casos, os alunos poderão rasgar ou cortar os objetos para planificá-los, porém, é necessário outro procedimento para a planificação de objetos rígidos ou que ainda vão ser reutilizados que não consista na sua destruição. Nesse sentido, a utilização de folhas retangulares para “embalar” os objetos, a retirada dos rótulos das embalagens e o contorno com lápis das bases apoiadas no papel onde se pretende desenhar a planificação podem ajudar. A segunda reflexão se refere à unidade de medida que deve ser empregada no desenho da planificação. Note que, para que possamos saber quantos centímetros quadrados de papel serão gastos na reprodução das formas dos objetos, ou seja, para obtermos a área total dos cilindros, é necessário que, no desenho das planificações, a cada linha seja atribuída sua medida real. Mesmo que, no desenho, as linhas não tenham estas medidas, você terá aí uma boa oportunidade de refletir com seus alunos sobre a importância das escalas. Se, ainda assim, você julgar que falar sobre escalas poderá lhe fazer fugir um pouco do foco da aula, você pode argumentar com seus alunos que os desenhos deles são apenas esboços da realidade. Então, não deixe de comentar também sobre como os esboços podem nos ajudar a entender e a resolver problemas de Geometria.

Como já mencionamos em outras atividades, os registros, quer utilizando desenhos, quer utilizando a linguagem matemática, têm muito valor no processo de ensino-aprendizagem. Além disso, a manipulação de objetos torna este processo mais significativo e favorece a abstração dos conceitos apreendidos na situação. Por mais que, com base no que observam dos objetos manipulados, seus alunos tenham sucesso nas questões que você lhes propuser, procure contribuir para que eles abstraíam os conceitos, falem e tirem conclusões sobre os objetos sem que, necessariamente, eles estejam por perto. A abstração cria condições para que os alunos apliquem os conhecimentos construídos na situação proposta nesta atividade a outros tipos de situação.

Por fim, durante a atividade, esteja atento à possibilidade de alguns alunos, apressadamente, levantarem a hipótese de que, planificando um cilindro, obterão apenas um círculo. Se isso acontecer, você pode insistir na manipulação ou levar para a sala de aula, já construídos, alguns cilindros de papel, como os que seguem em anexo, e permitir que sejam recortados e planificados.

## Seção 4 – Área das principais figuras planas

Páginas no material do aluno

297 a 314

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
 	Áreas de figuras hachuradas	Cópias da folha de atividades e tesoura.	A atividade propõe o cálculo da área de uma figura obtida por meio da planificação do cilindro.	Duplas	30 minutos

### Aspectos operacionais

Nesta atividade propomos três situações para o cálculo da área de figuras hachuradas. A ênfase está na utilização da fórmula da área do quadrado, estudada anteriormente, na utilização da fórmula da área do círculo, estudada nesta unidade e na escolha adequada da operação a ser realizada com os valores encontrados para a obtenção das áreas desejadas. Apenas na primeira situação proposta não se utiliza a fórmula da área do quadrado.

A atividade prevê que os alunos recortem as figuras para que possam identificar mais seguramente que fórmulas devem empregar e que cálculos devem efetuar além daqueles envolvidos nas fórmulas.

Comece discutindo o significado da palavra “hachurada”, pois ela não pertence ao vocabulário da maioria dos alunos. Insistimos no seu uso, pois é comumente empregada na matemática.

Para realizar esta atividade, você pode pedir, previamente, aos alunos que tragam de casa tesouras sem pontas para que possam recortar as figuras que desejarem. No desenvolvimento, irá reforçar a solicitação dos enunciados presentes na ficha de atividades. Enfatize que não é possível resolver o problema empregando apenas uma fórmula e que as fórmulas são necessárias numa primeira etapa da solução. Caso os alunos sintam dificuldades, você pode incentivá-los a recortar as figuras que são ampliações daquelas presentes nos enunciados e seguem anexas à folha de atividades.

Finalizando, você pode pedir às duplas que exponham seus procedimentos para resolverem os três problemas. Na primeira questão, que área calcularam primeiro: a do círculo menor ou a do círculo maior? Na segunda e na terceira questão, calcularam primeiro a área do quadrado ou a área dos setores circulares? A ordem destes cálculos faz alguma diferença? E, depois, quando eles tiveram que efetuar a subtração para obterem a área hachurada, a ordem dos valores envolvidos nesta operação influencia no seu resultado?

Depois de esgotar as reflexões acima, você ainda pode solicitar que os alunos apresentem exemplos de elementos do nosso cotidiano que se assemelham às figuras hachuradas nas questões. Eles podem identificar a primeira figura com um CD, a segunda com o acabamento de grades usadas em muros e portões de casas e a terceira com folhas de alguns

tipos de plantas. Mais uma vez, você terá a oportunidade de contextualizar o estudo, mas não deixe de esclarecer que são apenas semelhanças, pois os elementos do nosso cotidiano são bidimensionais e as figuras planas são idealizações dos matemáticos.

## Aspectos pedagógicos

Professor, durante a execução da atividade, é aconselhável que você sinalize, sempre que possível, que na primeira questão temos uma coroa circular e, nas outras duas, temos dois setores circulares. Na segunda, o setor corresponde a  $\frac{1}{4}$  da circunferência cujo raio é o lado do quadrado e, na terceira, o setor corresponde à metade da circunferência cujo raio é o lado do quadrado. Neste último caso, também costumamos empregar o termo semicircunferência.

É importante que os alunos percebam que, de acordo com o valor que adotarem para  $\pi$ , poderão encontrar resultados diferentes. Na primeira questão, aqueles que adotarem  $\pi = 3$  encontrarão um número menor que o encontrado por aqueles que fizerem  $\pi = 3,14$ . Já nas outras duas questões, isto se inverterá.

Recomendamos que, logo de início, você defina o valor que eles deverão atribuir a  $\pi$ . Se você decidir por 3,14, terá, aí, uma boa oportunidade para que seus alunos utilizem a calculadora durante a aula. Se a ideia da calculadora não lhe agrada ou, mesmo, se seus alunos não tiverem calculadora, você pode aproveitar para fazer uma revisão da multiplicação de números decimais. A aula transcorrerá mais lentamente, mas a construção dos conceitos não ficará comprometida. Além disso, observe que algumas manipulações algébricas - como colocar o  $\pi$  em evidência na primeira questão antes de substituí-lo por qualquer valor - podem agilizar os cálculos.

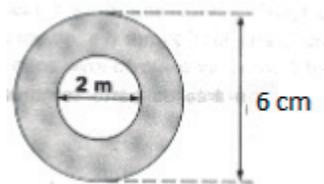
Por fim, também não se esqueça de alertá-los que há a possibilidade de não substituir o  $\pi$  por nenhum valor e deixá-lo indicado na notação da solução da questão, como é comum em algumas provas de concurso.

## Folha de atividades - Áreas das Figuras Hachuradas

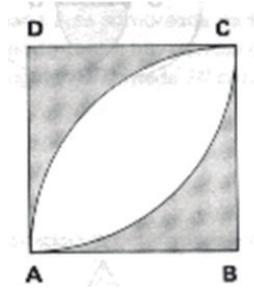
Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

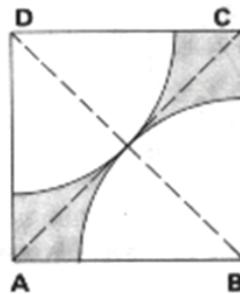
1) Considerando que os círculos da figura abaixo possuem o mesmo centro, calcule a área da figura hachurada:



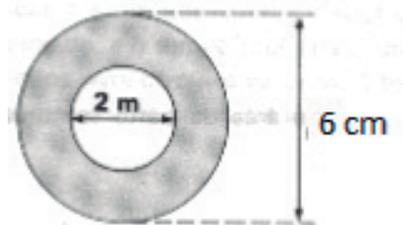
2) Considerando que o lado do quadrado é 4 cm, calcule a área da figura hachurada:

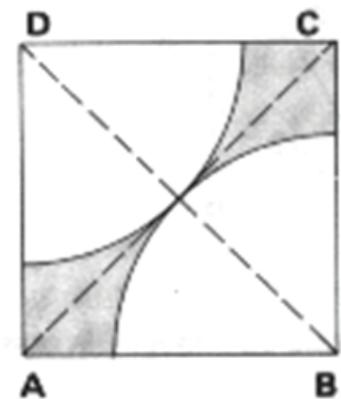
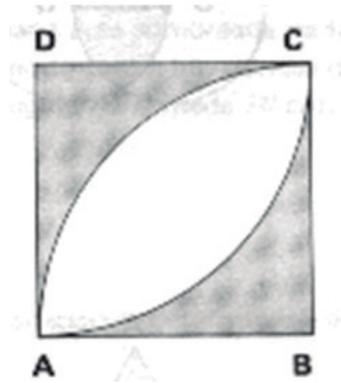


3) Considerando que o lado do quadrado é 10 cm, calcule a área da figura hachurada:



Figuras para recorte





## Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Folha de atividades	Verificar e registrar as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade.	Individual	40 minutos

## Aspectos operacionais

Sugerimos que você utilize o último tempo de aula desta unidade para a avaliação do desenvolvimento das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, apresentadas a seguir.

## Aspectos pedagógicos

### Etapa 1: Registros de aprendizagem

Caso você siga nossa estimativa de aulas para abordar o conteúdo, esperamos que no terceiro dia seja possível realizar com seus alunos um momento de consolidação do que foi estudado. Você pode propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades (disponível para reprodução no pen drive), as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade.

Para auxiliá-lo, propomos a seguir algumas questões para os alunos responderem. A ideia é que elas complementem as questões que você normalmente usa para fazer a avaliação do desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas.

1. Qual foi o conteúdo matemático estudado nesta unidade?
2. Você poderia definir com suas próprias palavras o que significa área de uma figura plana? E perímetro, como você definiria?
3. Qual o método descrito no livro texto que é usado para o cálculo de áreas de regiões poligonais? No que consiste tal método?
4. Cite dois modos distintos para calcular a área de um triângulo.
5. Cite algumas situações do cotidiano em que é desejável conhecer o conceito de área de um círculo.

Certifique-se de fazer com que os resultados deste momento de avaliação indiquem os pontos em que os alunos que ainda não conseguiram êxito no aprendizado. Parabenize e elogie o quanto for necessário, para que este momento de avaliação se torne agradável.

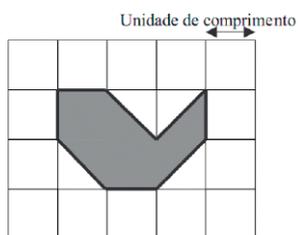
Ao final de seus registros de avaliação, compartilhe as informações com os alunos. Indique exercícios e atividades para que as dúvidas e erros possam ser devidamente contornados.

### Etapa 2: Questões objetivas

Sugerimos, para compor o instrumento avaliativo desta etapa, a escolha de questões objetivas que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade. Se desejar, você pode escolher uma das questões propostas na seção “O que perguntam por aí?” nas páginas 315 a 317 do material do aluno, ou ainda buscar outras questões de acordo com o perfil da sua turma. A ideia é que, além de avaliar o aprendizado, o aluno se familiarize com questões cobradas em avaliações de larga escala, como ENEM, vestibulares, concursos, etc.

Deixamos aqui mais algumas sugestões de atividades objetivas para serem exploradas em sala de aula.

Observe a figura a seguir, que servirá como base para as questões objetivas 1 e 2.



Fonte: <http://www.slideshare.net/helenaborralho/exercicios-resolvidos-perimetros-e-areas>

Questão objetiva 1

Assinale a sentença que traduz uma afirmação verdadeira.

- (a) O perímetro da figura é menor que 4 unidades de comprimento.
- (b) O perímetro da figura é igual a 4 unidades de comprimento.
- (c) O perímetro da figura é menor que 8 unidades de comprimento.
- (d) O perímetro da figura é maior que 8 unidades de comprimento.

Questão objetiva 2

Assinale a sentença que traduz uma afirmação verdadeira.

- (a) A área da figura é menor que 4 unidades de área.
- (b) A área da figura é igual a 4 unidades de área.
- (c) A área da figura é maior que 5 unidades de área.
- (d) A área da figura é igual a 8 unidades de área.

Questão objetiva 3

Uma roda gigante tem 8 m de raio. Quanto percorrerá uma criança na roda gigante em 6 voltas no brinquedo?

- (a) 196 m
- (b) 224 m
- (c) 288 m
- (d) 300 m

## Folha de atividades - Avaliação

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome do aluno: \_\_\_\_\_

Neste momento, propomos que você retome as discussões feitas na Unidade 8 e registre as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para ajudá-lo nos seus registros, tente responder as questões a seguir:

1. Qual foi o conteúdo matemático estudado nesta unidade?

\_\_\_\_\_

2. Você poderia definir com suas próprias palavras o que significa área de uma figura plana? E perímetro, como você definiria?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Qual o método descrito no livro texto que é usado para o cálculo de áreas de regiões poligonais? No que consiste tal método?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Cite dois modos distintos para calcular a área de um triângulo.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Cite algumas situações do cotidiano em que é desejável conhecer o conceito de área de um círculo.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_



# Números naturais

André Luiz Cordeiro dos Santos, Gabriela Barbosa, Josemeri Araujo Silva Rocha (coordenação), Luciane de Paiva Moura Coutinho.

## Introdução

Preparamos para você, professor, um material complementar para enriquecer a abordagem dos objetivos do módulo do aluno, que são os seguintes:

- Reconhecer o conjunto dos números naturais;
- Construir sequências de números naturais;
- Efetuar operações de adição e subtração de números naturais, bem como resolver problemas;
- Efetuar operações de multiplicação e divisão de números naturais, bem como resolver problemas;
- Construir sequências de múltiplos e divisores de um número natural dado;
- Reconhecer os números primos e a decomposição em fatores primos;
- Representar e resolver potências.

A nossa sugestão é que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, e para isso, trazemos duas propostas. Em *Numeração Egípcia e Chinesa*, os alunos farão uma atividade interativa relacionada à história dos números. Já em *Quantificando tudo*, os alunos deverão completar com determinados valores um texto proposto.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares, vinculados ao conteúdo do material didático do aluno. Sugerimos que sejam utilizados nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. Ressaltamos a importância de fazer as alterações e adaptações que julgar necessárias.

Para a Seção 1, trazemos duas propostas de trabalho. Em *Valor posicional*, os alunos deverão realizar uma atividade interativa sobre valor posicional. A atividade *Compondo e Decompondo Números* cria condições para que os alunos reconheçam que os números podem ser compostos e decompostos de várias maneiras.

Para a Seção 2, preparamos a atividade *Bingo de contas*, onde os alunos terão a oportunidade de efetuar as quatro operações de forma divertida. E para fechar esta seção, temos *Criando problema*, onde os alunos irão criar um problema cuja solução pode ser obtida por meio de uma operação indicada.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão geral do estudo realizado durante esta unidade, consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando questionamentos reflexivos que complementem as atividades e exercícios resolvidos durante as aulas.

A descrição e o detalhamento das nossas sugestões estão nas tabelas e textos a seguir.

## Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	1	Expansão 01	4 aulas de 2 tempos

Título da unidade	Tema
Números naturais	Números naturais
Objetivos da unidade	
Reconhecer o conjunto dos números naturais;	
Construir sequências de números naturais;	
Efetuar operações de adição e subtração de números naturais, bem como resolver problemas;	
Efetuar operações de multiplicação e divisão de números naturais, bem como resolver problemas;	
Construir sequências de múltiplos e divisores de um número natural dado;	
Reconhecer os números primos e a decomposição em fatores primos;	
Representar e resolver potências.	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	333 a 337
Seção 1 – Conjunto dos números naturais	338 a 344
Seção 2 – Operações com números naturais	345 a 358
Resumo	359
Veja ainda...	359
O que perguntam por aí?	367 a 369

# Recursos e ideias para o Professor

## Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes a esta unidade:



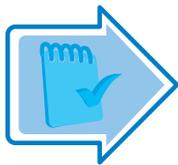
### Folha de atividades

Atividades que requerem a reprodução e distribuição de folhas de atividades disponíveis neste material para que possam ser aplicadas conforme planejadas.



### Ferramentas

Atividade que requer o uso de algum recurso tecnológico em sala ou laboratório, como o computador ou material concreto, para sua execução



### Avaliação

Sugestão de um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas..

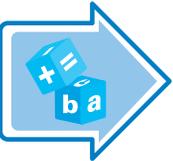
## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Numeração Egípcia e Chinesa	Computador com acesso à internet.	Os alunos farão uma atividade interativa relacionada a numeração egípcia e outra relacionada a numeração chinesa.	Duplas	40 minutos
	Quantificando tudo	Computador com <i>datashow</i> e acesso à internet.	Os alunos deverão completar com valores um texto já pronto e em seguida elaborar um texto para ser entregue como atividade para turma.	Duplas	40 minutos

## Seção 1 – Conjunto dos números naturais

Páginas no material do aluno

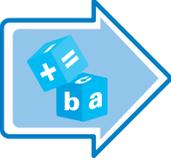
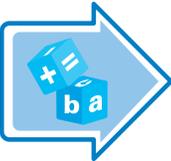
**338 a 344**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Valor posicional	Computador com acesso à internet.	Os alunos deverão realizar uma atividade interativa sobre valor posicional. Antes de cada proposta há uma breve explicação sobre o assunto.	Duplas	40 minutos
	Compondo e Decompondo números	Uma cartela com notas e moedas do sistema monetário brasileiro (disponível no Pendrive).	A atividade cria condições para que os alunos reconheçam que os números podem ser compostos e decompostos de várias maneiras.	Duplas	40 minutos

## Seção 2 – Operações com números naturais

Páginas no material do aluno

345 a 358

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo de contas	Uma cartela de bingo e etiquetas numeradas de 1 a 99 para o professor (disponível no pen-drive/ DVD), folhas de rascunho.	Os alunos terão oportunidade de efetuar as quatro operações de forma divertida, realizando um bingo.	Duplas	40 minutos
	Criando problema	Cópias da folha de atividades.	Os alunos terão a oportunidade de criar um problema cuja solução pode ser obtida por meio de uma operação indicada.	Duplas	40 minutos

## Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades, material do aluno, lápis/caneta.	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas/dissertativas, a serem escolhidas pelo professor.	Individual	40 minutos
	Exercícios Complementares	Folha de Atividades (disponível para reprodução no Pendrive/DVD).	Os alunos se dividirão em duplas ou trios e resolverão questões objetivas relacionadas ao tema da unidade.	Duplas ou trios	

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Numeração Egípcia e Chinesa	Computadores com acesso à internet	Os alunos farão uma atividade interativa relacionada a numeração egípcia e outra relacionada a numeração chinesa.	Duplas	40 minutos

## Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos até o laboratório de informática da escola, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Essa atividade será composta por duas etapas:

### 1ª etapa: Numeração Egípcia

Peça para que os alunos acessem a atividade disponível em <http://nautilus.fis.uc.pt/mn/egipcia/index.html>. Após uma breve introdução, será apresentada uma proposta de conversão da numeração hindu arábica para a numeração egípcia, como no exemplo abaixo:

ESCOLHE

NUMERAÇÃO EGÍPCIA

# 1024500

AJUDA



--	--	--	--

O aluno deve escolher os símbolos que estão no canto esquerdo da tela na quantidade necessária representar o número dado - nesse caso, 1024500. O aluno também pode pedir um auxílio clicando em "Ajuda", onde terá acesso à correspondência entre a quantidade de cada hieróglifo e os numerais hindu arábicos.

Ao final de cada resposta, o aluno pode conferir se acertou ou errou a atividade. O programa analisa automaticamente as respostas.

Peça para que os alunos façam **apenas as três** primeiras atividades propostas.

## 2ª etapa: Numeração Chinesa

Peça para que os alunos acessem a atividade disponível em <http://nautilus.fis.uc.pt/mn/chinesa/chinesa.php>

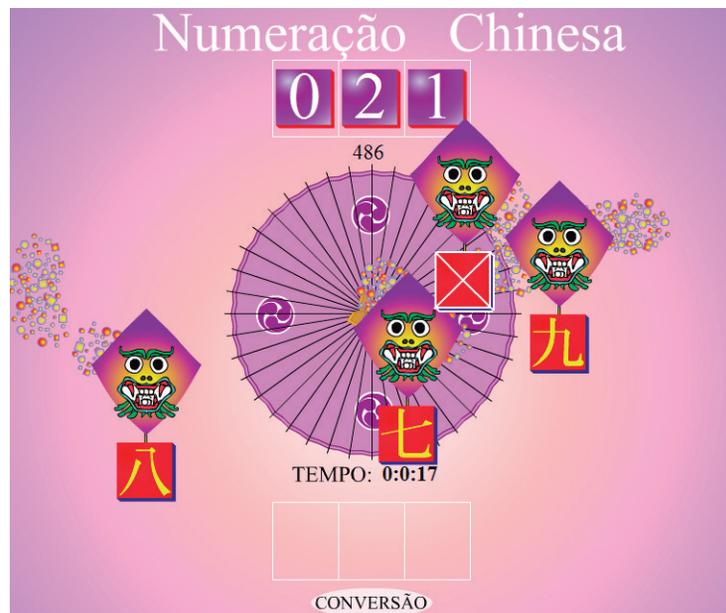


Ranque	Nome	Tempo
1	Anónimo	0:0:41
2	lilo	0:0:43
3	lilo	0:0:43
4	pasy	0:0:44
5	Anónimo	0:0:44
6	Anónimo	0:0:44
7	Anónimo	0:0:45
8	Anónimo	0:0:45
9	pasy	0:0:46
10	lilo	0:0:46

Nº de jogos efectuados : 4308  
Nº de visitantes : 122031

Basta clicar em jogar e começar a atividade. O computador irá apresentar um número em numeração chinesa ou em numeração hindu arábica e o jogador deverá fazer a conversão o mais rápido possível. Na página inicial há um TOP 10, que é constantemente atualizado

Os números são transportados por dragões (mitologia chinesa) que aparecem sob a forma de pipas. O aluno deve buscar o número correspondente nos dragões e colocá-lo no espaço em branco. Em caso de dúvida, basta clicar em Conversão para ver a correspondência entre a numeração chinesa e a hindu arábica.



Ao final de cada resposta o aluno pode conferir se acertou ou errou a atividade. O programa analisa automaticamente as respostas.

Peça para que os alunos façam **apenas as três** primeiras atividades propostas.

---

## Aspectos pedagógicos

Professor, essa atividade é uma excelente oportunidade para falarmos um pouco sobre História da Matemática nas nossas aulas. Você pode enriquecer ainda mais sua aula, exibindo o filme disponível em <http://www.pead.faced.ufrgs.br/sites/publico/eixo4/matematica/videos/numeros/alfabetizando.html> ou ainda acessando: [http://tvescola.mec.gov.br/images/stories/download\\_aulas\\_pdf/fichas\\_ok/ensino\\_fundamental/a\\_historia\\_do\\_numero\\_1.pdf](http://tvescola.mec.gov.br/images/stories/download_aulas_pdf/fichas_ok/ensino_fundamental/a_historia_do_numero_1.pdf).

Que tal em seguida pedir que seus alunos se dividam em grupos e façam uma pesquisa? Identifique os temas que mais interessaram a turma e divida-os entre os grupos. Você pode também fazer sugestões de temas tais como:

- Numeração Maia
- Numeração Egípcia
- Numeração Chinesa
- Surgimento da numeração hindu arábica

Você pode pedir para que os alunos apresentem seus trabalhos de maneira bem criativa como, por exemplo, fazendo um vídeo, um programa de rádio, uma peça, etc. Por fim, você pode fazer uma exposição para toda escola, em uma feira cultural para os responsáveis, etc.

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Quantificando tudo	Computador com <i>datashow</i> e acesso à internet.	Os alunos deverão completar com valores um texto já pronto e em seguida elaborar um texto para ser entregue como atividade para turma.	Duplas	40 minutos

## Aspectos operacionais

Professor, essa atividade é composta por duas etapas.

### 1ª etapa:

Peça para que os alunos completem com valores o texto disponível em <http://revistaescola.abril.com.br/matematica/pratica-pedagogica/complete-texto-numeros-500477.shtml>. O texto foi desenvolvido para o site Nova Escola pelo professor Antônio Lopes Bigode.

Para que os alunos tenham acesso ao texto, você poderá projetá-lo no quadro e pedir que eles completem coletivamente. Você também pode passá-lo no quadro ou ainda reproduzir o texto. Professor, opte pela situação mais conveniente à realidade da sua escola.

Para a execução da atividade, você pode colocar uma lista fechada de opções ou deixar que os alunos pensem de maneira livre em alternativas coerentes com o texto.

Sugestão de opções: 150 / 4ª / 30 / 4 / 300 / 41 / 3 / 120 / 5ª / 5 / 25 / 80 / 8 / 7 e 1,5.

Corrija essa atividade coletivamente com toda turma.

### 2ª etapa:

Nessa etapa, peça aos alunos que elaborem um texto nos mesmos moldes do fornecido na 1ª etapa. O texto deve ser elaborado em duas vias: uma com lacunas, para que outra dupla possa completá-la e uma já preenchida, com possíveis sugestões de respostas dadas pela dupla elaboradora. Vale conferir essas respostas antes de prosseguir com a atividade.

Troque os textos com lacunas entre as duplas, cuidando para que nenhuma dupla receba o próprio texto. Em seguida, peça para as duplas completarem os textos que receberam. Por fim, o texto preenchido volta para dupla que o elaborou, que irá corrigi-lo. Caso haja alguma divergência de opinião – ou, se na hora da correção, a dupla que elaborou o texto encontrar um possível erro –, discuta coletivamente com toda turma. Peça para que cada dupla apresente seus argumentos, de maneira que a turma possa chegar a uma conclusão.

## Aspectos pedagógicos

Professor, essa atividade tem diversos aspectos interessantes: um deles é uma possível parceria com o professor de língua portuguesa para a elaboração do texto da 2ª etapa. Além dessa possibilidade, este trabalho integra de maneira efetiva a turma, pois ao mesmo tempo em que os alunos constroem o trabalho em dupla, devem pensar nos demais colegas, uma vez que o texto deve ser produzido de maneira a ter, pelo menos, uma solução.

Outro aspecto importante que pode ser desenvolvido na discussão das correções, tanto na 1ª como na 2ª etapa, é o seguinte: mais do que indicar um número específico, o aluno deverá saber justificar a opção e a relação entre os valores que serão completados. Dessa maneira, desenvolverá e consolidará a habilidade de justificar suas decisões.

### Seção 1 – Conjunto dos números naturais

Páginas no material do aluno

**338 a 344**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Valor posicional	Computador com acesso à internet.	Os alunos deverão realizar uma atividade interativa sobre valor posicional. Antes de cada proposta há uma breve explicação sobre o assunto.	Duplas	40 minutos

## Aspectos operacionais

Professor, leve os alunos até o laboratório de informática da escola, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Em seguida, peça aos alunos para acessar o link [http://www.skool.pt/content/maths/place\\_value/index.html](http://www.skool.pt/content/maths/place_value/index.html).

São cinco slides alternando atividades e explicações.

Para o aluno avançar de slide, basta clicar no botão . O aluno também pode conferir suas respostas. Em algumas atividades, o programa fará isso automaticamente. Em outras, ele deverá clicar em .

Ao final da atividade o aluno ainda conta com um teste e uma rápida revisão. Para isso, basta clicar em “Testar” e “Rever”, respectivamente.

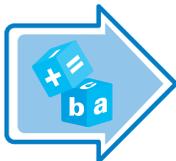
## Aspectos pedagógicos

Professor, o objetivo dessa atividade é recuperar e desenvolver o entendimento sobre o aspecto do valor posicional no nosso sistema de numeração. É importante que, após o desenvolvimento dessa atividade, abra-se uma discussão com a turma a respeito da presença da Matemática no desenvolvimento das técnicas e do cotidiano da humanidade. Discuta com a turma o conjunto dos números naturais e sua correspondência com a realização de contagens. Faça com que seus alunos reflitam que, a partir de 10 elementos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9), podemos formar infinitas quantidades, bastando para isso agrupar estes elementos de maneira que cada um represente determinado valor de acordo com a sua posição. É importante destacar novamente que o nosso sistema de numeração é decimal, isto é, a cada dez unidades formaremos uma dezena, a cada dez dezenas formaremos uma centena, a cada dez centenas formaremos um milhar, e assim sucessivamente. A partir disso, podemos escrever números enormes e saber o que cada um dos algarismos que o compõe representa naquele contexto. Por exemplo, número 3675, o algarismo 3 tem valor 3000, o 6 vale 600, o 7 vale 70 e 5 vale 5. Tudo isso se dá de acordo com a posição ocupada por cada um: o 5 ocupa a casa das unidades simples, por isso vale apenas 5 unidades; o 7 ocupa a casa das dezenas, valendo 7 dezenas ( $7 \times 10$ ), 70 unidades; o 6 ocupa a casa das centenas, valendo 6 centenas ( $6 \times 100$ ), 600 unidades; e, por fim, o 3 ocupa a casa das unidades de milhar, valendo 3 milhares ( $3 \times 1000$ ), 3000 unidades.

### Seção 1 – Conjunto dos números naturais

Páginas no material do aluno

**338 a 344**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Compondo e decompondo números	Uma cartela com notas e moedas do sistema monetário brasileiro (disponível no pendrive).	A atividade cria condições para que os alunos reconheçam que os números podem ser compostos e decompostos de várias maneiras.	Duplas	40 minutos

---

## Aspectos operacionais

O objetivo desta atividade é criar condições para que os alunos reconheçam que os números podem ser compostos e decompostos de várias maneiras. Trata-se de um jogo em que o professor dita um número, marca um tempo no relógio – por exemplo, 30 segundos - e as duplas terão que apresentar decomposições para o número ditado. Será vencedora a dupla que apresentar o maior número de decomposições diferentes no tempo estipulado. As notas e moedas que seguem em anexo devem servir de apoio à atividade. Os alunos poderão manipulá-las para obter as decomposições. Cada decomposição deve ser registrada numa folha de rascunho para que você, professor, conte todas as decomposições produzidas pelas duplas. Os números ditados podem variar desde dezenas até milhares e você pode fazer uma partida com 8 rodadas. Na verdade, o jogo pode durar o tempo que o grupo permanecer interessado. O importante é que, ao final, vocês possam refletir sobre o jogo.

Inicialmente você pode estabelecer com a turma um diálogo, mostrando-lhes alguns exemplos, como, digamos, o 38, que pode ser obtido com 3 notas de 10, 1 nota de cinco e 3 moedas de 1 ou 7 notas de 5 e 3 moedas de um ou 38 moedas de 1, ou 19 notas de 2, entre outras possibilidades.

Em seguida, distribua um conjunto de notas, como o que segue em anexo, e as folhas de rascunho para cada dupla. Explique as regras e dê início às partidas. Em síntese, as regras são:

**Regra 1:** o professor deve ditar um número e cronometrar um tempo para que os alunos apresentem as decomposições.

**Regra 2:** quando o tempo estipulado se esgotar, o professor deve interromper as ações dos alunos e contar as decomposições produzidas por cada dupla.

**Regra 3:** são consideradas decomposições iguais aquelas que envolverem as mesmas quantidades de cada tipo de nota.

**Regra 4:** vencerá a dupla que tiver apresentado o maior quantidade de decomposições diferentes para cada número ditado.

---

## Aspectos pedagógicos

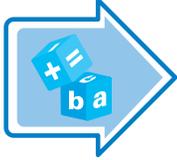
Professor, no diálogo inicial, é importante que você ofereça muitos exemplos até que os alunos compreendam de fato a proposta do jogo. Além disso, você deve também dar exemplos do que são decomposições iguais.

Compor e decompor números são ações que favorecem a construção do conceito de número. Você pode estranhar o fato de o jogo envolver adições e esta aula ser sobre sistema de numeração. Durante muito tempo, acreditou-se numa proposta de ensino linear em que só era permitido trabalhar a adição depois das aulas sobre sistemas de numeração. Hoje em dia esta ideia foi revista. À luz de teorias cognitivistas, como a Teoria dos Campos Conceituais, do pesquisador francês Gérard Vergnaud, entendemos que um conceito não pode ser trabalhado isoladamente. Um conceito interage com muitos outros. Do mesmo modo que é preciso compreender bem o sistema de numeração para efetuar adições, a decomposição de números em parcelas contribui para a compreensão do sistema de numeração. Observe que, se você incrementar as regras do jogo com a restrição de os participantes usarem o menor número possível de notas de 10 e 100 e de moedas de 1 nas decomposições, eles estarão decompondo em centenas, dezenas e unidades.

## Seção 2 – Operações com números naturais

Páginas no material do aluno

345 a 358

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Bingo de contas	Uma cartela de bingo e etiquetas numeradas de 1 a 99 para o professor (disponível no pendrive/ DVD), folhas de rascunho.	Os alunos terão oportunidade de efetuar as quatro operações de forma divertida, realizando um bingo.	Duplas	40 minutos

### Aspectos operacionais

Professor, esta é uma atividade simples em que os alunos terão oportunidade de efetuar as quatro operações de forma divertida. Trata-se de um bingo um pouco diferente do tradicional.

Para começar, entregue uma cartela como a que segue no Pendrive/DVD para cada dupla e peça que a preencham com números de 1 a 99, escolhidos aleatoriamente. Em seguida, comece o jogo. Você irá sortear e “cantar” uma etiqueta de cada vez. Ganhará o jogo a dupla que completar a cartela mais rapidamente.

A diferença deste bingo para o tradicional está justamente na sua atuação neste momento. Em vez de simplesmente falar o número sorteado, você dirá uma conta cujo resultado é o número sorteado. Os alunos terão que efetuar a para decidirem se possuem ou não o número em suas cartelas. Por exemplo, se você sortear o número 54, poderá cantar – para usar a gíria do bingo – “este número é a metade de 108!”. Ou ainda, se sortear o número 51, poderá cantar “este número é o triplo de 17!”.

Sugerimos que você proponha cálculos envolvendo as quatro operações e, ao final do jogo, reserve um tempo para que os alunos exponham os procedimentos que empregaram para efetuar-los.

### Aspectos pedagógicos

Professor, supomos que os alunos não apresentarão dificuldades nesta atividade. No entanto, se desejar, você pode aumentar o nível de complexidade de acordo com o modo como lê os números. Além de dizer uma conta cujo resultado é o número sorteado, você pode trabalhar com a ideia de “termo desconhecido” e explorar a reversibilidade que existe nos pares adição/subtração e multiplicação/divisão. Nestes casos, quando sortear o número 38, por exemplo, você deve cantar “este número somado com 12 dá 50!”. Veja que, embora a sua fala se remeta à adição, os alunos deverão subtrair 12 de 50 para chegar a 38. Perceba que não se escreve formalmente nenhuma equação, mas este conceito já está sendo trabalhado implicitamente. Você terá aí a integração dos raciocínios aritmético e algébrico.

Por fim, é aconselhável que você fique atento aos procedimentos de cálculo dos alunos e permita que eles sejam compartilhados com a turma. Acreditamos que, durante o jogo, com pressa para verificar se possuem ou não os números sorteados em suas cartelas, alguns alunos possam desenvolver boas estratégias de cálculo mental.

## Seção 2 – Operações com números naturais

Páginas no material do aluno

345 a 358

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Criando problema	Cópias da folha de atividades	Os alunos terão a oportunidade de criar um problema cuja solução pode ser obtida por meio de uma operação indicada.	Duplas	40 minutos

### Aspectos operacionais

Professor, acreditamos que a compreensão das quatro operações fundamentais abrange, além dos algoritmos, a resolução de problemas. Por isso, pensamos nesta atividade. Na ficha que você deve entregar para cada dupla, vocês encontrarão quatro contas. Solicitamos que os alunos as efetuem e, em seguida, criem um problema cuja solução pode ser obtida por meio daquela conta.

Depois que eles fizerem tudo que for proposto na ficha, você pode pedir que exponham os problemas que tiverem criado.

### Aspectos pedagógicos

Professor, resolver problemas ligados às quatro operações é um requisito indispensável para o exercício da cidadania. São inúmeras as circunstâncias em que estas habilidades nos são exigidas: compras no supermercado, troca no transporte público, medições etc. Se você julgar necessário, faça um resgate destas situações antes mesmo de entregar a ficha de atividades para os alunos. Além disso, sugerimos que você identifique junto à turma as características de um problema matemático: dados relevantes à solução, texto claro e pergunta objetiva.

Num segundo momento, quando os alunos expuserem os problemas, esteja atento às ações subjacentes a cada situação. A adição está relacionada às ações de acrescentar e juntar. A subtração se relaciona com as ações de retirar, comparar e completar. A multiplicação e a divisão também se relacionam a várias ações. É aconselhável que, neste nível de ensino, você privilegie, na abordagem da adição, soma de parcelas repetidas e o princípio multiplicativo, muito necessário no estudo futuro da análise combinatória. Na subtração, valorize as ações de distribuir e medir. Para que, frente a uma situação problema, os alunos tenham recursos para escolher a(s) operação(ões) apropriadas à solução, é preciso que, na escola, sejam confrontados com todas as ações. Caso algumas destas não sejam requeridas

nos problemas apresentados pelos alunos, você pode complementar a atividade propondo novos problemas. Colocamos a seguir um exemplo de problema para cada ação:

- a. Adição (acrescentar): Numa caixa há 26 bombons. Se eu não retirar nenhum e ainda colocar outros 13, com quantos bombons a caixa vai ficar?
- b. Adição (juntar): No refeitório do colégio há 47 estudantes e, no pátio, há outros 53. Se o auditório que está, inicialmente, vazio, receber estes dois grupos, quantos estudantes ele comportará?
- c. Subtração (retirar): Comprei uma caixa de bombom que custou R\$7,00. Se, para pagar, dei uma nota de 20 reais, que quantia recebi de troco?
- d. Subtração (comparar): Fernando tem 30 anos e Carla tem 47 anos. Quantos anos Carla é mais velha que Fernando?
- e. Subtração (completar): Um garrafão cheio comporta 8 litros de suco de laranja. Se eu já despejei 5 litros de suco, quantos litros ainda posso despejar?
- f. Multiplicação (somar parcelas repetidas): Numa caixa há 24 lápis. Quantos lápis terei em 7 caixas iguais a esta?
- g. Multiplicação (princípio multiplicativo ou representação retangular): Ana tem 4 calças e 7 blusas. De quantas maneiras diferentes ela pode se vestir?
- h. Divisão (distribuir): Paulo recebeu 60 reais e distribuiu igualmente entre seus três filhos. Que quantia cada filho recebeu?
- i. Divisão (medir): João vende balas. Um saquinho com 5 balas custa um real. Se ele comprou no depósito um pacote com 200 balas, quantos saquinhos ele vai conseguir montar?

## Folha de atividades

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

A seguir você encontra quatro operações. Resolva-as e crie um problema cuja solução pode ser obtida por meio da operação que você acabou de resolver.

Operação:  $127 + 49 =$

Problema

---

---

---

Operação:  $271 - 429 =$

Problema

---

---

---

Operação:  $481 \times 5 =$

Problema

---

---

---

Operação:  $1236 : 4 =$

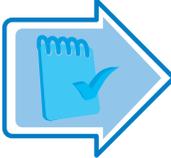
Problema

---

---

---

## Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Avaliação da Unidade	Cópias da folha de atividades, material do aluno.	Esta atividade sugere um instrumento avaliativo dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões objetivas/dissertativas, a serem escolhidas pelo professor.	Individual	40 minutos

### Aspectos operacionais

Para o momento de avaliação, sugerimos a utilização do último tempo de aula destinado a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a avaliação das habilidades pretendidas nesta unidade. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir.

#### Etapa 1: Registro de aprendizagem (Momento de Reflexão)

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, na folha de atividades (disponível para reprodução neste material), as aprendizagens matemáticas adquiridas com o estudo desta unidade. Para nortear esta avaliação, apresentamos algumas questões para os alunos, que podem complementar as que você normalmente usa para avaliar o desenvolvimento das habilidades matemáticas pretendidas.

Para ajudá-lo nos seus registros, sugerimos as questões a seguir, também disponíveis na folha de atividades:

**Questão 1:**

Qual foi o conteúdo matemático estudado nessa unidade?

**Questão 2:**

Cite alguma situação do cotidiano que envolve os conhecimentos aqui estudados.

**Questão 3:**

Complete a tabela a seguir:

Antecessor	Número	Sucessor
45		
	128	
		246

**Questão 4:**

O marcador de um livro indica que um leitor iniciará o capítulo LXV. Este corresponde ao capítulo:

- (A) 25            (B) 45            (C) 65            (D) 85            (E) 105

**Questão 5:**

O resultado da expressão  $[(24 \div 3) - (25 \div 5)] \times [16 - (76 \div 38)]$  é

- (A) 51            (B) 52            (C) 53            (D) 54            (E) 55.

Sugerimos, também, que este material seja recolhido para uma posterior seleção de registros, que deverão ser entregues ao seu formador, no curso de formação presencial. Desta forma, esperamos acompanhar com você como os alunos estão reagindo aos caminhos que escolhemos para desenvolver este trabalho e, se for o caso, repensá-los de acordo com as críticas e sugestões apresentadas.

## Etapa 2: Questões objetivas e discursivas

Para compor o instrumento avaliativo desta etapa, sugerimos a escolha de pelo menos uma questão objetiva e de uma discursiva que contemplem uma habilidade pretendida nesta unidade.

**Sugestões de questões objetivas para a avaliação:****Questão 1:**

Atualmente Pedro tem 12 anos, enquanto João, seu pai, tem 20 anos a mais. Daqui a 30 anos, a soma das idades deles será:

- (A) 80            (B) 82            (C) 92            (D) 102            (E) 112

**Questão 2:**

Numa divisão em que o divisor é 10 e o dividendo é um número ímpar, é correto afirmar que o resto da divisão é

- (A) zero            (B) 2            (C) 3            (D) par            (E) ímpar

**Questão 3:**

O número 1345 é :

- (A) é par
- (B) é primo
- (C) múltiplo de 6
- (D) divisível por 5
- (E) o maior número de 4 algarismos

**Questão 4:**

Sobre o conjunto dos números primos é verdadeiro afirmar que:

- (A) é finito
- (B) todos os seus elementos são números pares
- (C) todos os seus elementos são números ímpares
- (D) é infinito
- (E) todos seus elementos são maiores que 2

**Questão 5:**

A soma do antecessor de 109 com o sucessor de 1999 dá:

- (A) 2200      (B) 2108      (C) 2008      (D) 1908      (E) 1808

**Respostas das questões objetivas sugeridas**

1. (C)      2. (E)      3. (D)      4. (D)      5. (B)

**Sugestões de questões discursivas para a avaliação****Questão 1:**

Felício foi a feira comprar banana e melão. O quilo da banana custa R\$ 3,00, enquanto que o quilo do melão custa R\$ 5,00. Ele comprou 2Kg de banana e 1 Kg de melão. Quanto pagou?

**Questão 2: (UNICAMP 2001)**

Na subtração indicada abaixo,

$$12 \blacksquare - 89 = 40$$

o quadradinho indica um algarismo que ficou borrado. Determine o valor do quadradinho.

**Questão 3:**

Complete e explique a sequência:

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = \underline{\quad}$$

$$37 \times \underline{\quad} = 333$$

$$\underline{\quad} \times 12 = 444$$

$$37 \times \underline{\quad} = 555$$

**Questão 4:**

Determine o conjunto de todos os divisores de 122.

**Questão 5:**

Qual é maior  $2^4 \times 3^4 \times 5^2$  ou  $4^2 \times 9^2 \times 5$ ? Explique.

## Respostas e comentários das questões discursivas sugeridas

**Questão 1:**

O valor pago é calculado por  $2 \times 3 + 1 \times 5 = 11$  reais.

**Questão 2:**

Como o “minuendo é o subtraendo mais a diferença resto”, temos que  $12 \blacksquare = 89 + 40 = 129$ . Portanto o quadradinho vale 9.

**Questão 3:**

Completando a tabela temos

$$37 \times 3 = 111$$

$$37 \times 6 = 222$$

$$37 \times 9 = 333$$

$$37 \times 12 = 444$$

$$37 \times 15 = 555$$

pois, como  $37 \times 3 = 111$ , segue que  $(37 \times 3) \times A = 111 \times A = AAA$  para qualquer algarismo A.

**Questão 4:**

O número 122 é decomposto como  $122 = 2 \times 61$ , pois 61 é um número primo. Logo todos os seus divisores são: 1, 2, 61 e 122.

**Questão 5:**

Vamos comparar os números  $2^4 \times 3^4 \times 5^2$  e  $4^2 \times 9^2 \times 5$ . Considerando o último,  $4^2 \times 9^2 \times 5 = 2^4 \times 3^4 \times 5$  vemos que exceto pelo o último fator, eles são diferentes. Observe que o primeiro é 5 vezes o último, sendo portanto o primeiro maior.

## Folha de atividades

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Leia atentamente as questões abaixo e tente responde-las.

### Questão 1:

Cite alguma situação do cotidiano que envolve os conhecimentos aqui estudados.

---

---

---

### Questão 2:

Há alguma situação do cotidiano que você julgue importante e envolve os conhecimentos aqui apresentados?

---

---

---

### Questão 3:

Complete a tabela a seguir:

Antecessor	Número	Sucessor
45		
	128	
		246

### Questão 4:

O marcador de um livro indica que um leitor iniciará o capítulo LXV. Este corresponde ao capítulo:

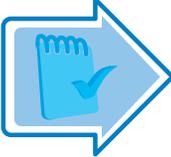
- (A) 25            (B) 45            (C) 65            (D) 85            (E) 105

### Questão 5:

O resultado da expressão  $[(24 \div 3) - (25 \div 5)] \times [16 - (76 \div 38)]$  é

- (A) 51            (B) 52            (C) 53            (D) 54            (E) 55.

## Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Exercícios Complementares	Folha de Atividades (disponível para reprodução no Pendrive/DVD)	Os alunos se dividirão em duplas ou trios e resolverão questões objetivas relacionadas ao tema da unidade.	Duplas ou trios.	40 minutos

### Aspectos operacionais

Peça que os seus alunos organizem-se em duplas ou em trios, mas procure distribuir uma folha de atividades para cada um. Dessa maneira, ela poderá se tornar mais uma fonte de consulta.

Escolha previamente os exercícios que melhor se adequam à realidade de sua turma e à abordagem escolhida para apresentação dos conceitos desta unidade.

Depois que os alunos concluírem o conjunto de exercícios que você escolheu aplicar, procure discutir as soluções apresentadas, valorizando cada estratégia mesmo que esta não tenha conduzido a uma resposta verdadeira.

Procure incentivar os alunos a executar tais exercícios sem a sua intervenção. Isso pode favorecer o desenvolvimento da autonomia dos alunos no que diz respeito à habilidade de resolver problemas.

### Aspectos pedagógicos

A seguir, apresentamos alguns exercícios que podem auxiliar você, professor, na fixação de algumas noções importantes do estudo dos números naturais, trabalhadas ao longo dessa unidade. Com esses exercícios, você terá a oportunidade de fixar conceitos básicos sobre números naturais, que envolvem as operações básicas, decomposição em fatores primos, resolução de expressões numéricas, além de representação em algarismos romanos.

Esses exercícios foram dispostos em uma folha de atividades (que se encontra disponível para reprodução na pasta Pendrive/DVD) e poderá ser aplicada de forma fracionada ao término de cada seção do material do aluno - ou de uma só vez, no momento reservado para a consolidação dos conteúdos trabalhados.

Não é necessária a aplicação da totalidade dos exercícios. Apenas selecione para a aplicação os exercícios que julgar mais adequados ao ritmo de aprendizagem e as características particulares de cada turma. Você também poderá encontrar as soluções desses exercícios em um arquivo no Grid de aula de seu Pendrive / DVD.

## Folha de Atividades - "Exercícios de Fixação Complementares "

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

### Questão 1:

O numeral que representa o número sete milhões e trinta e um é

- (A) 5031                      (B) 50031                      (C) 500031                      (D) 5000031

### Questão 2:

O ano de 1930 representado em algarismos romanos é

- (A) MCMXXX                      (B) MCMXX                      (C) MCMX                      (D) MCM

### Questão 3:

O antecessor do menor número formado por quatro algarismos é

- (A) 9998                      (B) 9999                      (C) 10000                      (D) 10001

### Questão 4:

Assinale a alternativa falsa.

- (A) 39 é múltiplo de 13                      (B) 17 é um número primo                      (C) 32 é divisível por 8                      (D) 5 divide 14

### Questão 5:

A forma fatorada  $3^2 \times 5^3 \times 7$  corresponde ao número:

- (A) 6875                      (B) 7875                      (C) 8785                      (D) 9875

## Respostas - Folha de Atividades - "Exercícios de Fixação Complementares "

1. (D)                      2. (A)                      3. (B)                      4. (D)                      5. (B)



# Circunferência e polígonos regulares

*Cleber Dias da Costa Neto, Heitor Barbosa Lima de Oliveira, Patrícia Nunes da Silva e Telma Alves.*

## Introdução

Nessa unidade de expansão do módulo 1, são apresentadas diversas situações e atividades sobre circunferência e polígonos regulares. Para auxiliá-lo, pesquisamos e elaboramos algumas atividades e recursos que podem complementar a exposição deste tema em suas aulas.

Sugerimos que a primeira aula dessa unidade se inicie com uma atividade disparadora, que tem por objetivos iniciar a exposição do tema e promover uma dinâmica entre os alunos. Nesse momento, espera-se que os alunos consigam reconhecer circunferências, polígonos regulares e seus principais elementos, e medir o comprimento da circunferência, relacionando essa medida com o raio.

Para dar sequência ao estudo dessa unidade, disponibilizamos alguns recursos complementares vinculados ao conteúdo do material didático. Eles têm por objetivo desenvolver no aluno as capacidades de reconhecer e medir os arcos e ângulos na circunferência, de identificar os polígonos regulares e seus principais elementos, de entender o conceito de inscrição e circunscrição e de relacionar medidas de lados e ângulos de polígonos regulares a medidas de circunferências inscritas e circunscritas a eles.

Sugerimos a utilização destes recursos nas aulas subsequentes à aula inicial, de acordo com a realidade da sua turma. É importante que você esteja à vontade para alterar e adaptar essas atividades sempre que achar necessário.

Por fim, aconselhamos que a última aula desta unidade seja dividida em dois momentos. O primeiro deve ser dedicado a uma revisão do estudo realizado durante esta unidade, através de problemas e consolidando o aprendizado do aluno a partir da retomada de questões que surgiram durante o processo. Já o segundo momento deve ser um momento de avaliação do estudante, priorizando

questionamentos reflexivos em detrimento da mera reprodução de exercícios feitos anteriormente. Também disponibilizaremos algumas questões de avaliações de larga escala, como o ENEM, os Vestibulares, Concursos Públicos, entre outros.

## Apresentação da unidade do material do aluno

Caro professor, apresentamos, abaixo, as principais características desta unidade:

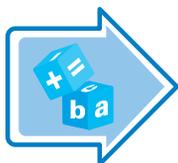
Disciplina	Volume	Módulo	Unidade	Estimativa de aulas para essa unidade
Matemática	2	1	Expansão 02	5 aulas de 2 tempos

Titulo da unidade	Tema
Circunferência e polígonos regulares	Inscrição e Circunscrição de Polígonos Regulares
Objetivos da unidade	
Reconhecer uma circunferência e seus principais elementos;	
Expressar e calcular o comprimento de uma circunferência em função da medida do seu raio;	
Reconhecer o conceito de inscrição e circunscrição de polígonos;	
Seções	Páginas no material do aluno
Para início de conversa...	379
Seção 1 – Circunferência e círculo	381 a 387
Seção 2 – Comprimento da circunferência	388 a 393
Seção 3 – Polígonos regulares inscritos e circunscritos	393 a 394
Resumo	394
O que perguntam por aí?	399

# Recursos e ideias para o Professor

## Tipos de Atividades

Para dar suporte às aulas, seguem os recursos, ferramentas e ideias no Material do Professor, correspondentes à Unidade acima:



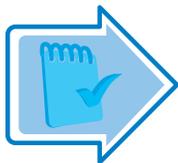
### Folha de atividades

Atividades que requerem a reprodução e distribuição de folhas de atividades disponíveis neste material para que possam ser aplicadas conforme planejadas.



### Ferramentas

Atividade que requer o uso de algum recurso tecnológico em sala ou laboratório, como o computador ou material concreto, para sua execução



### Avaliação

Sugestão de um instrumento avaliativo para a unidade dividido em duas etapas: registro de aprendizagens e questões tanto objetiva como dissertativas..

## Atividades Iniciais

Descrevemos a seguir as situações motivadoras, que têm por objetivo promover uma discussão coletiva entre os alunos. A idéia é fazer com que os alunos, antes da etapa de formalização, se familiarizem com os conceitos trabalhados, de forma empírica e com tarefas simples. Sugerimos que você escolha a atividade que seja mais adequada à sua realidade - ou, se preferir, utilize uma atividade própria.

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Circunferência e seus elementos.	Aplicativo "Circunferência" que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html</a> , cópias da folha de atividades e calculadoras.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá identificar os principais elementos de uma circunferência e explorar a relação entre raio, cordas e diâmetro.	Duplas	20 minutos
	Polígonos.	Aplicativo "Classificação de polígonos" que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/ead/classificando_poligonos/">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/ead/classificando_poligonos/</a> e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá relembrar a classificação de polígonos em função do número de lados.	Duplas	20 minutos

## Seção 1 – Circunferência

Páginas no material do aluno

**381 a 387**

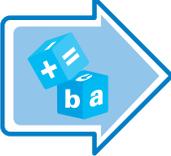
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência.	Computador com acesso à internet e som, aplicativo “Circunferência” que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html</a> , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá explorar a relação entre os comprimentos de uma circunferência e de seu raio.	Duplas	20 minutos

## Seção 2 – Comprimento da circunferência

Páginas no material do aluno

**388 a 393**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência e raio.	Software “Circunferência” que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/2009/circunferencia/">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/2009/circunferencia/</a> , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão determinar experimentalmente a relação entre o perímetro de uma circunferência e seu raio.	Duplas	25 minutos

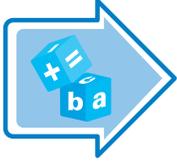
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O número $\pi$ .	Software "Perímetro do círculo" que pode ser acessado em <a href="http://via-jarnamatematica.esse.ipp.pt/moodle/file.php/1/vnm_v1/med_app/pi.html">http://via-jarnamatematica.esse.ipp.pt/moodle/file.php/1/vnm_v1/med_app/pi.html</a> , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão utilizar o quociente entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro para calcular $\pi$ .	Duplas	30 minutos

### Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

**393 a 395**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polígonos regulares.	Software "Polígonos regulares" que pode ser acessado em <a href="http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html">http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html</a> e cópias da folha de atividades "Polígonos regulares".	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão investigar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a medida de seus ângulos internos.	Duplas	30 minutos
	Razões trigonométricas.	Software "Triângulo retângulo", que pode ser acessado em <a href="http://www.es.iff.edu.br/softmat/aple/Blo1/1trianguloretangulo.html">http://www.es.iff.edu.br/softmat/aple/Blo1/1trianguloretangulo.html</a> , e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão resolver um problema que envolve razões trigonométricas em um triângulo retângulo.	Duplas	30 minutos

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Cabe ou não cabe?	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos irão investigar se um paralelepípedo passa ou não por um buraco circular. Para isso, utilizarão o cálculo de diagonais, apótemas de retângulos inscritos na circunferência.	Duplas ou trios.	30 minutos
	Desvendando as áreas.	Cópias da folha de atividades "Desvendando as áreas", régua e calculadora.	Os alunos deverão descobrir as áreas das regiões hachuradas em circunferências cujos centros estão ocultos.	Duplas ou trios.	30 minutos

## Avaliação

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente.	25 minutos
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente	20 minutos

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Circunferência e seus elementos.	Aplicativo "Circunferência" que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html</a> , cópias da folha de atividades e calculadoras.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá identificar os principais elementos de uma circunferência e explorar a relação entre raio, cordas e diâmetro.	Duplas	20 minutos

### Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão movimentar os pontos na tela para investigar as relações entre os elementos da circunferência. Leve aos alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua as folhas de atividades e as calculadoras para as duplas.

### Aspectos pedagógicos

Professor, para que a atividade seja bem aproveitada pelos alunos, certifique-se de que não há dúvidas sobre a definição de circunferência e dos seus elementos. Alguns alunos podem apresentar dificuldades na utilização do aplicativo. Para que não fiquem desestimulados, auxilie-os na execução da tarefa. Estimule os alunos a pensarem sobre o que acontece com a razão diâmetro/raio em cada situação.

### Folha de atividades - Circunferência e seus elementos

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado "Circunferência". No início de cada jogo, você enxerga a seguinte interface:

Início    Circunferência    Comprimento 1    Comprimento 2    Área

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimente o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimente o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

**Centro, Raio, Diâmetro e Cordas**

- Use o mouse para mover o ponto **Q**.

Início    Circunferência    Comprimento 1    Comprimento 2    Área

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimente o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimente o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

**Centro, Raio, Diâmetro e Cordas**

Observe o que acontece com o comprimento do raio quando você movimenta o ponto **Q**.

- Movimente o ponto **Q**. Anote na tabela abaixo os valores dos comprimentos do raio e do diâmetro. Calcule

Diâmetro
Raio

Raio	Diâmetro	$\frac{\text{Diâmetro}}{\text{Raio}}$

Há uma relação (dependência) entre o comprimento do diâmetro e do raio de uma circunferência?

- Complete a tabela abaixo (use o aplicativo para conferir suas respostas)

Raio	Diâmetro
	10,0 cm
2,0 cm	
	1 m
2,3 cm	

- Movimente o ponto **C** e observe o que acontece com o comprimento da corda indicada em vermelho na tela.

The screenshot shows a software interface for geometry activities. The title bar includes 'Início', 'Circunferência', 'Comprimento 1', 'Comprimento 2', and 'Área'. The main window is titled 'Centro, Raio, Diâmetro e Cordas'. On the left, there are instructions for activities. The main area displays a circle with center 'O'. A blue diameter is labeled 'Diâmetro 8,84 cm'. A green radius is labeled 'Raio 4,42 cm'. A red chord is labeled 'Corda 6,75 cm'. A green arrow points to point 'C' on the circumference. The total circumference is labeled 'Comprimento: 27,76 cm'.

ATIVIDADES - Orientações e problemas

- Movimente o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;
- Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;
- Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?
- Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?
- Movimente o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda
- Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

- Investigue se é possível deslocar o ponto **C** ao longo da circunferência de modo que o comprimento da corda seja igual ao do diâmetro.
- Investigue se é possível deslocar o ponto **C** ao longo da circunferência de modo que o comprimento da corda seja maior do que o diâmetro.

## Atividade Inicial

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polígonos	Aplicativo “Classificação de polígonos” que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/ead/classificando_poligonos/">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/ead/classificando_poligonos/</a> e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá lembrar a classificação de polígonos em função do número de lados.	Duplas	20 minutos

### Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão resolver as questões propostas no software. Leve aos alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua as folhas de atividades para as duplas.

### Aspectos pedagógicos

Professor, mesmo sendo uma atividade simples e rápida, acompanhe a execução junto aos alunos para ter certeza de que todos resgataram o conceito abordado.

Alguns alunos podem ter dificuldades com a utilização do aplicativo. Auxilie-os.

Ressalte a relação do prefixo dos nomes utilizados para classificar os polígonos com o número de lados. Por exemplo, tri refere-se a três lados, quadri a quatro lados, penta a cinco lados, e assim por diante.

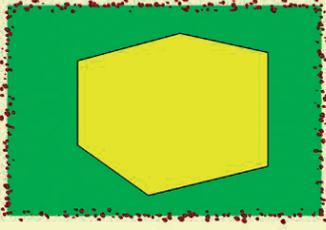
### Folha de atividades - Polígonos

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado “Classificação de polígonos”. No início de cada jogo, você enxerga a seguinte interface:

**Classificação de Polígonos**  
Clique na resposta certa, classificando o polígono abaixo,  
conforme o número de lados que possui:



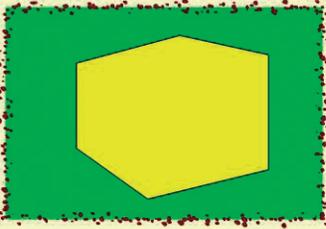
Acertos

Erros

Triângulo	Pentágono	Heptágono	Eneágono
Quadrilátero	Hexágono	Octógono	Decágono

- Use o mouse para classificar o polígono exibido, escolhendo uma das opções apresentadas na parte inferior da tela.

**Classificação de Polígonos**  
Clique na resposta certa, classificando o polígono abaixo,  
conforme o número de lados que possui:



Acertos

Erros

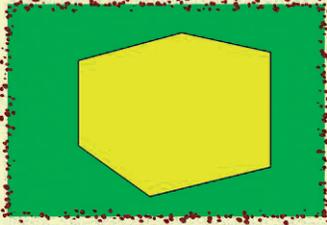
Triângulo	Pentágono	Heptágono	Eneágono
Quadrilátero	Hexágono	Octógono	Decágono



- Após classificar o polígono, use o mouse para clicar no botão "Outro" e obter um novo polígono.

### Classificação de Polígonos

Clique na resposta certa, classificando o polígono abaixo, conforme o número de lados que possui:



Acertos 1

Erros 0

outro

Triângulo

Pentágono

Heptágono

Eneágono

Quadrilátero

Hexágono ✓

Octógono

Decágono

- Classifique pelo menos 10 polígonos.

## Seção 1 – Circunferência

Páginas no material do aluno

**381 a 387**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência.	Computador com acesso à internet e som, aplicativo “Circunferência” que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/principal/fundamental/circunferencia/index.html</a> , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, o aluno irá explorar a relação entre os comprimentos de uma circunferência e de seu raio.	Duplas	20 minutos

## Aspectos operacionais

Esta é uma atividade exploratória. Os alunos deverão movimentar os pontos na tela para investigar as relações entre os comprimentos de uma circunferência e de seu raio. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua as folhas de atividades para as duplas.

## Aspectos pedagógicos

Professor, para aproveitar melhor a atividade, execute a tarefa com os alunos.

Comece com raio igual a 1 cm. Mostre, enfaticamente, que verificar quantas vezes o raio cabe no comprimento é a mesma coisa que calcular a divisão do comprimento pelo raio. Para raio igual a 1 u.c. chame a atenção para o fato de “caberem” 6 raios e sobrar um pedacinho sobre o segmento que representa o comprimento.

Depois faça, junto com os alunos,  $r = 2$  cm ;  $r = 3$  cm e, assim por diante, até se certificar que os alunos identificaram que o número de vezes que o raio “cabe” no comprimento é exatamente a divisão do comprimento pelo raio.

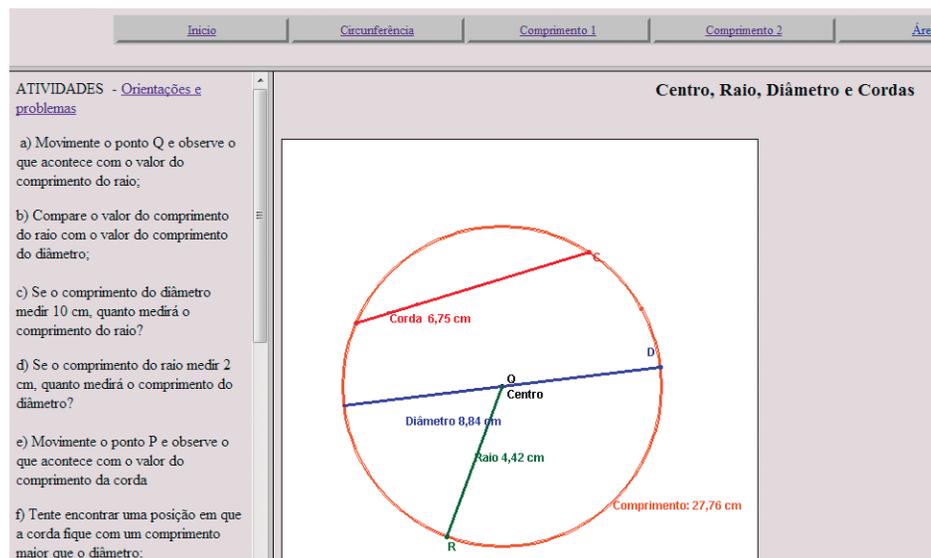
Depois que tiver certeza de que os alunos compreenderam o que está sendo feito, experimente deixá-los tentar outros valores para o raio. Pergunte a eles se conseguem identificar o quociente entre o comprimento e o raio.

## Folha de atividades - Perímetro de uma circunferência

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado “Circunferência”. No início de cada jogo, você enxerga a seguinte interface:



- Use o mouse para selecionar a aba **Comprimento 1**.

Inicio    Circunferência    Comprimento 1    Comprimento 2    Área

ATIVIDADES - Orientações e problemas

a) Movimento o ponto Q e observe o que acontece com o valor do comprimento do raio;

b) Compare o valor do comprimento do raio com o valor do comprimento do diâmetro;

c) Se o comprimento do diâmetro medir 10 cm, quanto medirá o comprimento do raio?

d) Se o comprimento do raio medir 2 cm, quanto medirá o comprimento do diâmetro?

e) Movimento o ponto P e observe o que acontece com o valor do comprimento da corda

f) Tente encontrar uma posição em que a corda fique com um comprimento maior que o diâmetro;

**Centro, Raio, Diâmetro e Cordas**

- O comprimento do segmento vermelho é igual ao comprimento da circunferência exibida na tela. Use o mouse para transportar os segmentos verdes sobre o vermelho e determinar quantos raios correspondem ao comprimento da circunferência.

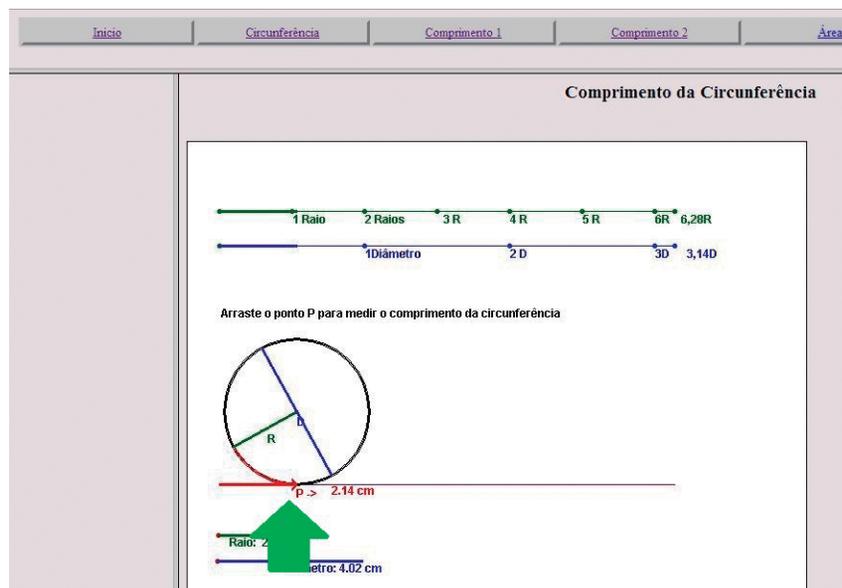
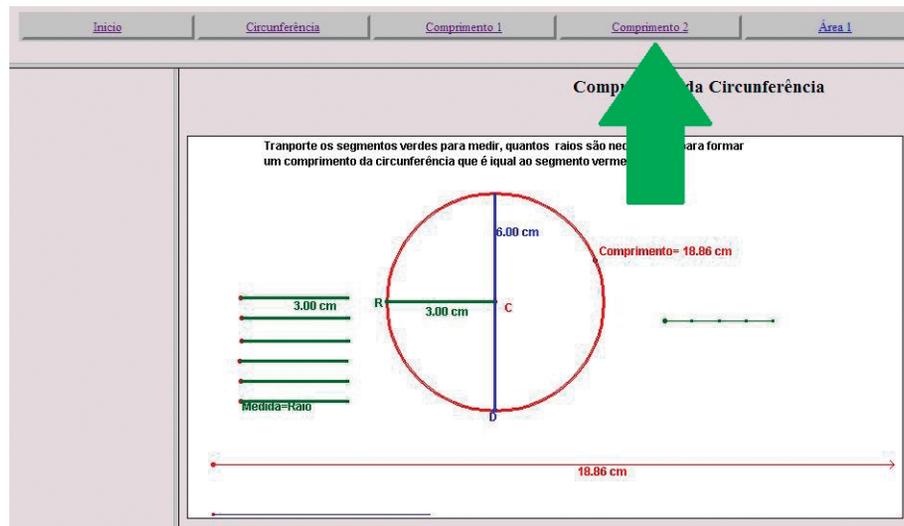
**Comprimento da Circunferência**

Transporte os segmentos verdes para medir, quantos raios são necessários para formar um comprimento da circunferência que é igual ao segmento vermelho.

- Mova o ponto C. Anote na tabela o valor do comprimento do raio. Use o mouse para transportar os segmentos verdes sobre o vermelho para determinar quantos raios correspondem ao comprimento da circunferência.

Raio	Aproximadamente quantos raios correspondem ao comprimento da circunferência?

- Use o mouse para selecionar a aba **Comprimento 2**.



- Arraste o ponto P para determinar o comprimento da circunferência.
- Calcule  $\frac{\text{Comprimento}}{\text{Raio}}$  e compare com suas conclusões no item anterior.

## Seção 2 – Comprimento da circunferência

Páginas no material do aluno

**388 a 393**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Perímetro de uma circunferência e raio.	Software "Circunferência" que pode ser acessado em <a href="http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/2009/circunferencia/">http://www.projetos.unijui.edu.br/matematica/2009/circunferencia/</a> , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão determinar experimentalmente a relação entre o perímetro de uma circunferência e seu raio.	Duplas	25 minutos

### Aspectos operacionais

Os alunos deverão utilizar o software para resolver as questões propostas na folha de atividades. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades e as calculadoras para as duplas.

### Aspectos pedagógicos

Professor, acompanhe a realização da atividade junto com seus alunos. Dessa maneira, se certificará de que todos estão apreendendo os conceitos e poderá sanar algumas dúvidas em relação ao conteúdo e ao aplicativo. Durante a atividade questione seus alunos quanto à relação entre o perímetro de uma circunferência e seu raio.

## Folha de atividades - Perímetro de uma circunferência e raio

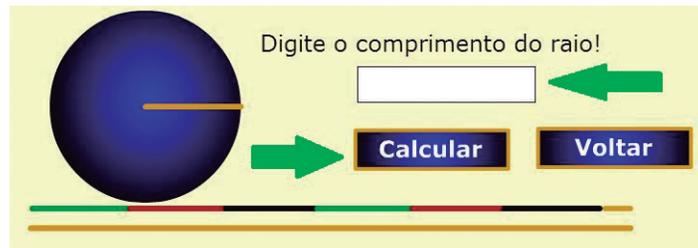
Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado "Circunferência". No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:



- Preencha o campo em branco com valores para o comprimento do raio. Com o mouse, clique no botão **Calcular** para determinar o comprimento da circunferência. Anote os resultados na tabela abaixo.



Raio	Comprimento da circunferência	$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Raio}}$

## Seção 2 – Comprimento da circunferência

Páginas no material do aluno

388 a 393

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	O número $\pi$ .	Software “Perímetro do círculo” que pode ser acessado em <a href="http://via-jarnamatematica.esse.ipp.pt/moodle/file.php/1/vnm_v1/med_app/pi.html">http://via-jarnamatematica.esse.ipp.pt/moodle/file.php/1/vnm_v1/med_app/pi.html</a> , calculadoras e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão utilizar o quociente entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro para calcular $\pi$ .	Duplas	30 minutos

### Aspectos operacionais

Os alunos deverão utilizar o software para gerar dados para calcular  $\pi$  através do quociente entre o comprimento de uma circunferência e o comprimento de seu diâmetro. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades e as calculadoras para as duplas.

### Aspectos pedagógicos

Professor, acompanhe a realização da atividade junto com seus alunos. Dessa maneira, se certificará de que todos estão apreendendo os conceitos e poderá sanar algumas dúvidas em relação ao conteúdo e ao aplicativo. Convide os alunos a relacionar o 6,28 encontrado na atividade anterior com  $2\pi$ . Em seguida mostre que o 2 passado para o denominador da razão comprimento/raio a transforma para comprimento/diâmetro, que é igual a  $\pi$ .

## Folha de atividades - O número $\pi$

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado “Perímetro do círculo”. No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:

**Perímetro do Círculo**

Movimente o ponto B e observe o que acontece ao quociente entre o perímetro e o diâmetro do círculo. Que pode concluir?

Mover  
Arraste um objeto selecionado (Esc)

Perímetro = 12.56637  
Diâmetro = 4

$$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}} = \frac{12.56637}{4} = \pi$$

- Movimente o ponto **B** e anote os valores do comprimento do diâmetro e do perímetro da circunferência na tabela abaixo.

**Perímetro do Círculo**

Movimente o ponto B e observe o que acontece ao quociente entre o perímetro e o diâmetro do círculo. Que pode concluir?

Mover  
Arraste um objeto selecionado (Esc)

Perímetro = 12.56637  
Diâmetro = 4

$$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}} = \frac{12.56637}{4} = \pi$$

Use os dados das duas primeiras colunas para preencher a terceira.

Diâmetro	Perímetro da circunferência	$\frac{\text{Perímetro}}{\text{Diâmetro}}$

O que você observa na terceira coluna?

### Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

**393 a 395**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Polígonos regulares.	Software “Polígonos regulares” que pode ser acessado em <a href="http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html">http://www.uff.br/cdme/ppr/ppr-html/ppr-pr-br.html</a> e cópias da folha de atividades “Polígonos regulares”.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão investigar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a medida de seus ângulos internos.	Duplas	30 minutos

### Aspectos operacionais

Os alunos deverão usar o software para investigar a relação entre o número de lados de um polígono regular e a medida de seus ângulos internos. Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades para as duplas.

## Aspectos pedagógicos

Professor para aproveitar melhor a atividade, execute a tarefa com os alunos: comece com o triângulo, passe para o pentágono e depois o heptágono. Depois de preencher a tabela com esses dados, deixe-os fazer a atividade com o quadrado e o hexágono. Corrija possíveis erros, tire dúvidas e retome a atividade com o eneágono. Em seguida, deixe-os fazer o octógono.

Dependendo da turma, talvez seja necessário fazer a atividade fracionada, da seguinte forma: primeiro analisando os ângulos centrais dos polígonos na sequência sugerida acima e depois analisando os ângulos internos do polígono.

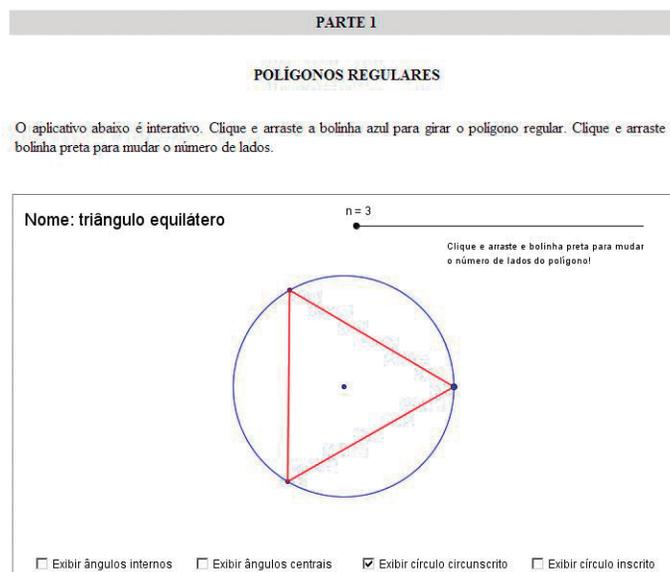
Note que, ao unir os vértices de um polígono regular de  $n$  lados ao centro da circunferência circunscrita ao polígono, ele é subdividido em  $n$  triângulos isósceles congruentes. A base de cada um deles é um lado do polígono. Discuta com os alunos que, nesses triângulos, a medida do ângulo oposto ao lado do polígono mede  $\frac{360^\circ}{n}$  e que a soma das medidas dos ângulos adjacentes coincide com a medida do ângulo interno. Explore essas relações para dar sentido à fórmula  $\frac{(n-2)180^\circ}{n}$ .

## Folha de atividades – Polígonos regulares

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado “Polígonos regulares”. No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:



- Com o mouse, selecione as opções  Exibir ângulos internos e  Exibir ângulos centrais

**PARTE 1**

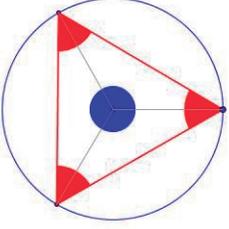
**POLÍGONOS REGULARES**

O aplicativo abaixo é interativo. Clique e arraste a bolinha azul para girar o polígono regular. Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados.

Nome: triângulo equilátero n = 3

Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados do polígono!

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 60^\circ$$



$$\theta = \frac{360^\circ}{n} = 120^\circ$$

Exibir ângulos internos
 Exibir ângulos centrais
 Exibir círculo circunscrito
 Exibir círculo inscrito

- Para preencher a tabela abaixo, use o mouse para deslizar o seletor e escolher o número de lados do polígono regular.

**PARTE 1**

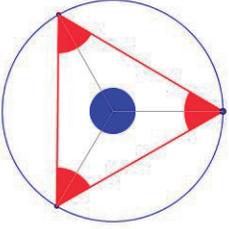
**POLÍGONOS REGULARES**

O aplicativo abaixo é interativo. Clique e arraste a bolinha azul para girar o polígono regular. Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados.

Nome: triângulo equilátero n = 3

Clique e arraste a bolinha preta para mudar o número de lados do polígono!

$$\alpha = \frac{(n-2) \cdot 180^\circ}{n} = 60^\circ$$



$$\theta = \frac{360^\circ}{n} = 120^\circ$$

Exibir ângulos internos
 Exibir ângulos centrais
 Exibir círculo circunscrito
 Exibir círculo inscrito

Na quarta coluna da tabela, anote a medida do ângulo interno  $\alpha$  (em vermelho na figura) calculada pelo aplicativo.

Número de lados $n$	Nome do polígono regular	$\frac{360^\circ}{n}$	$\alpha$	$180^\circ - \frac{360^\circ}{n}$
3	triângulo equilátero			
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

### Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Razões trigonométricas.	Software “Triângulo retângulo”, que pode ser acessado em <a href="http://www.es.iff.edu.br/softmat/ape/Blo1/1trianguloretangulo.html">http://www.es.iff.edu.br/softmat/ape/Blo1/1trianguloretangulo.html</a> , e cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, através do uso de um software interativo, os alunos irão resolver um problema que envolve razões trigonométricas em um triângulo retângulo.	Duplas	30 minutos

### Aspectos operacionais

Leve os alunos ao laboratório de informática, peça que se dividam em duplas e que cada dupla ocupe um computador. Distribua a folha de atividades para as duplas. Os alunos devem seguir as instruções do software.

## Aspectos pedagógicos

Professor, inicie aumentando e diminuindo o ângulo várias vezes. Essa é uma ótima oportunidade para mostrar que, variando a medida  $k$ , obtemos vários triângulos semelhantes e as razões trigonométricas se mantêm. Porém, quando variamos o ângulo, as razões variam.

Depois varie o  $k$ . Talvez seja necessário ir ao quadro desenhar dois ou mais triângulos um ao lado do outro, pois, para alguns, o dinamismo da atividade pode interferir na compreensão do conteúdo.

## Folha de atividades – Razões trigonométricas

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Você está acessando um software chamado “Triângulo retângulo”. No início da atividade, você enxerga a seguinte interface:

**Triângulo Retângulo 1**

No applet abaixo:

- mova o seletor  $k$  e observe, na janela de visualização, o triângulo e as razões;
- altere a medida do ângulo  $\alpha$ , movendo o seletor correspondente, e observe o triângulo e as razões;
- marque as três caixas e visualize o nome dessas razões.

Arquivo Editar Exibir Opções Ferramentas Ajuda

$k = 7$

$\alpha = 31^\circ$

$\alpha = 31^\circ$

$\frac{b}{a} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{4.20602}{8.16643} = 0.51504$

$\frac{c}{a} = \frac{\text{medida do cateto adjacente}}{\text{medida da hipotenusa}} = \frac{7}{8.16643} = 0.85717$

$\frac{b}{c} = \frac{\text{medida do cateto oposto}}{\text{medida do cateto adjacente}} = \frac{4.20602}{7} = 0.60086$

hipotenusa  $a$

cateto oposto  $b$

cateto adjacente  $c$

$31^\circ$   $90^\circ$

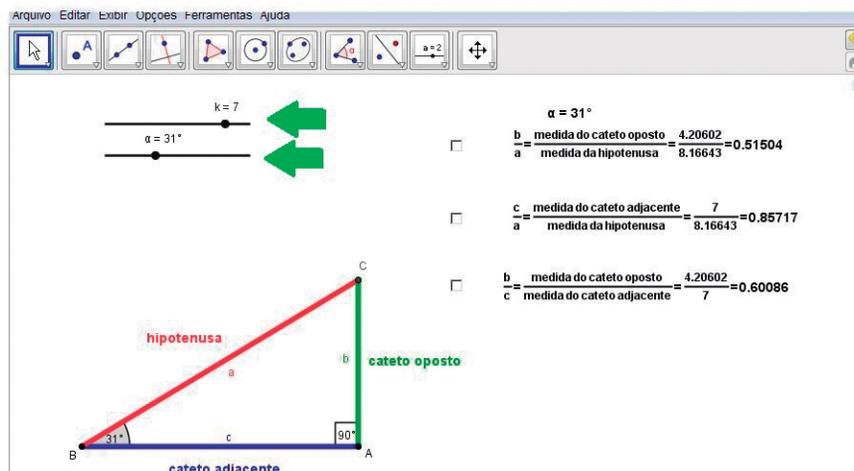
Na tela, as medidas dos catetos do triângulo retângulo estão indicadas por  $b$  e  $c$ . A medida da hipotenusa, por  $a$ . Ao variar o valor de  $k$ , as medidas dos lados do triângulo retângulo variam, mas as medidas de seus ângulos internos não sofrem alteração. Ao variar o valor de  $\alpha$ , o valor do ângulo  $B$  é alterado. Com isso, os valores de  $a$ ,  $b$  e a medida do ângulo  $C$  se modificam, de modo que o triângulo  $ABC$  permaneça retângulo em  $A$ . Use o mouse para variar o valor de  $k$  no seletor e observe o que acontece com os quocientes  $\frac{b}{a}$ ,  $\frac{c}{a}$  e  $\frac{b}{c}$ .

- Use o mouse para variar o valor de  $\alpha$  no seletor e observe o que acontece com os quocientes  $\frac{b}{a}$ ,  $\frac{c}{a}$  e  $\frac{b}{c}$ .

## Triângulo Retângulo 1

No applet abaixo:

- mova o seletor k e observe, na janela de visualização, o triângulo e as razões;
- altere a medida do ângulo a, movendo o seletor correspondente, e observe o triângulo e as razões;
- marque as três caixas e visualize o nome dessas razões.



## Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Cabe ou não cabe?	Cópias da folha de atividades.	Nesta atividade, os alunos irão investigar se um paralelepípedo passa ou não por um buraco circular. Para isso, utilizarão o cálculo de diagonais, apótemas de retângulos inscritos na circunferência.	Duplas ou trios.	30 minutos

## Aspectos operacionais

Professor, divida a turma em duplas ou trios e distribua a folha de atividades para todos. Em seguida, lance a seguinte situação problema:

“Um bloco retangular de madeira, com 18 cm de largura e 12 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

Deixe que cada grupo analise os dados do problema e busque justificativas para as soluções apresentadas. Em seguida, lance aos alunos a segunda situação:

“Um bloco retangular de madeira, com 16 cm de largura e 16 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

No final, apresente a última situação:

“Um bloco retangular de madeira, com 12 cm de largura pode ter, no máximo, quantos centímetros de altura para passar por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

Encerre a atividade, mostrando a eles a solução dos problemas.

---

## Aspectos pedagógicos

Professor, o paralelepípedo e o buraco circular apenas indicam uma análise em cima de uma circunferência e um retângulo inscrito. Alguns alunos podem ter dificuldades em “planificar” as situações. Nesta atividade, a profundidade do paralelepípedo não interfere na resolução do problema

### Folha de atividades – Cabe ou não cabe?

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

Resolva cada uma das situações a seguir.

#### SITUAÇÃO 1:

“Um bloco retangular de madeira, com 18 cm de largura e 12 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

#### SITUAÇÃO 2:

“Um bloco retangular de madeira, com 16 cm de largura e 16 cm de altura, passa por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

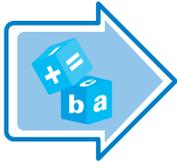
#### SITUAÇÃO 3:

“Um bloco retangular de madeira, com 12 cm de largura pode ter, no máximo, quantos centímetros de altura para passar por um buraco redondo de 11 cm de raio?”

## Seção 3 – Polígonos inscritos e circunscritos

Páginas no material do aluno

393 a 395

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Desvendando as áreas.	Cópias da folha de atividades "Desvendando as áreas", régua e calculadora.	Os alunos deverão descobrir as áreas das regiões hachuradas em circunferências cujos centros estão ocultos.	Duplas ou trios.	30 minutos

### Aspectos operacionais

Divida a turma em duplas ou em trios. Distribua a folha de atividades. Oriente os alunos na resolução da atividade. Comente sobre a ocultação dos centros das circunferências. Peça aos alunos que encontrem um jeito de descobrir as medidas que não foram apresentadas, de forma a poder calcular a área das regiões hachuradas.

### Aspectos pedagógicos

Professor, existem diversas maneiras de determinar o centro das circunferências. A mais comum é a dobradura.

A determinação dos centros das circunferências é um ponto importante para o cálculo das áreas. Todavia, existem soluções que não necessitam dessa informação. Esse tipo de solução de baseia na medição do lado do polígono e na posterior utilização das relações entre lado do polígono inscrito ou circunscrito e os raios das circunferências.

Os alunos podem ter dificuldades no cálculo das áreas. Caso isto ocorra, relembre as fórmulas das áreas dessas figuras.

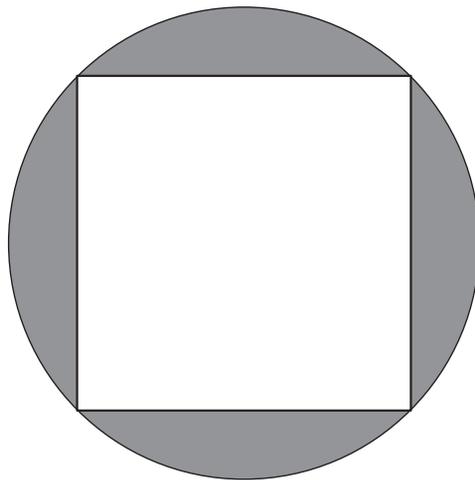
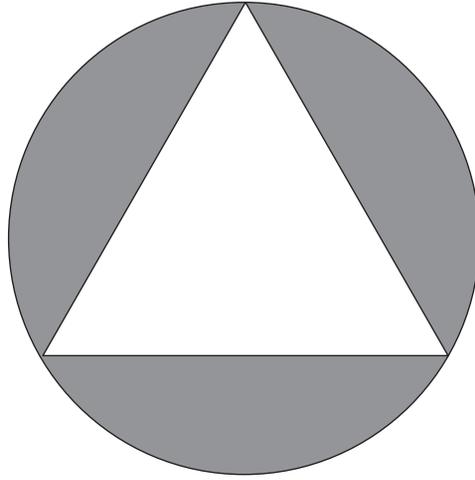
A utilização da calculadora se resume ao cálculo das áreas, envolvendo principalmente o valor de  $\pi$ . Vale lembrar que o valor aproximado de  $\pi$  a ser utilizado neste cálculo fica a critério do professor.

## Folha de atividades - Desvendando as áreas

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

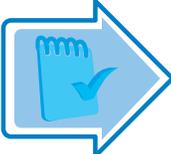
Determine as áreas das regiões hachuradas a seguir. Repare que os centros das circunferências não estão aparecendo.



## Atividades de Avaliação

Nessa seção, apresentaremos atividades que retomam as habilidades verificadas nas seções anteriores, com o intuito de consolidar e avaliar o processo de ensino-aprendizagem do conteúdo proposto. As atividades dessa seção também promoverão a reflexão do aluno sobre os conteúdos abordados.

Sugerimos a utilização dos dois últimos tempos de aula destinados a esta unidade. A seguir, apresentamos sugestões para a retomada dos conteúdos trabalhados e para avaliação das habilidades pretendidas. Dividiremos nossas sugestões avaliativas em duas etapas, explicitadas a seguir:

Avaliação					
Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Registros de aprendizagens	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente.	25 minutos

### Aspectos operacionais

Aqui, você poderá propor que o aluno registre individualmente, numa folha de papel, a resolução dos exercícios de revisão, para o aprimoramento das aprendizagens que obteve durante as últimas aulas.

### Aspectos pedagógicos

Durante a execução da Atividade 1, verifique como os alunos utilizam as informações do enunciado para a resolução do problema.

Auxilie os alunos que apresentam dificuldades, lembrando as definições e resultados.

Enfatize a necessidade dos conceitos básicos para a realização da Atividade 2, pois é importante que eles utilizem a imagem conceitual que foi modificada após as aulas.

## Folha de atividades - Registros de Aprendizagens

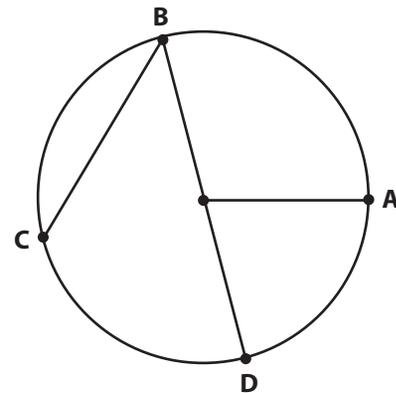
Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

### Atividade 1:

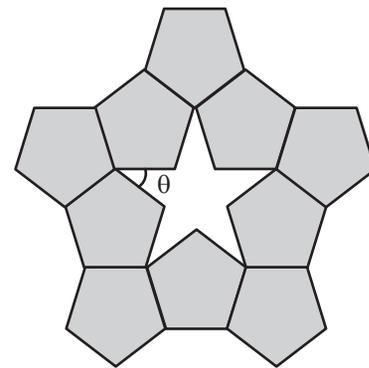
1. Observe a figura e classifique em (V) se verdadeiro ou (F) se falso.

- a. ( ) o segmento de reta OA é diâmetro.
- b. ( ) o segmento de reta OB de raio.
- c. ( ) o segmento de reta BC é diâmetro.
- d. ( ) o segmento de reta BC é corda.
- e. ( ) o segmento de reta BD é diâmetro.



2. Observe com atenção a figura abaixo. Todos os polígonos sombreados são idênticos e regulares. Responda:

- a. Qual o nome de cada polígono sombreado de acordo com o número de lados que possui?
- b. Qual o valor de cada ângulo interno de um polígono sombreado?
- c. Qual o valor do ângulo assinalado na estrela de cinco pontas?



3. Um disco voador é avistado, numa região plana, a uma certa altitude, parado no ar. Em certo instante, algo se desprende da nave e cai em queda livre, conforme mostra a figura. A que altitude se encontra esse disco voador?

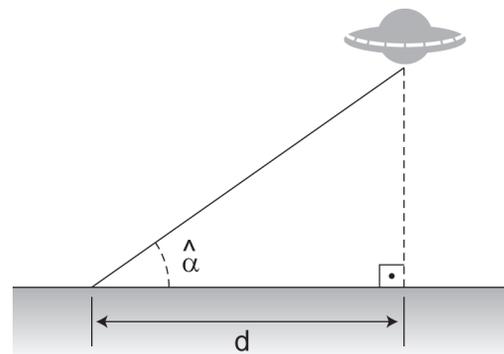
Considere as afirmativas:

I - a distância  $d$  é conhecida;

II - a medida do ângulo  $\alpha$  e a  $\text{tg}$  do mesmo ângulo são conhecidas.

Então, tem-se que:

- a. a I sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a II, sozinha, não.



- b. a II sozinha é suficiente para responder à pergunta, mas a I, sozinha, não.
- c. I e II, juntas, são suficientes para responder à pergunta, mas nenhuma delas, sozinha, não é:
- d. ambas são, sozinhas, suficientes para responder à pergunta.
- e. a pergunta não pode ser respondida por falta de dados.

**Atividade 2:**

1. Defina com suas palavras o que significa:
  - a. Circunferência:
  - b. Círculo:
  - c. Raio:
  - d. O número  $\pi$ :
  - e. Polígonos regulares:
  - f. Inscrição:
  - g. Circunscrição:

**Avaliação**

Tipos de Atividades	Título da Atividade	Material Necessário	Descrição Sucinta	Divisão da Turma	Tempo Estimado
	Questões de avaliações de larga escala ou concurso.	Cópias da folha de atividades.	O aluno irá resolver exercícios que permitirão rever os conceitos estudados.	Individualmente.	20 minutos

---

## Aspectos operacionais

Sugerimos a escolha de uma questão que contemple uma habilidade pretendida nesta unidade para compor o instrumento avaliativo. A ideia é que o aluno se familiarize com questões cobradas em avaliações de larga escala, como o ENEM, vestibulares, concursos, etc.

---

## Aspectos pedagógicos

Após a resolução das questões, proponha uma discussão sobre as soluções encontradas.

As questões objetivas, em geral, têm em suas alternativas erradas sempre uma justificativa com erro plausível. Obviamente, isso não está evidente na alternativa. Dessa forma, procure identificar o erro que gerou cada uma das alternativas e discuta com os alunos.

Possivelmente, aparecerão soluções divergentes. Pondere sobre as equivocadas, ressaltando onde reside o erro.

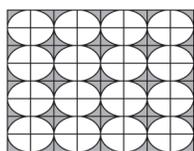
## Folha de Atividades – Questões de avaliações de larga escala ou concurso

Nome da escola: \_\_\_\_\_

Nome: \_\_\_\_\_

### Questão 1 (ENEM 2002):

Na construção civil, é muito comum a utilização de ladrilhos ou azulejos com a forma de polígonos para o revestimento de pisos ou paredes. Entretanto, não são todas as combinações de polígonos que se prestam a pavimentar uma superfície plana, sem que haja falhas ou superposições de ladrilhos, como ilustram as figuras:



**Figura 1:** Ladrilhos retangulares pavimentando o plano



**Figura 2:** Heptágonos regulares não pavimentam o plano (há falhas ou superposição)

Nome	<b>Triângulo</b>	<b>Quadrado</b>	<b>Pentágono</b>
Figura			
Ângulo interno	60°	90°	108°
Nome	<b>Hexágono</b>	<b>Octógono</b>	<b>Eneágono</b>
Figura			
Ângulo interno	120°	135°	140°

A tabela traz uma relação de alguns polígonos regulares, com as respectivas medidas de seus ângulos internos.

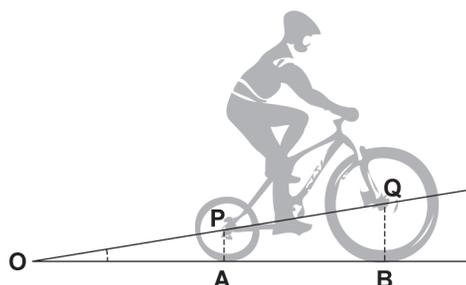
Se um arquiteto deseja utilizar uma combinação de dois tipos diferentes de ladrilhos entre os polígonos da tabela, sendo um deles octogonal, o outro tipo escolhido deverá ter a forma de um

- triângulo
- quadrado
- pentágono
- hexágono
- eneágono.

**Questão 2 (UERJ 2000):**

Observe a bicicleta e a tabela trigonométrica.

Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
10°	0,174	0,985	0,176
11°	0,191	0,982	0,194
12°	0,208	0,978	0,213
13°	0,225	0,974	0,231
14°	0,242	0,970	0,249

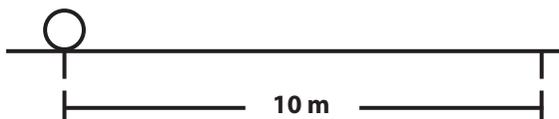


Os centros das rodas estão a uma distância PQ igual a 120 cm e os raios PA e QB medem, respectivamente, 25 cm e 52 cm. De acordo com a tabela, o ângulo AÔP tem o seguinte valor:

- a.  $10^\circ$       b.  $12^\circ$       c.  $13^\circ$       d.  $14^\circ$

**Questão 3 (UFRJ 2005):**

Uma roda de 10 cm de diâmetro gira em linha reta, sem escorregar, sobre uma superfície lisa e horizontal.



Determine o menor número de voltas completas para a roda percorrer uma distância maior que 10m.

